



ISSN 2410-2547  
DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

---

KYIV NATIONAL UNIVERSITY OF CONSTRUCTION AND  
ARCHITECTURE

# **ОПР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД**

---

# **STRENGTH OF MATERIALS AND THEORY OF STRUCTURES**

Науково-технічний збірник  
Scientific-and-technical collected articles

---

Випуск  
Issue **106**

Заснований у 1965 р.  
Founded in 1965

КИЇВ 2021

УДК 539.3/6  
ББК 30.121+38.112  
О-61

Головний редактор *В.А. Баженов*, д-р техн. наук  
Заступник головного редактора *С.О. Пискунов*, д-р техн. наук  
Відповідальний секретар *О.В. Геращенко*, канд. техн. наук

Редакційна колегія:

*П.В. Алявдін*, д-р техн. наук (Польща)  
*Ю. Аткоциунас*, д-р техн. наук (Литва)  
*О.М. Белостоцький*, д-р техн. наук (Росія)  
*І. Елішаков*, д-р техн. наук (США)  
*С.Н. Кривошапко*, д-р техн. наук (Росія)  
*С.Ю. Фіалко*, д-р техн. наук (Польща)  
*Чан Дик Тінг*, д-р техн. наук (В'єтнам)  
*Л.М. Лобанов*, д-р техн. наук, академік  
НАН України

*А.В. Перельмутер*, д-р техн. наук  
*О.Ф. Даценко*, д-р техн. наук  
*П.В. Ясній*, д-р техн. наук  
*В.В. Гайдайчук*, д-р техн. наук  
*Г.М. Іванченко*, д-р техн. наук  
*П.П. Лізунов*, д-р техн. наук  
*І.І. Солодей*, д-р техн. наук

Рекомендовано до випуску Вченою радою Київського національного університету будівництва і архітектури 24 травня 2021 р. (протокол № 41).

**Опір матеріалів і теорія споруд:** Науково-технічний збірник. – Вип. 106 / Голов. ред. В.А. Баженов. –К.: КНУБА, 2021. – 314 с. – Укр. та англ. мовами.

У збірнику наведено статті з результатами досліджень у галузі опору матеріалів, будівельної механіки, теорії пружності і пластичності. Особливу увагу приділено розробці й розвитку методів розрахунку міцності, стійкості, динаміки просторових конструкцій з урахуванням геометричної нелінійності, пластичних властивостей руйнування матеріалів; питанням чисельної реалізації рішень; дослідженню напружено-деформованого стану тіл складної структури при сталих і змінних у часі навантаженнях, включаючи випадкові впливи.

Призначений для наукових працівників, викладачів, виробників, докторантів, аспірантів та студентів.

Індексація і партнери



<http://opir.knuba.edu.ua/>  
<http://omtc.knuba.edu.ua/>  
Адреса редакційної колегії:  
КНУБА, Повітрофлотський пр., 31.  
м. Київ, 03037  
Тел.: (044) 248-3040  
E-mail: [omtc@knuba.edu.ua](mailto:omtc@knuba.edu.ua)  
E-mail: [olg\\_guera@ukr.net](mailto:olg_guera@ukr.net)

УДК 539.3/6  
ББК 30.121+38.112  
О-61  
© КНУБА, 2021

## ПАМ'ЯТІ ВІКТОРА АНДРІЙОВИЧА БАЖЕНОВА



Пішов з життя видатний вчений-механік Віктор Андрійович Баженов.

Віктора Андрійовича усі знали і любили як вченого і педагога, багаторічного завідувача кафедри, директора науково-дослідного інституту, першого проректора і, найголовніше, як світлу і добру людину.

Віктор Андрійович Баженов народився 12 липня 1941 р. в м. Городня, Чернігівської обл. У 1963 р. закінчив будівельний факультет Київського інженерно-будівельного інституту.

Працював старшим науковим співробітником Київського політехнічного інституту (1963–75 рр.), начальником управління Міністерства вищої освіти УРСР (1975–86 рр.); у Київському національному університеті будівництва і архітектури: проректором з наукової роботи (1986–88 рр.), першим проректором (1988–2013 рр.), завідувачем кафедри будівельної механіки (від 1989 р.) та директором Науково-дослідного інституту будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури від 1992 р.

У 1969 р. захистив кандидатську, у 1984 р. докторську дисертацію. У 1987 р. присвоєно вчене звання професора. У 1999 р. був обраний членом-кореспондентом Академії педагогічних наук України, Академік Національної академії педагогічних наук України з 2010 р. Заслужений діяч науки і техніки України (1992 р.), двічі Лауреат Державних премій України у галузі науки і техніки (1991, 2003), Лауреат Державної премії України у галузі освіти (2013). Нагороджений орденами «За заслуги» III ст. (2000), «За заслуги» II ст. (2006), «За заслуги» I ст. (2011), медалями «За трудову доблесть» (1981) та «В пам'ять 1500-леття Києва» (1982), Почесною Грамотою Кабінету Міністрів України (2001), знаком Міністерства освіти і науки України «За наукові досягнення» (2006), медалями Національної академії педагогічних наук України «Ушинський К.Д.» (2006), «Григорій Сковорода» (2011), «Володимир Мономах» (2016). Член низки галузевих академій: Академії будівництва України, Академії інженерних наук України, Академії технологічних наук України, Міжнародної академії наук вищої школи.

Створив наукову школу з теорії і методів математичного моделювання, сучасних чисельних методів розв'язання задач будівельної механіки. Автор близько 630 наукових праць, у тому числі 43 монографій, 31 підручника. Під його науковим керівництвом захищено 13 докторських та 27 кандидатських дисертацій.

Віктор Андрійович проводив велику науково-організаційну роботу: багато років був головою експертної ради з архітектури, будівництва і геодезії ВАК України та МОН України, очолював спеціалізовану Вчену раду з захисту дисертацій у КНУБА, був головою секції «Будівництво та будівельні матеріали» Комітету з державних премій України в галузі науки і техніки, головував у секції «Механіка» наукової Ради Міністерства освіти України, був головним редактором науково-технічного збірника «Опір матеріалів і теорія споруд».

Віктор Андрійович був обов'язковою, чуйною та відповідальною людиною. На кафедрі будівельної механіки та в НДІ будівельної механіки КНУБА немає жодного співробітника, якому він не допоміг порадою або відмовив у зверненні. Віктор Андрійович завжди слідкував за науковим зростанням співробітників, надихав і всіляко допомагав у цьому плані: проводив бесіди, давав наукові поради, спрямовував роботу в правильному руслі. Віктор Андрійович був дуже організованим, завжди усе планував заздалегідь. Так і на цей час, тільки почався новий рік, а Віктор Андрійович вже розробляє план науково-педагогічних заходів у ввірених йому підрозділах: які будуть написані та видані монографії, підручники, статті; які будуть підготовлені нові курси лекцій; у яких напрямках спрямується наукова робота і який очікується результат. Причому так було завжди. Майже кожен місяць він редагував і доповнював ці «заходи».

Незважаючи на велику зайнятість, він завжди був в тренді сучасного життя України і нових викликів. Мав колосальну ерудицію та пам'ять, був чудовим оповідачем. Часто на зібраннях розповідав цікаві повчальні історії зі свого життя. З останньої зустрічі колективу підрозділу не пройшло і місяця. Але сталося те, що сталося ...

Багато з його учнів розлетілося по світу і це означає, що пам'ять про Віктора Андрійовича буде жити по всій землі.

Ми, його учні та колеги, завжди будемо пам'ятати, любити та шанувати нашого незамінного керівника Віктора Андрійовича. У нашій пам'яті Віктор Андрійович назавжди залишиться щирим надійним другом, доброзичливим порадником, професіоналом своєї справи.

*Ректорат,  
колективи кафедри будівельної механіки і  
Науково-дослідного інституту будівельної механіки  
Київського національного університету будівництва і архітектури*

UDC 539.3

## MODAL ANALYSIS OF A COMPLEX SHELL STRUCTURE UNDER OPERATIONAL LOADS

**V.A. Bazhenov,**

Doctor of Technical Science

**O.P. Krivenko,**

Candidate of Science (Engineering)

**A.A. Kozak,**

Candidate of Science (Engineering)

*Kyiv National University of Construction and Architecture  
31, Povitroflotsky ave., Kyiv, Ukraine, 03037*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.5-13

The results of calculation of a complex shell structure under the action of operational loads are presented. A three-section cooling tower, called a three-petal cooling tower, is regarded as a complex-shaped structure. Three variants of loads on the shell are considered: wind pressure, heating and load combination. The design model of a shell of a complex shape is based on the developed universal spatial finite element. The universal spatial finite element allows one to take into account the geometric features of structural elements for a thin shell (constant or varying thickness, knees, ribs, cover plates, holes, cavities, channels, inserts, facets) and multilayer structure of the material. According to the method, thin and medium thickness shells of various shapes and structures are considered. The shells are under the action of static mechanical and temperature loads. The finite element method is based on the unified positions of the three-dimensional geometrically nonlinear theory of thermoelasticity and the moment finite element scheme. The method for determining the natural vibrations of thin-walled shell structures is based on an integrated approach. Modal analysis is carried out taking into account the prestressed and deformed states of the shell at each step of thermomechanical loading. Thus, the problem of determining the natural frequencies and vibration modes of the shell is solved by the step method in two stages.

**Keywords:** elastic shell, universal finite element, thermo-mechanical load, stress-strain state, natural frequency, mode shapes.

### Introduction

Shells, as flexible thin-walled elements of increased strength, are widely used in engineering structures in many industries: from space to construction. Thin-walled shell structures of special equipment can have an almost inexhaustible variety of geometric shapes, based on their functional purpose. They can combine various structural inhomogeneities, such as: ribs and cover plates, reinforced and non-reinforced holes, cavities, channels, local thickenings and thinning, knees of the midsurface and other features, as well as have a complex shape. The behavior of such structures has not been studied enough due to the complexity of taking into account all these factors when constructing governing equations. Thin-walled shell structures can be in

difficult operating conditions under the action of loads of various natures, including mechanical and thermal ones.

Most of the methods for studying thin-walled structures are focused on a relatively limited class of shells, predominantly of canonical form, and simple loading processes, mainly mechanical. Therefore, methods of numerical analysis, primarily the finite element method, are widely used to solve various problems in the study of shell structures [1-6]. The complication of the geometric shape, which actually occurs in every real shell structure, requires the use of refined approaches from the standpoint of the three-dimensional theory of thermoelasticity and the development of 3-d finite elements on this basis. The use of a three-dimensional approach for the study of thin shells has recently been considered in an increasing number of works [3, 4, 7-12] in accordance with global trends in problem solving.

Based on modern approaches to solving this problem, the authors have been carrying out theoretical and practical developments for many years in the direction of creating methods for analyzing the reactions of thin-walled structures to complex thermo-mechanical effects. A finite element method has been developed for studying processes of geometrically nonlinear deformation, buckling, post-buckling behavior, and vibrations of thin thermoelastic inhomogeneous shells with complex-shaped midsurface, geometrical features throughout the thickness under complex thermo-mechanical loading. A number of tasks have been solved. The features of thermoelastic deformation, buckling, post-buckling behavior, and vibrations of thin shells under the action of static thermo-mechanical loads have been identified and analyzed [7-10, 13-16].

This paper is a continuation of previous studies and is aimed at modal analysis of shell structures of complex shape under the action of operational loads.

### **1. Problem statement**

The technique for studying the behavior of thin-walled shell structures of a complicated geometric shape is based on the use of the finite-element shell model (FESM) of an inhomogeneous shell and is presented in articles [7-10, 16]. The design model is based on the developed universal spatial finite element. The geometric features of structural elements for a thin shell (constant or varying thickness, knees, ribs, cover plates, holes, cavities, channels, inserts, facets, etc.) and multilayer structure of its material are taken into account. Thin and medium thickness shells of various shapes and structures are considered under the static action of mechanical and temperature loads. The method is created on the basis of the unified positions of the three-dimensional geometrically nonlinear theory of thermoelasticity and the finite elements moment scheme.

As an example of determining the modal characteristics of a shell structure of a complex shape, a three-section cooling tower, called a "three-petal cooling tower" [17, 18], is considered. The cooling tower is a three-dimensional combined system consisting of a thin reinforced concrete three-section shell

and an inclined colonnade. The lower part of the colonnade is rigidly clamped into the ring foundation.

The three-section structure consists of the shells of three cooling towers and it belongs to the unique structures in many respects (Figure 1). Its dimensions: height – 110 m, semi-axes of the ellipse at the base of the petal – 70.77 m and 25.08 m, thickness at the base – 0.7 m, thickness in the narrow part – 0.2 m. Each cooling tower petal is a complex shell. It is an elliptical cone with a linear-variable thickness at heights from 10 to 100 m. In the narrow part (between heights of 100 m and 110 m) it is an elliptical cylinder of constant thickness 0.2 m. The observation deck with 1 m wide is mounted above the narrow part of the cooling tower. This platform is modeled as a rib in the finite element model of the shell. Internal cooling tower diaphragms are considered to be quite rigid. They have not been considered as elastic elements of the cooling tower and, for simplicity, have been taken into account as rigid ties. The exhaust shell of the cooling tower is supported on an inclined colonnade at a height of 10 m. The colonnade is fixed on a rigid base plate. When forming the FESM, it has been assumed that the shell is rigidly clamped at a height of 10 m (Figure 2). Therefore, support columns were not included in the model.

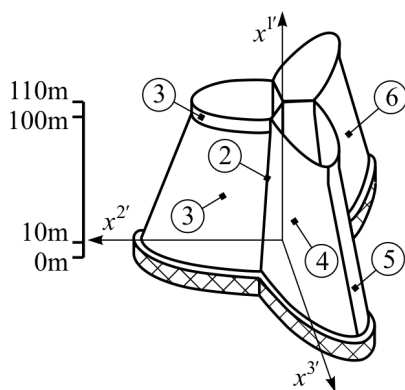


Fig. 1. General view of a c

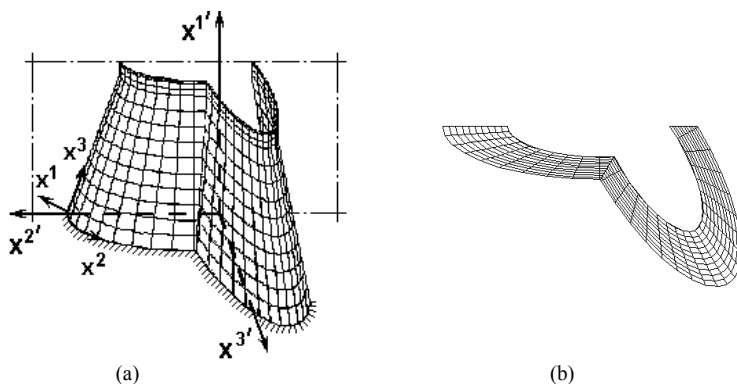


Fig. 2. Design finite element model of a cooling tower:

(a) side view, (b) top view in the plane  $x^2'x^3'$

During operation, the cooling tower is subjected to wind pressure and temperature field. In the computation, these loads are taken as static.

Temperature effects on the shell are caused by technological heating and seasonal fluctuations in the outside air temperature. Three variants of the loads acting on the shell have been accepted: (i) uniform heating of the shell by  $30^{\circ}\text{C}$ , (ii) wind pressure, and (iii) combination of both loads.

## 2. Results of modal analysis

The stages of the formation of the FESM of a three-petal cooling tower are presented in detail in [86, \* 100]. At the first stage of the computations, the stress-strain state of the structure from the impact of the applied operational loads has been analyzed. Based on the analysis of the observed results, the following conclusions can be drawn.

**Deformation analysis.** The grid of the cooling tower deformed from the action of loads and their top view are shown in Fig. 3. It can be seen that the side walls of the cooling tower are bent inside the FESM due to the wind load and the combination of loads. With uniform heating, the sidewalls of the cooling tower bend outward.

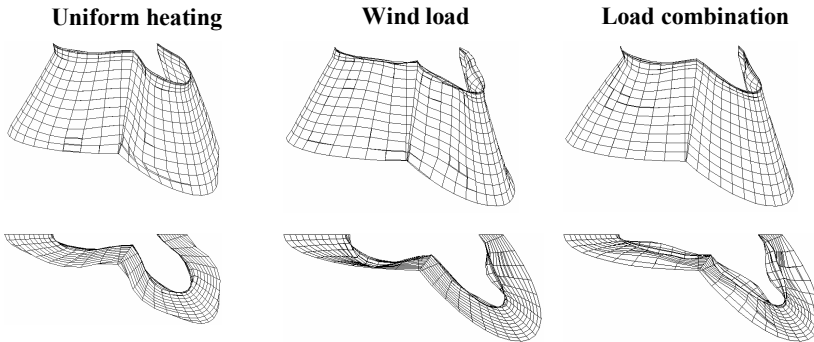


Fig. 3. Deformation shapes of the FESM under various thermo-mechanical loads

**Stress analysis.** The stress state of the cooling tower from the action of operational loads can be estimated by the obtained moiré fringes of bending and membrane stresses (Fig. 4). With uniform heating, the maximum bending stresses occurs at the bottom on the sides of the conical part of the petal, the minimum stresses are located at the bottom of the joint of the petals. The maximum membrane stresses are on the sides of the petals at the bottom of the structure, nearer to the joint. The wind load creates the maximum bending stresses at the top of the conical part of the petal, the maximum membrane stresses are at the bottom of the fracture of the petals. When there is a combination of loads, the maximum bending and membrane stresses are obtained in the support zone of the side parts of the petals. When there is a combination of loads, maximum bending and membrane stresses have been obtained in the petal support zone.

At the second stage of the research, a modal analysis of the structure has been carried out. The effect of operation loads on natural frequencies and



modes of vibration has been investigated. The comparison has been carried out with the dynamic characteristics of the structure, which is in a load-free state.

Heating and the action of wind load had little effect on the change in vibration frequencies relative to the unloaded state (less than 1%, Table 1). The vibration modes accordingly also changed a little bit. The combination of loads led to an increase in first four natural frequencies, respectively by 34.33, 28.65, 39.03, and 43.08%. The vibration modes are shown in Fig. 5. Here (a) is the initial unstressed state of the cooling tower; (b) is the effect of a combination of two loads.

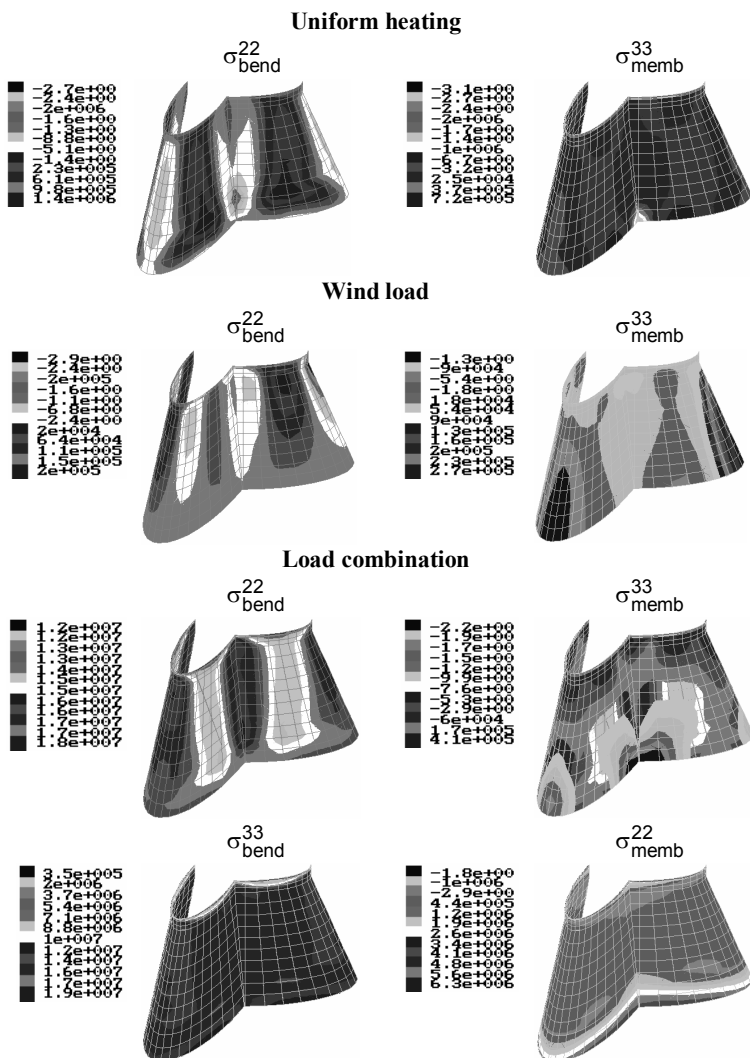


Fig. 4. Visualization of stresses using moiré fringes

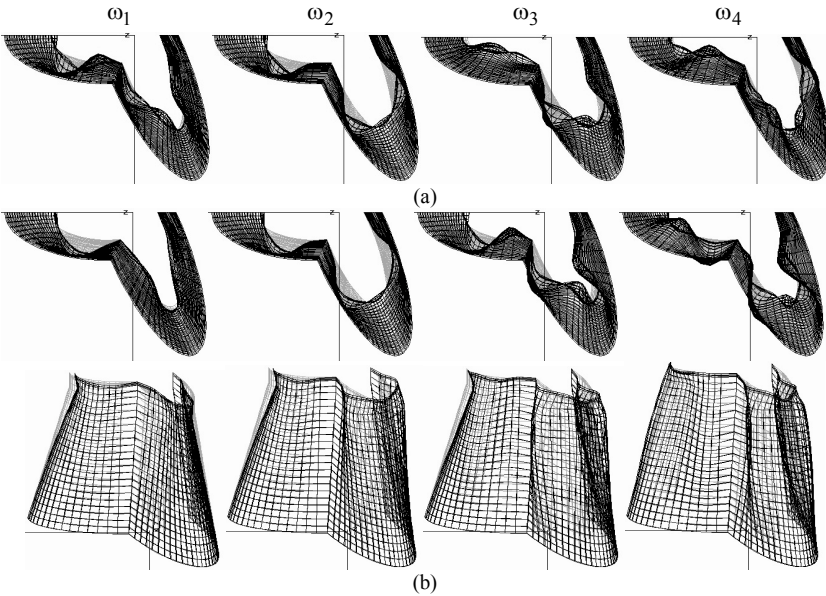


Fig. 5. Vibration modes of the cooling tower: (a) initial state; (b) load combinations

Table 1

Load	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
The initial state	1.3491	1.4515	1.4661	1.6334
Uniform heating	1.3513 0,16%	1.4689 1,20%	1.4777 0,79%	1.6420 0,53%
Wind load	1.3489 -0,01%	1.4498 -0,12%	1.4660 -0,007%	1.6320 -0,09%
Load combination	1.8123 34,33%	1.8673 28,65%	2.0384 39,03%	2.3370 43,08%

## Conclusions

Investigation of the stress-strain state and modal analysis of the shell structure of complex shape and structure have been carried out. A three-petal cooling tower is considered which is under the action of operational loads. The effect of three types of load on the behavior of a cooling tower has been investigated: heating, wind effect, and a combination of the indicated loads. Investigations have shown the effectiveness of using the method for analyzing shells of complex shapes and structures in real operating conditions.

## REFERENCES

1. *Chapelle D., Bathe K.J.* The finite element analysis of shells – Fundamentals. Series: Computational fluid and solid mechanics. – Berlin; Heidelberg: Springer, 2011. – 410 p.

2. Reddy J.N. Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells, Second Edition - CRC Press, 2006. – 568 p.
3. Metod konechnykh elementov v mehanike tverdykh tel / A.S.Saharov, V.N.Kislookij, V.V.Kirichevskij i dr. - K.: Visha shk. Golovnoe izd-vo, 1982. - 480 s. [The finite element method in mechanics] (rus).
4. Golovanov A.I., Tyuleneva O.N., Shigabutdinov A.F. Metod konechnykh elementov v statike i dinamike tonkostennykh konstrukcij. – M.: FIZMATLIT, 2006. - 392 s. [The finite element method in the statics and dynamics of thin-walled structures] (rus).
5. Gureeva N.A., Klochkov Yu.V., Nikolaev A.P., Yushkin V.N. Stress-strain state of shell of revolution analysis by using various formulations of three-dimensional finite elements // Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings, 2020. – 16(5). – P. 361–379.
6. Bischoff M., Ramm E., Irlinger J. Models and finite elements for thin-walled structures // Encyclopedia of Computational Mechanics Second Edition. – 2018. – P. 1-86.
7. Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovey M.O. Nelineynye deformuvannya ta stiykist pruzhnykh obolonok neodnorodnoyi strukturi. – K.: ZAT «Vipol», 2010. – 316 s. [Nonlinear deformation and stability of elastic shells with inhomogeneous structure. Kyiv: CJSC “VIPOL”, 2010. – 316s.] (ukr).
8. Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovey N.A. Nelineynoe deformirovanie i ustoychivost uprugih obolochek neodnorodnoy struktury: Modeli, metody, algoritmy, maloizuchennyye i novyye zadachi. – M.: Knizhnyy dom «LIBROKOM», 2013. – 336 s. [Nonlinear deformation and stability of elastic shells of inhomogeneous structure: Models, methods, algorithms, poorly-studied and new problems. – Moscow: publishing house "LIBROKOM", 2013. – 336 s.] (rus).
9. Bazhenov V., Krivenko O. Buckling and Natural Vibrations of Thin Elastic Inhomogeneous Shells. – LAP LAMBERT Academic Publishing. Saarbrücken, Deutschland, 2018. – 97 p.
10. Solovey N.A., Krivenko O.P., Malygina O.A. Konechnoelementnye modeli issledovaniya nelinejnogo deformirovaniya obolochek stupenchato-peremennoy tolshiny s otverstiyami, kanalami i vyemkami [Finite element models for the analysis of nonlinear deformation of shells stepwise-variable thickness with holes, channels and cavities // Magazine of Civil Engineering, 2015. – No. 1. – Pp. 56-69.] (rus).
11. Yakupov S.N., Kiyamov I.H. Analiz NDS sfericheskikh obolochek trekhmernymi elementami [Analysis of the mode of deformation of spherical covers three-dimensional elements] // Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings, 2014. – № 2. – P. 76-80. (rus)
12. Lekomtsev S.V. Konechno-elementnyye algoritmy raschota sobstvennykh kolebaniy trokhmernykh obolochek // Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred. – 2012. – T. 5. – №. 2. – S. 233-243 [Finite-element algorithms for calculation of natural vibrations of three-dimensional shells // Computational Continuum Mechanics, 2012. – Vol. 5. – Issue 2. – P. 233-243] (rus)
13. Krivenko O.P. Effect of static loads on the natural vibrations of ribbed shells // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2018. – Issue 101. – P. 38-44.
14. Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Vorona Yu.V. Effect of heating on the natural vibrations of thin parabolic shells // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2019. – Issue 103. – P. 3-16.
15. Bazhenov V.A., Krivenko O.P. Buckling and vibrations of the shell with the hole under the action of thermomechanical loads // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 104. – P. 136-146.
16. Bazhenov V.A., Solovei N.A., Krivenko O.P., Mishchenko O.A. Modelirovaniye nelineynogo deformirovaniya i poteri ustoychivosti uprugikh neodnorodnykh obolochek [Modeling of Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Inhomogeneous Shells] // Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings, 2014. – Issue 5. – P. 14-33. (rus).
17. Gordon L.A., Zhunusov T.ZH., Itskov I.Ye., Korchinskaya O.A. Napryazhennoye sostoyaniye bashennykh gradiren pri real'nom opiranii // Beton i zhelezobeton, 1985. – N 9. – C. 11-12 [Stressed state of tower cooling towers under real support // Concrete and reinforced concrete, 1985. – Issue 9. – P. 11-12] (rus).
18. Korchinskaya O.A. Zhelezobetonnyye gradirni bol'shoy proizvoditel'nosti: konstruktivnyye osobennosti, napryazhennoye sostoyaniye: Avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.01 / NII betona i zhelezobetona Gosstroya SSSR. – M., 1988. – 24 s. [Reinforced concrete cooling towers of high performance: design features, stress state: Avtoref. dis. ... Cand. tech. Sciences: 05.23.01 / Research Institute of concrete and reinforced concrete of the USSR State Construction Committee] (rus).

*Баженов В.А., Кривенко О.П., Козак А.А.*

### **МОДАЛЬНИЙ АНАЛІЗ СКЛАДНОЇ ОБОЛОНКОВОЇ КОНСТРУКЦІЇ, ЩО ЗНАХОДИТЬСЯ ПІД ДІЄЮ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ НАВАНТАЖЕНЬ**

Наведено результати розрахунку деформування і коливань складної оболонкової конструкції під дією експлуатаційних навантажень. Трьохсекційна градирня, звана трипелостковою градирнею, відноситься до тонкостінних конструкцій складної форми. Розглянуто три варіанти навантажень на оболонку: вітровий тиск, нагрів і поєднання навантажень. Розрахункова модель оболонки складної форми побудована за допомогою розробленого універсального просторового скінченного елемента. Універсальний просторовий скінченний елемент дозволяє врахувати геометричні особливості конструктивних елементів тонкої оболонки (стала або змінна товщина, злами, ребра, накладки, отвори, виїмки, канали, вставки, гранованість), а також багатшарову структуру матеріалу. За методикою розглядаються тонкі і середні товщини оболонки різної форми і структури. Оболонки знаходяться під дією статичних силових і температурних навантажень. Скінченноелементний метод створено на основі єдиних позицій просторової геометрично нелінійної теорії термопружності та моментної схеми скінченних елементів. Методика дослідження власних коливань тонкостінних оболонкових конструкцій з урахуванням дії статичного термосилового навантаження спирається на комплексний підхід. Модальний аналіз виконується з урахуванням попередньо напруженого та деформованого станів оболонки на кожному кроці її термосилового навантаження. Таким чином задача з визначення власних частот і форм коливань оболонки розв'язується кроковим методом за два етапи.

**Ключові слова:** пружна оболонка, універсальний скінченний елемент, термосилове навантаження, напружено-деформований стан, власна частота, форма коливань.

*Баженов В.А., Кривенко О.П., Козак А.А.*

### **МОДАЛЬНИЙ АНАЛІЗ СЛОЖНОЙ ОБОЛОЧЕЧНОЙ КОНСТРУКЦИИ, НАХОДЯЩЕЙСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ НАГРУЗОК**

Приведены результаты расчета деформирования и колебаний сложной оболочечной конструкции под действием эксплуатационных нагрузок. Трехсекционная градирня, называемая трехпелестковой градирней, относится к тонкостенным конструкциям сложной формы. Рассмотрены три варианта нагрузок на оболочку: ветровое давление, нагрев и объединение нагрузок. Расчетная модель оболочки сложной формы построена на основе разработанного универсального пространственного конечного элемента. Универсальный пространственный конечный элемент позволяет учесть геометрические особенности конструктивных элементов тонкой оболочки (постоянная или переменная толщина, изломы, ребра, накладки, отверстия, выемки, каналы, вставки, граненность), а также многослойную структуру материала. Методика позволяет рассматривать тонкие и средние толщины оболочки различной формы и структуры. Оболочки находятся под действием статических силовых и температурных нагрузок. Конечноеэлементный метод основан на единичных позициях трехмерной геометрически нелинейной теории термоупругости и моментной схемы конечных элементов. Методика определения собственных колебаний тонкостенных оболочечных конструкций основана на комплексном подходе. Модальный анализ проводится с учетом преднапряженного и деформированного состояний оболочки на каждом шаге ее термомеханического нагружения. Таким образом, задача определения собственных частот и форм колебаний оболочки решается шаговым методом в два этапа.

**Ключевые слова:** упругая оболочка, универсальный конечный элемент, термосиловая нагрузка, напряженно-деформированное состояние, собственная частота, форма колебаний.

УДК 539.3

*Баженов В.А., Кривенко О.П., Козак А.А.* Модальний аналіз складної оболонкової конструкції, що знаходиться під дією експлуатаційних навантажень // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 5-13. – Англ.

*Досліджено вплив експлуатаційних навантажень на напружено-деформований стан і коливання трипелосткової градирні.*

Табл. 1. Іл. 5. Бібліогр. 18 назв.

UDC 539.3

*Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Kozak A.A. Modal analysis of a complex shell structure under operational loads // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – К.: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 5-13.*

*Effect of operating loads on the stress-strain state and vibrations of a three-petal cooling tower is investigated.*

Tabl. 1. Fig. 5. Ref. 18.

*Баженов В.А., Кривенко О.П., Козак А.А. Потеря устойчивости и колебания оболочки с отверстием под действием термосиловой нагрузки // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вып. 106. – С. 5-13. - Англ.*

*Исследовано влияние эксплуатационных нагрузок на напряженно-деформированное состояние и колебания трехлепестковой градирни.*

Табл. 1. Ил. 5. Библиогр. 18 назв.

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри будівельної механіки, директор НДІ будівельної механіки БАЖЕНОВ Віктор Андрійович

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-5802-9848>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА КРИВЕНКО Ольга Петрівна

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

**Робочий тел.:** +38(044) 245-48-29.

**мобільний тел.:** +38(066) 048-32-77

**E-mail:** [olakor@ukr.net](mailto:olakor@ukr.net)

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-1623-9679>

**Автор:** асистент кафедри будівельної механіки КНУБА КОЗАК Андрій Анатолійович;

**Адреса робоча:** 03680, Київ, Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОЗАКУ Андрію Анатолійовичу;

**Робочий тел.:** +38(044)248-32-37;

**Мобільний тел.:** +38(066)199-70-36;

**E-mail:** [kozak.aa@knuba.edu.ua](mailto:kozak.aa@knuba.edu.ua)

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-3192-1430>

UDC 539.375

**DETERMINATION OF CRACK RESISTANCE OF A TANK WITH A SEMI-ELLIPTIC CRACK****S.O. Pyskunov<sup>1</sup>**,  
Dr. Sci.**O.O. Shkryl<sup>2</sup>**,  
Dr. Sci.**Yu.V. Maksimyuk<sup>2</sup>**,  
Dr. Sci.<sup>1</sup>*National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"*  
*Peremogy ave., 37, Kyiv, 03056*<sup>2</sup>*Kyiv National University of Construction and Architecture,*  
*Povitroflotsky Ave., 31, Kyiv, 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.14-21

The estimation of a stress-strain state of a steel vertical tank with an initial semi-elliptical crack under the action of hydrostatic pressure is performed. The distribution of stress intensity factors along the crack front is obtained. A comparison of the results obtained using of semi-analytic finite element method and of finite elements, being used in different software packages, is made.

**Keywords:** finite element method (FEM), elliptic crack, stress intensity factor, reservoir.

**Introduction.** The occurrence of crack-like defects is a common phenomenon in the operation of vertical steel tanks (VST). Such defects can occur both as a result of violation of the manufacture requirements or tank installation procedures, as during operation process. Such defects increase significantly and turn into cracks over the time. According to current regulations, the operation of VST with cracks is prohibited. At the same time, the organization, that operating the tanks, does not have the opportunity to perform repairs immediately often. However, the cases of trouble-free operation of tanks with non-through surface cracks at the stage of their sustainable growth, which are confirmed by model calculations, are known.

The most probable areas of cracks occurrence in tanks are:

- connection area of the wall and the bottom of the tank;
- connections of hatches and other elements;
- vertical welds, especially in the lower part of tank (wall panels in the lower rows), as a zone of maximum internal hydrostatic pressure;
- upper part of tank as the zone of pressure variation as a result of change of tank filling and condensate action.

Among the various crack-like defects the vertically oriented cracks are the most dangerous. Such cracks can have different shapes, but the most common model of them using in the estimated calculations of structures are semi-elliptical cracks. This type of cracks, in particular, is expected to be considered when assessing the bearing capacity of equipped NPPs. Therefore, the semi-elliptical

crack is considered in this work to demonstrate the procedure and possibilities of finite element analysis of the crack resistance of the HRV-5000 tank.

It is well known that the main factor influencing the level of stresses in the tank is the hydrostatic pressure due to filling of the oil product. Therefore, in this work, the crack resistance of the tank was determined precisely under the action of this load. However, it should be noted that the final assessment of the load-bearing capacity of such structures requires taking into account of loads, related to the influence of the external environment, in particular - temperature, wind pressure and others. The initial defect was taken in the form of a semi-elliptical crack located on outside surface of the wall panel of the lower part of tank.

The estimation of the crack resistance requires the calculation of the fracture mechanics parameters [1, 2]. Both direct and energy methods are widely used to solve this problem. Because the tank is a body of rotation it is effectively to use the semi-analytical variant of finite element method (SFEM) for finite element modeling [2, 9]. The procedures of the fracture mechanics parameters calculation and issues of the results reliability in spatial bodies using SFEM are reflected in the works of the authors quite fully [2-8]. Given the assumption of elastic (linear) deformation of the tank, it is advisable to use a stress intensity factor (SIF). The solution of the problem of SIF calculation is performed mainly by numerical methods, among which finite element method (FEM) is the most widespread.

**SIF calculation for a semi-elliptical crack in a tank wall.** The geometric scheme of the HRV-5000 tank and the initial data are shown in Fig. 1 and in Table 1. Mechanical characteristics of material:  $E = 2,1 \cdot 10^5$  MPa,  $\nu = 0,3$ . The maximum level of filling the tank with petroleum products was accepted 95% of its height.

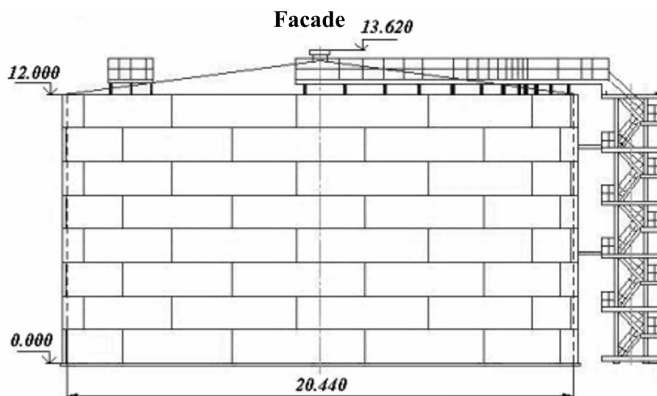


Fig. 1. Steel vertical tank HRV-5000

The stress distribution along the height of the tank, obtained on the basis of FEM when calculating the tank without a crack, at some distance from the

bottom of the tank coincides well to the values of stresses, calculated according to the well known relation of the moment-less shell theory (Fig. 2).

Table 1

Wall height, m	12
Height of panel, m	1.5
Level of oil product filling, m	11.36
Estimated wall thickness (by rows of panels, numbering of rows - from bottom to top), mm	1st row - 8.7 2nd row - 6.7 3rd row - 5.7 4th-8th row - 4.7
Density of oil product, kg/m <sup>3</sup>	820

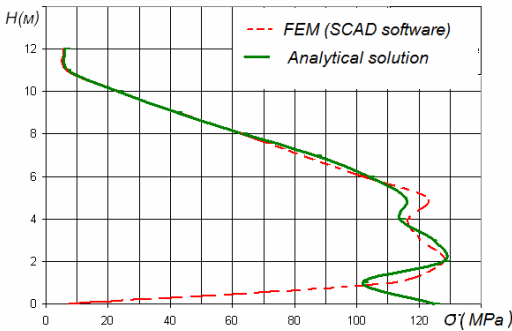


Fig. 2. Stress distribution along the height of the tank wall

The stress distribution along the height of the tank, obtained on the basis of FEM when calculating the tank without a crack, at some distance from the bottom of the tank coincides well to the values of stresses, calculated according to the well known relation of the moment-less shell theory (Fig. 2).

The calculation of the tank in the presence of the initial crack, the location of which is shown in Fig. 3(a) was carried out next. A fragment of the tank wall panels in the lower row is considered as a design scheme (Fig. 3(b)).

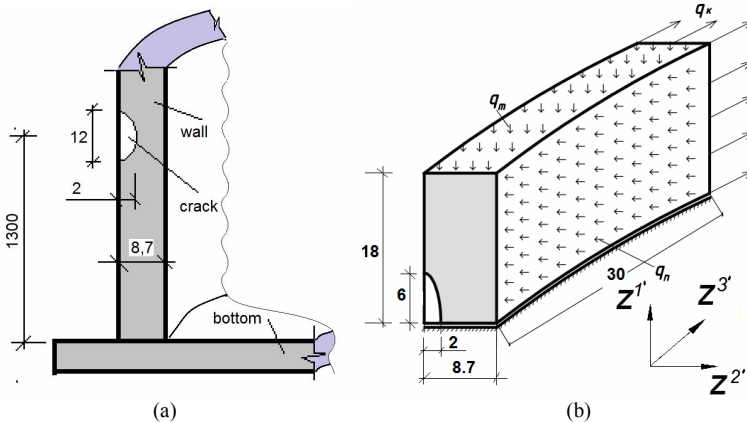


Fig. 3. The location of the crack in the wall of the tank (a) and the calculation scheme of the wall fragment with a crack (b)



In addition to the effective hydrostatic pressure  $q_n$  on the inner wall, the fragment was loaded by forces acting in the wall towards the circular and meridian directions ( $q_k$  and  $q_m$  respectively). The values of these loads were determined using the stress distributions obtained in the calculation of the tank as a whole and acting in the corresponding sections, which are limit the fragment with crack.

The crack modeling was made due to the implementation of the relevant boundary conditions. The surface of the crack located in the plane  $z^1 - z^2$  (marked in white in Fig. 3(b)). It is considered free from attachments along  $z^3$ . All other points of the end surface (marked in gray in Fig. 3(b)) are fixed along  $z^3$ .

Fig. 4 shows three-dimensional FEM (a) and semianalytical FEM (SFEM, b) discrete models of a wall fragment of the tank with a crack. The “SCAD” software package was used to obtain and calculate the three-dimensional FEM discrete model. Studies of the results convergence showed that to obtain reliable values of displacements the finite element dimensions along the crack front should be at least 10 times smaller than the crack size along the wall thickness (Fig. 4(a)).

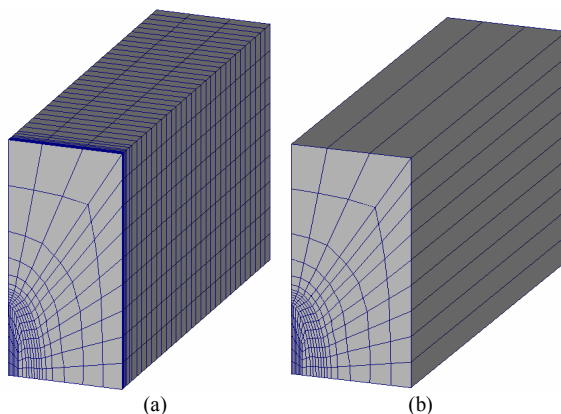


Fig. 4. Discrete models of FEM (a) and SFEM (b)

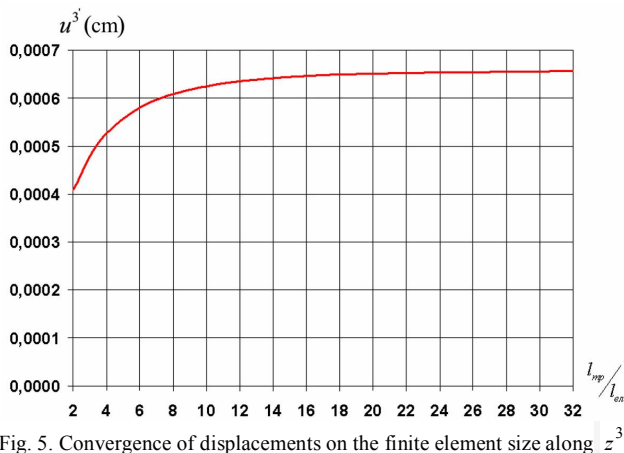


Fig. 5. Convergence of displacements on the finite element size along  $z^3$

The distribution of displacement and stress values along the crack front (Fig. 6 and Fig. 7), obtained with the use of FEM and SFEM coincide with each other, which justifies the results reliability.

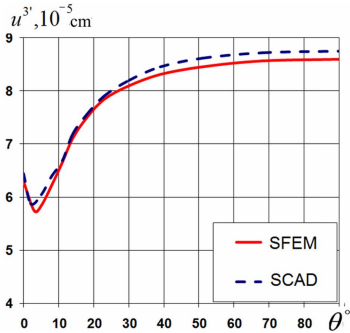


Fig. 6. Distribution of displacements along the crack front

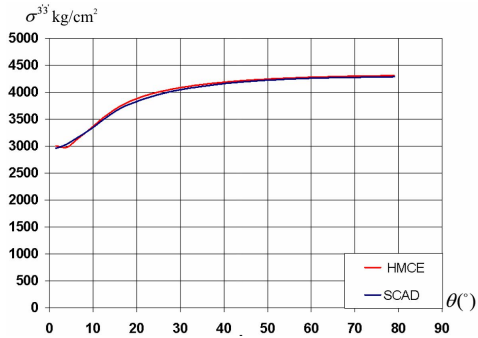


Fig. 7. Stress distribution along the crack front

The obtained SIF values differ along the crack front by 50%. The minimum value of SIF acquires at the point of the front, which is located on the outer surface of the tank. The maximum value of SIF acquires at the point of the front that is furthest from the outer surface.

The obtained results show the uneven distribution of SIF along the crack front, the receipt of which requires the calculation of such problems in the spatial setting.

Determination of SIF by the direct method is performed on the basis of displacements values being calculated in the vicinity of the crack front. Determination of SIF by the energy method is based on the method of reactions. Its effectiveness is confirmed by numerical solutions of test problems [7, 8]. The SIF distribution along the crack front obtained using SFEM by both direct and energy methods almost coincides and agrees well with the values of SIF calculated by the direct method when using three-dimensional FEM (Fig. 8).

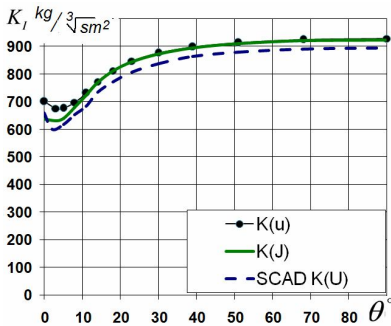


Fig. 8. Distribution of SIF along the crack front

Comparison of the received SIF values with the admissible one, established with regulatory documents, can give the possibility to estimate safety of operation of the tank with a crack.

## REFERENCES

1. *Mekhanika ruinuvannia*. Spetskurs: navchalnyi posibnyk [Fracture Mechanics. Special course: educational manual (in Ukrainian)] / O.O.Shkryl. - Kyiv: KNUBA, 2020. – 104 p.
2. *Napivanalitichnyi metod skinchenykh elementiv u zadakhakh ruinuvannia til z trishchynamy* [Semi-analytical method of finite elements in problems of fracture of bodies with cracks (in Ukrainian)] / Bazhenov V.A., Pyskunov S.O., Shkryl O.O. – Kyiv: Karavela publisher, 2017. – 208 p.
3. *Pyskunov S. O., Shkryl O.O.* Vyznachennia trishchynostiikosti zakhysnoi obolonky yadernoho reaktoru pry termosylovomu navantazheni [Determination of crack resistance of the protective shell of a nuclear reactor under thermal load (in Ukrainian)] // Strength of materials and theory of structures. – 2018. – No.101. – PP. 60-66.
4. *Pyskunov S.O., Shkryl O.O., Maksymiuk Yu.V.* Vyznachennia trishchynostiikosti rotora parovoї turbiny pry dii obiemnykh syl [Determination of crack resistance of a steam turbine rotor under the action of volumetric forces (in Ukrainian)] // Strength of materials and theory of structures. – 2019. – No.103. – PP. 57-62.
5. *Pyskunov S.O., Shkryl O.O., Mytsiuk S.V.* Priamyi metod vyznachennia koefitsientiv intensyvnosti napruzhen v pryzmatychnykh ta prostorovykh nezamknenykh tilakh obertannia pry statychnomu navantazheni [Direct method for determining stress intensity coefficients in prismatic and spatial open bodies of rotation under static load (in Ukrainian)] // Strength of materials and theory of structures. – 2016. – No. 97. – PP. 3-14.
6. *Shkryl O.O.* Vyznachennia G na osnovi obchyslennia invariantnykh obiemnykh intehraliv metodom reaktsii [Determination of G based on the calculation of invariant volume integrals by the reaction method (in Ukrainian)] // Strength of materials and theory of structures. – 2017. – No.98. – PP.31-42.
7. *Bazhenov, V.A., Gulyar, A.I., Pyskunov, S.O., Shkryl', A.A.* Validity of a Modified Method of Evaluating the Invariant J-integral for Elastoplastic Deformation of Prismatic Solids / International Applied Mechanics. – 2018, v.54 – No.4. – PP. 378–383.
8. *Bazhenov V., Pyskunov S., Shkryl O.* A methodology of determining of parameter J\* in discrete models of finite element method // Strength of materials and theory of structures. – 2017. – No.99. – C. 33-44.
9. *Bazhenov, V.A., Pyskunov S.O., Solodey I.I.* Continuum mechanics: semi-analytical finite element method. - Cambridge Publisher, 2019. - 216 p.

*Стаття надійшла до редакції 03.03.2021*

*Пискунов С.О., Шкріль О.О., Максим'юк Ю.В.*

## **ВИЗНАЧЕННЯ ТРИЩИНІСТІЙКОСТІ РЕЗЕРВУАРА З НАПІВЕЛІПТИЧНОЮ ТРИЩИНОЮ**

Виникнення тріщиноподібних дефектів є поширеним явищем у процесі експлуатації вертикальних сталених резервуарів (ВСР). Такі дефекти можуть виникати як на початку роботи резервуарів, що може бути пов'язаним із порушенням умов виготовлення або монтажу елементів резервуару, так і в процесі експлуатації. З часом такі дефекти суттєво збільшуються і перетворюються на тріщини. Існуючі норми забороняють експлуатацію ВСР з тріщинами. В той же час в організації, яка експлуатує резервуар, не завжди є можливість одразу виконати ремонт. З практичного досвіду, відомі випадки безаварійної експлуатації резервуарів із не наскрізними поверхневими тріщинами на стадії сталого росту, які підтверджуються модельними розрахунками. В роботі проводиться аналіз тріщинистості резервуара ВСР-5000 з напівеліптичною тріщиною під дією гідростатичного тиску. Рівень заповнення резервуара нафтопродуктами складає 95% від його висоти. Напівеліптична тріщина розташована в панелі нижнього поясу стінки із зовнішньої сторони. Визначення тріщинистості резервуара з тріщиною виконується на основі коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН). Для визначення КІН використано прямий та енергетичні методи. Визначення напружено-деформованого стану виконується на основі напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ). Розподіл КІН вздовж фронту тріщини, отриманий прямим та енергетичним методами в НМСЕ добре узгоджується із значеннями КІН, обчисленими при використанні тривимірного МСЕ. Отримані величини КІН відрізняються вздовж фронту

тріщини на 50%. Мінімальні значення КІН набуває в точці фронту, що розташована на зовнішній поверхні резервуара. Максимальне значення КІН набуває в точці фронту, що найбільш віддалена від зовнішньої поверхні. Отримані результати показують нерівномірність розподілу КІН вздовж фронту тріщини, отримання якого вимагає розрахунку таких задач в просторовій постановці.

**Ключевые слова:** метод скінченних елементів (МКЕ), еліптична тріщина, коефіцієнт інтенсивності напружень, резервуар.

*Pyshkunov S.O., Shkryl O.O., Maksymiuk Yu.V.*

#### **DETERMINATION OF CRACK RESISTANCE OF A TANK WITH A SEMI-ELLIPTIC CRACK**

The occurrence of crack-like defects is a common phenomenon in the operation of vertical steel tanks (VST). Such defects can occur both at the beginning of the operation of the tanks, which may be associated with a violation of the manufacture conditions or the installation procedures of the tank elements and during operation. Over time, such defects increase significantly and turn into cracks. Existing regulations prohibit the operation of VST with cracks. At the same time, the organization that operates the tank does not always have the opportunity to perform repairs immediately. There are cases of trouble-free operation of tanks with non-through surface cracks at the stage of sustainable growth, which are confirmed by model calculations are known from practical experience. The analysis of crack resistance of the VST-5000 tank with a semi-elliptical crack under the action of hydrostatic pressure is carried out in the work. The level of filling the tank with petroleum products is 95% of its height. The semi-elliptical crack is located on outside surface of the wall panel in lower row of cladding. Determination of crack resistance of a tank with a crack is performed on the basis of stress intensity factors (SIF). Direct and energy methods were used to SIF calculation. Determination of the stress-strain state is performed on the basis of the semi-analytical finite element method (SFEM). The SIF distribution along the crack front obtained using SFEM by both direct and energy methods almost coincides and agrees well with the values of SIF calculated by the direct method when using three-dimensional FEM. The obtained values of SIF differ along the crack front by 50%: the minimum value of SIF acquires at the point of the front, which is located on the outer surface of the tank, the maximum one - at the point of the front inside the wall that is furthest from the outer surface. The obtained results show the quite uneven SIF distribution along the crack front, so that the calculation of such problems requires the spatial setting of problem.

**Keywords:** finite element method (FEM), elliptic crack, stress intensity factor, reservoir.

*Пискунов С.О., Шкрыль А.А., Максимюк Ю.В.*

#### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ РЕЗЕРВУАРА С ПОЛУЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНОЙ**

Проведена оценка напряженно-деформированного состояния резервуара с начальной полуэллиптической трещиной при действии внутреннего гидростатического давления от заполняющей жидкости. Получено распределение коэффициентов интенсивности напряжений вдоль фронта трещины.

**Ключевые слова:** метод конечных элементов (МКЭ), эллиптическая трещина, коэффициент интенсивности напряжений, резервуар.

УДК 539.375

*Пискунов С.О., Шкрыль О.О., Максимюк Ю.В.* **Визначення тріщиностійкості резервуара з напівеліптичною тріщиною** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 14-21.

*Проведена оцінка напружено-деформованого стану резервуара з початковою напівеліптичною тріщиною при дії гідростатичного тиску. Отриманий розподіл коефіцієнтів інтенсивності напружень вздовж фронту тріщини.*

Табл. 1. Іл. 7. Бібліогр. 9 назв.

UDC 539.375

*Pyskunov S.O., Shkryl O.O., Maksimyuk Yu.V. Determination of crack resistance of a tank with elliptical crack // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 14-21.*

*The assessment of the stress-strain state of a reservoir with an initial semi-elliptical crack under the action of hydrostatic pressure has been carried out. The distribution of stress intensity factors along the crack front is obtained.*

Tabl. 1. Fig. 7. Ref. 9.

УДК 539.375

*Пискунов С.О., Шкрыль А.А., Максимюк Ю.В. Определение трещиностойкости резервуара с полуэллиптической трещиной // Сопроотивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вып. 106. – С. 14-21.*

*Проведена оцінка напружено-деформованого станю резервуара с начальной полуэллиптической трещиной при действии гидростатического давления. Получено распределение коэффициентов интенсивности напряжений вдоль фронта трещины.*

Табл. 1. Ил. 7. Библиогр. 9 назв.

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** професор, доктор технічних наук, завідувач кафедрою динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» Пискунов Сергій Олегович.

**Адреса:** 03056 Україна, м. Київ, просп. Перемоги 37, Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів.

**Мобільний тел.:** +38(050) 962-66-14

**Імейл:** s.piskunov@kpi.ua

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-3987-0583>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** професор, доктор технічних наук, професор кафедри будівельної механіки КНУБА Шкрыль Олексій Олександрович.

**Адреса:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.

**Мобільний тел.:** +38(050) 307-61-49.

**Імейл:** alexniism@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0851-4754>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** професор, доктор технічних наук, професор кафедри будівельної механіки КНУБА Максим'юк Юрій Всеволодович.

**Адреса:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.

**Робочий тел.:** +38(044) 241-55-38.

**Мобільний тел.:** +38(067) 230-94-72.

**Імейл:** maximyuk@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-5814-6227>

UDC 539.3

**TRANSIENT CHAOS IN PLATFORM-VIBRATOR WITH SHOCK****V.A. Bazhenov,****O.S. Pogorelova,****T.G. Postnikova***Kyiv National University of Construction and Architecture  
31, Povitroflotskyave., Kyiv, Ukraine, 03037*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.22-40

Platform-vibrator with shock is widely used in the construction industry for compacting and molding large concrete products. Its mathematical model, created in our previous work, meets all the basic requirements of shock-vibration technology for the precast concrete production on low-frequency resonant platform-vibrators. This model corresponds to the two-body 2-DOF vibro-impact system with a soft impact. It is strongly nonlinear non-smooth discontinuous system. This is unusual vibro-impact system due to its specific properties. The upper body, with a very large mass, breaks away from the lower body a very short distance, and then falls down onto the soft constraint that causes a soft impact. Then it bounces and falls again, and so on. A soft impact is simulated with nonlinear Hertzian contact force. This model exhibited many unique phenomena inherent in nonlinear non-smooth dynamical systems with varying control parameters. In this paper, we demonstrate the transient chaos in a vibro-impact system. Our finding of transient chaos in platform-vibrator with shock, besides being a remarkable phenomenon by itself, provides an understanding of the dynamical processes that occur in the platform-vibrator when varying the technological mass of the mold with concrete. Phase trajectories, Poincaré maps, graphs of time series and contact forces, Fourier spectra, the largest Lyapunov exponent, and wavelet characteristics are used in numerical investigations to determine the chaotic and periodic phases of the realization. We show both the dependence of the transient chaos on the control parameter value and the sensitive dependence on the initial conditions. We hope that this analysis can help avoid undesirable platform-vibrator behaviour during design and operation due to inappropriate system parameters, since transient chaos may be a dangerous and unwanted state of a vibro-impact system.

**Keywords:** platform-vibrator, vibro-impact, technological mass, mold with concrete, transient chaos, dependence on initial conditions.

*Keep an eye on the potential appearance  
transient chaos since this phenomenon is an  
inexhaustible source of challenge and  
inspiration.*

TamasTél [1]

**1. Introduction**

Platform-vibrator with shock is an equipment widely used in the construction industry for compaction and molding large-sized concrete products. Its appearance is shown in Fig. 1.

In [2], the basic requirements of the shock-vibration technology for the precast concrete production on low-frequency resonant platform-vibrators are described. We have described in detail the creation of a mathematical model of

a platform-vibrator that uses shock to produce asymmetric oscillations. It was shown that the created model meets all the basic requirements for a real machine. It provides:  $T$ -periodic steady-state movement after passing the transient process; the appropriate value of mold oscillations amplitude  $A = 0.76$  mm; the satisfactory value of the asymmetry coefficient – the ratio of lower acceleration to the upper acceleration  $\frac{w_L}{w_U} = 3.6$ .



Fig. 1. Appearance of the platform-vibrator with shock that widely used in the construction industry for compaction and molding large concrete products

The created mathematical model corresponds to the two-body 2-DOF vibro-impact system (Fig. 3). It is strongly nonlinear non-smooth discontinuous system.

This is unusual vibro-impact system due to its specific properties. The upper body (mold with concrete) with a very large mass breaks away from the lower body (platform-vibrator table with attached rubber gasket) at a very short distance during vibrational motion. Both bodies move separately and then the upper body falls down onto the soft constraint. The impact that occurs is soft one due to the softness and flexibility of the gasket. The soft impact simulation requires special discussion. After comparing simulations by different methods [3], in particular, linear and nonlinear interactive contact forces, we decided to simulate a soft impact with a nonlinear contact force in accordance with the Hertzian quasistatic contact theory [4, 5].

This model turned out to be appropriate for numerical investigations of a variety of chaotic phenomena. It exhibited many unique phenomena inherent in nonlinear non-smooth dynamical systems with varying control parameters [3, 6]. We have observed chaotic motion, boundary and interior crises, crisis-induced intermittency, coexisting regimes in the hysteresis zone, and transient chaos. The exciting frequency, the technological mass of the upper body (mold with concrete), and the stiffness of vibro-isolating spring were chosen as control parameters.

These phenomena are widely discussed in the scientific literature [7-10].

In this paper, we want to demonstrate precisely the transient chaos in a vibro-impact system.

To our knowledge, there were no prior results on transient chaos in platform-vibrator with shock. This type of example is observed for the first time in the literature. Our finding of transient chaos in platform-vibrator with shock, besides being a remarkable phenomenon by itself, provides an understanding of the dynamical processes that occur in the platform-vibrator when varying the technological mass of the mold with concrete.

This phenomenon is often observed in many theoretical, numerical simulation and experimental investigations. Transient chaos is a common phenomenon of many engineering, physical and biological systems. There are many experimental evidence of transient chaos.

Transient chaos arises and finds applications in a wide variety of disciplines such as physics, chemistry, biology, engineering, economics, and even social sciences. There are many works about it in the world scientific literature [11-20]. These articles consider the emergence of transient chaos and its analysis in different dynamical systems in various branches of science.

In a large article [11] with excellent Figures, a solid analysis of transient chaos in optomechanics is given. The authors find that transient chaos, besides being a physically meaningful phenomenon by itself, provides a resolution of breakdown of quantum-classical correspondence.

The transient chaos regime in a two-dimensional system with discrete time (Hénon map) is considered in [12] by Russian authors from Saratov State University.

In [13], transient chaos in fractional Bloch equations is described. The authors believe that it is very important to study the non-linear Bloch equation in order to better understand the conditions that affect the development of chaos.

In [15], hidden transient chaotic attractors of Rabinovich-Fabrikant system are considered.

The authors believe that the doubly transient chaotic behavior analyzed in [16] is both surprising and significant.

In [17], the authors show the important role of chaotic transients in Celestial Mechanics through the Sitnikov problem.

In [19], the authors have presented the interesting phenomena of transient chaos in a system of three, four and six globally coupled nearly conservative Hamiltonian Duffing oscillators. They have also presented the experimental evidence of transient chaos.

It is shown in [20] that chaotic saddles are responsible for chaotic transients and intermittency in high-dimensional spatiotemporal chaotic systems.

These articles often use the term chaotic saddle. There is an object in the phase space, the chaotic saddle, that is responsible for transient chaos [17]. In a large, comprehensive tutorial [18], they are defined in this way. A nonattracting set, which exists in phase space and is responsible for chaos, is a well-defined fractal, although it is more rarefied than chaotic attractors. This type of chaos is called transient chaos, and the underlying nonattracting set in invertible systems is a chaotic saddle.

Two known scientists who have studied the transient chaos for many years have published a large comprehensive research monograph [21].

They define the transient chaos in such manner. Transient chaos is a phenomenon exhibited by deterministic nonlinear dynamical systems, wherein trajectories starting from randomly chosen initial conditions appear chaotic up to certain time, and then switch over, often quite abruptly, into a final periodic state that governs all the rest of the signal. Then they clarify: transient chaos is the form of chaos due to nonattracting chaotic sets in the phase space. And once again they emphasize: “We accept the definition, used throughout the book, that transient chaos is the dynamics associated with nonattracting chaotic sets”.



The difference between sustained and transient chaos lies in the actual value of average lifetime  $\langle \tau \rangle$ . It is infinite for sustained chaos, but finite for transient one. The lifetime of a transient chaos strongly depends on the initial condition. The average lifetime can be obtained from an ensemble of several observations, although for individual observations, the actual lengths of transients depend sensitively on initial conditions: nearby trajectories typically have drastically different lifetimes. The sensitive dependence on the initial conditions is the basic feature of chaotic dynamics.

It was discovered by the famous scientist E. Lorenz in 1963. He was a theoretical meteorologist. He simulated atmospheric flows and obtained an unexpected result that led him to a powerful insight about the way nature works: small changes in initial data can have large consequences. The idea came to be known as the “butterfly effect”. He titled his paper “Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas?” [22]. And the butterfly effect, i.e., sensitive dependence on initial conditions, has a profound corollary: forecasting the future can be nearly impossible.

Fig. 2 shows the phase trajectories for the Lorenz model. The trajectory outlines a figure, which shape resembles the two butterfly wings. The system goes through a completely predictable loop in one wing and then makes a transition from one wing to another, always unexpectedly and unpredictably.

Transient chaos often precedes the birth of permanent chaos.

In [15], the author writes that transient chaos is ubiquitous in chaotic systems. The author warns that the dynamics on systems with chaotic transients can be unpredictable even finally the system falls into a very simple motion. So, he notes

that transient chaos can be quite disastrous and therefore unwanted, and it can be the cause of catastrophic developments in a dynamic system. Therefore, control of transient chaos can be desirable in some cases.

A systematic investigation of transient chaos began in the late 1970s. A comprehensive investigation of transient chaos originated in 1983 from the discovery that chaotic transients arise typically in systems passing through a type of global bifurcation called crisis [23].

In [21] in 2011, the authors regret: “In spite of the experimental works and the several experiments carried out in the last 20 years, it is possible that due to the limited awareness of the phenomena of transient chaos even among

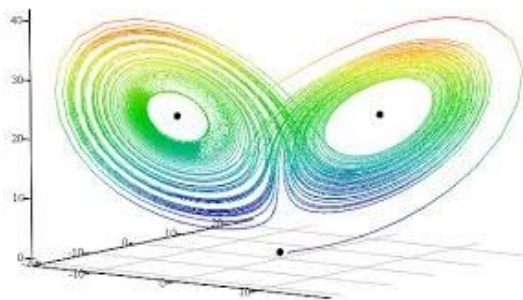


Fig. 2. Two butterfly wings – phase trajectories for Lorenz model. They served as the basis for the term “butterfly effect”, meaning the sensitive dependence of chaotic motion on initial conditions – the main feature of chaotic dynamics

researchers in the nonlinear-dynamics community, transiently chaotic signals were considered to be uninterpretable and were discarded". Therefore, we believe that knowledge of transient chaos can be particularly important and useful due to the growing number of applications in various fields of science and engineering based on or motivated by nonlinear dynamics.

Thus, our study of transient chaos in an unusual vibro-impact system may be interesting from three points of view. Firstly, it adds information to fundamental knowledge of the phenomena that occur in nonlinear dynamical systems. Secondly, it shows the behavior of a specific vibro-impact system (platform-vibrator with shock) with varying the control parameter. Thirdly, it allows to point out at what values of the control parameter an undesirable and possibly dangerous state, such as permanent and transient chaos, can occur.

So, the goals of this paper are:

- to demonstrate the transient chaos and its dependence on the values of the control parameter;
- graphically show the strong dependence of the state of a nonlinear non-smooth discontinuous vibro-impact system on the initial conditions by example of transient chaos and coexisting regimes;
- to show an unwanted range of a control parameter for platform-vibrator with shock, in which dangerous phenomena can occur.

## 2. Brief description of platform-vibrator mathematical model

The two-mass platform-vibrator with shock is one of the successful solutions for vibration equipment that implements shock-vibration technology for concrete mixtures compaction and reinforced products molding [23].

The creation of platform-vibrator mathematical model was described in detail in our papers [2, 3, 6]. Now we have to repeat the basic statements required to understand its dynamical behaviour.

We accept such a design scheme for platform-vibrator with shock (Fig. 3).

Exciting force  $F(t) = P \cos(\omega t + \varphi_0)$ , its period is  $T = 2\pi/\omega$ .

The platform table with mass  $m_1$  is attached to the base by linear vibration isolating spring of stiffness  $k_1$  and a linear dashpot with damping factor  $c_1$ .

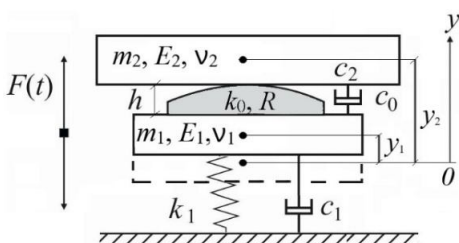


Fig. 3. Design scheme for platform-vibrator with shock. Platform table with attached rubber gasket is attached to the base with a linear vibro-isolating spring. The mold with concrete is installed on the gasket without fastening

Exciting external periodic force  $F(t)$  is generated by electric motors mounted under the table. Elastic rubber gasket with thickness  $h$  and stiffness  $k_0$  is attached to the table. A linear dashpot with damping factor  $c_0$  is placed between the table and the mold. Mold with concrete with mass  $m_2$  is installed on the gasket but is not fastened both to the gasket and

to the table. So, it can tear herself away from the gasket and bounce. The machine starts its movement when the electric motors begin their work. First, the table and the mold move vertically together. Then the mold comes off from the gasket. The table and the mold are moving separately until the mold falls down onto the rubber gasket. Impact occurs. The bodies move together again until the mold comes off the gasket and so on.

The created mathematical model corresponds to the two-body 2-DOF vibro-impact system. It is strongly nonlinear non-smooth discontinuous system. It has some specific properties, namely: the upper body with very large mass breaks away from the lower body at a very short distance during vibrational motion; both bodies move separately; the upper body falls down onto the soft constraint; the impact that occurs is soft one due to the softness and flexibility of the constraint.

Vibro-impact movement of the platform includes both joint movement during impact and separate motion between impacts. The equations of this movement are:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 &= g\chi - \omega_1^2 y_1 - 2\xi_1 \omega_1 \dot{y}_1 + \frac{1}{m_1} F(t) + H(z) \left\{ 2\xi_0 \omega_2 \chi \dot{y}_1 - \omega_2^2 \chi [h - (y_2 - y_1)] - \frac{1}{m_1} F_{con}(z) \right\}, \\ \ddot{y}_2 &= -g - 2\xi_2 \omega_2 \dot{y}_2 + H(z) \left\{ \omega_2^2 [h - (y_2 - y_1)] - 2\xi_0 \omega_2 \dot{y}_1 + \frac{1}{m_2} F_{con}(z) \right\}. \end{aligned} \quad (1)$$

The initial conditions are:

$$\text{at } t=0 \text{ we have } \varphi_0 = 0, y_1 = 0, \dot{y}_1 = 0, y_2 = h - \lambda_0, \dot{y}_2 = 0. \quad (2)$$

The static deformation of the gasket is:  $\lambda_0 = m_2 g / k_0$ ,  $g$  is the acceleration due to gravity.

Here the standard notations are introduced:

$$\frac{k_1}{m_1} = \omega_1^2, \frac{k_0}{m_2} = \omega_2^2, \frac{c_0}{m_2} = 2\xi_0 \omega_2, \frac{c_1}{m_1} = 2\xi_1 \omega_1, \frac{c_2}{m_2} = 2\xi_2 \omega_2, \frac{m_2}{m_1} = \chi. \quad (3)$$

$H(z)$  is Heaviside step function relatively bodies' rapprochement  $z = h - (y_2 - y_1)$ .  $F_{con}(z)$  is contact interactive force that simulates an impact and acts only during an impact.

The damping forces are taken to be proportional to the first degree of velocity:  $F_{damp1} = c_1 \dot{y}_1$ ,  $F_{damp0} = c_0 \dot{y}_1$ . The influence of the concrete mixture can be taken into account as some additional damping  $c_2 \dot{y}_2$ .

In the two-body model, the masses are concentrated in the mass centers of both bodies. Parameters  $y_1$  and  $y_2$  are the coordinates of these centers for the lower body (platform table) and the upper body (mold with concrete) respectively in the selected coordinate system. The origin of coordinate  $y$  is chosen in the table centre in the state of static equilibrium.

The model numerical parameters are listed in Table 1.

Table 1

Numerical parameters of platform-vibrator with shock

Mass of table $m_1$ , kg	7400	Damping ratio of dashpot in spring $\xi_1$	0.5
Mass of mold with con. $m_2$ , kg	15000	Damping ratio of dashpot in gasket $\xi_0$	0.02
Stiffness of rub.gask. $k_0$ , N·m <sup>-1</sup>	$3.0 \cdot 10^8$	Damping ratio in concrete mixture $\xi_2$	0.03
Stiffness of spring $k_1$ , N·m <sup>-1</sup>	$2.6 \cdot 10^7$	Elastic modulus of mold $E_2$ , N·m <sup>-2</sup>	$2 \cdot 10^{11}$
Poisson's ratio of rub.gask. $\nu_1$	0.4	Elastic modulus of rub.gask. $E_1$ , N·m <sup>-2</sup>	$3.5 \cdot 10^6$
Poisson's ratio of mold $\nu_2$	0.3	Amplitude of exciting force $P$ , N	$2.44 \cdot 10^5$
Thickness of gasket $h$ , m	0.0275	Frequency of exciting force $\omega$ , Hz	25
Radius of gasket $R$ , m	5		

We simulate a soft impact using nonlinear contact Hertzian force in accordance with quasistatic contact Hertz's theory [4,5].

$$F_{con}(z) = K[z(t)]^{3/2}, \quad K = \frac{4}{3} \frac{q}{(\delta_1 + \delta_2)\sqrt{A+B}}, \quad \delta_1 = \frac{1-\nu_1^2}{E_1\pi}, \quad \delta_2 = \frac{1-\nu_2^2}{E_2\pi}. \quad (4)$$

Here  $z(t)$  is the rapprochement of the bodies, as before,  $z = (y_2 - y_1) - h$ , when  $(y_2 - y_1) \leq h$ ;  $\nu_i$  and  $E_i$  – Poisson's ratios and Young's moduli of elasticity for both bodies;  $A$ ,  $B$ ,  $q$  – are constants characterizing the local geometry of the contact zone. The gasket surface is flat, but we consider it as a sphere of the large radius  $R$ . Then in the collision of a plane (mold) and a sphere (rubber gasket)  $A = B = 1/2R$ ,  $q = 0.318$ .

### 3. Transient chaos when the technological mass $m_2$ is varied

As we have already written in the Introduction, this model exhibited many unique phenomena inherent in nonlinear non-smooth dynamical systems with varying control parameters. When the technological mass  $m_2$  of the upper body (mold with concrete) was chosen as the control parameter and varied, we observed transient chaos. Transient chaos is known as chaos with finite lifetime. When a transient chaos is observed in the system, the trajectory is first chaotic for some time and then becomes periodic for the same value of the control parameter [13]. In [14], the authors note that a typical occurrence of the transient chaos is in the periodic windows inside the chaotic region. "Periodic windows, *in spite of their name*, are in fact parameter regions in which transient chaos is typically present" [21].

Let's see how the largest Lyapunov exponent behaves when varying the control parameter (Fig. 4, 5). In Fig.4 its behavior is shown in the wide control parameter range. Fig. 5 is the portion of this graph that is inside the oval on a larger scale. The first thing that catches your eye is the presence of coexisting modes that exist in this narrow range of the control parameter. They are shown in yellow.

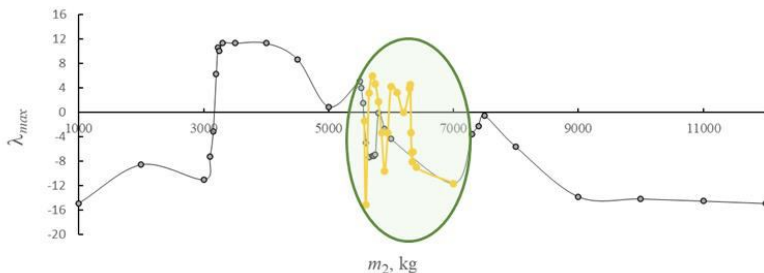


Fig. 4. Dependence of the largest Lyapunov exponent on the technological mass  $m_2$

We emphasize once again that coexisting regimes can arise when the control parameter is constant, but the initial conditions are different. We have shown these coexisting regimes in more detail in [6]. Here we observe the hysteresis effect, that is, the jump phenomenon [25].

It is known that the positive sign of the largest Lyapunov exponent determines chaotic dynamics.

Its negative sign gives hope for the periodic motions. We can believe that areas of negative Lyapunov exponent signs correspond to the periodic windows inside the chaotic region, cannot we? We observed transient chaos precisely in the region of periodic windows. We emphasize that transient chaos has a different form for different values of the control parameter and initial conditions, and also its lifetime is different.

When the initial conditions are chosen in the state of permanent chaos for  $m_2 = 6000$  kg, we get transient chaos in a narrow range of the control parameter values. Chaotic vibrations, arising at certain system parameters values, degenerate into a periodic subharmonic (2,2)-regime after some time. (2,2)-regime is the regime with period  $2T$  and 2 impacts per cycle. In Fig.6, we show pronounced transient chaos for  $m_2 = 6330$  kg. Time series for the upper body (mold with concrete), contact force, and phase trajectories for both bodies are shown.

The figures of the time series (Fig. 6 (a)) and the contact force (Fig. 6 (b)) clearly show how the chaotic regime suddenly turns into a periodic one. Phase trajectories in the periodic phase, overlapped with the corresponding trajectories in chaotic phase, are shown in red in Fig. 6 (c), (d).

A natural question is whether there is actually chaos in the seemingly chaotic signals observed over finite time scales [21]. Measurement of the

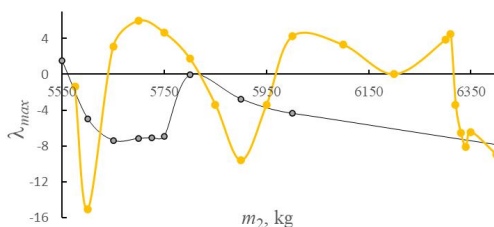


Fig. 5. Dependence of the largest Lyapunov exponent on the technological mass  $m_2$  in narrow range of control parameter (inside the oval). In the coexisting regime, we see the alternation of Lyapunov exponent sign, i.e. the alternation of chaotic and periodic modes

lifetime distribution, the escape rate, and the average lifetime (see sec. 5) may give one of the quantitative characteristic. Another paramount characteristic is the Lyapunov exponent. One should measure, for example, the Lyapunov exponents and check whether at least one of the exponents is positive. Determination of dynamical invariant such as the Lyapunov exponent and its positive sign can be considered as one of the chaos criteria.

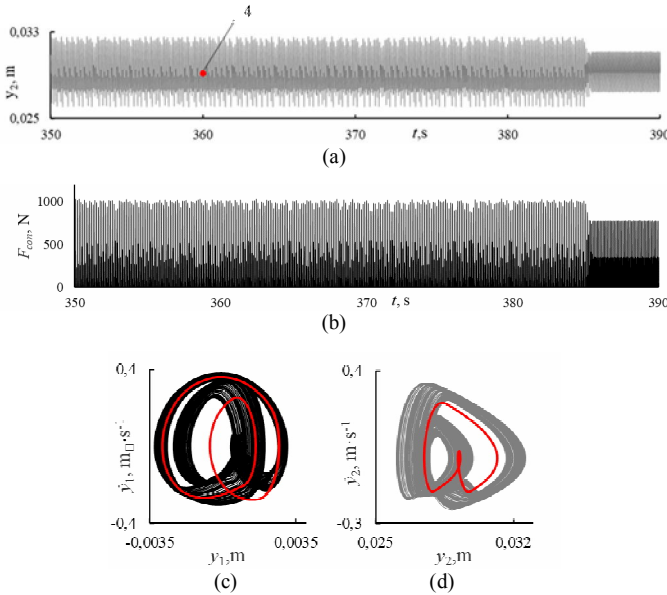


Fig. 6. (a) Time histories for upper body; (b) Hertz contact force; (c), (d) phase trajectories for  $m_2=6330$  kg (trajectory initiated from permanent chaos at  $m_2=6000$  kg in red point 1 (Fig. 12))

Analysis of the largest Lyapunov exponent  $\lambda_{max}$  over a quite a long time helps to determine the existence of transient chaos. Its sign is positive for chaotic motion, then after a long procedure, the exponent converges to a negative value, which is typical for periodic movement. In Fig. 7 it is clearly seen that when the initial time is  $t_0=350$  s, after some time (4.9 s) the largest Lyapunov exponent  $\lambda_{max}$  crosses the abscissa axis and becomes negative. We emphasize that the value of the control parameter remains the same.



Fig. 7. Convergence of the largest Lyapunov exponent to negative value during the transient chaos:  $m_2 = 6330$  kg, start from permanent chaos at  $m_2 = 6000$  kg in red point 1 (Fig. 12)

Since transient chaos is a fairly new concept, an interesting and “capricious” phenomenon, we want to show it in more detail.

To determine whether the transients are truly chaotic, one therefore needs more information than the mere positivity of the Lyapunov exponent. Qualitatively, the visual appearance of the signal can be helpful: about chaotic nonattracting sets trajectories should be complicated. This is, nonetheless, only a hint. A property uniquely indicating the chaotic nature of the transients is the *irregular* dependence of lifetimes on initial conditions [21], as illustrated by Table 3, 4, 5 in Sec. 5.

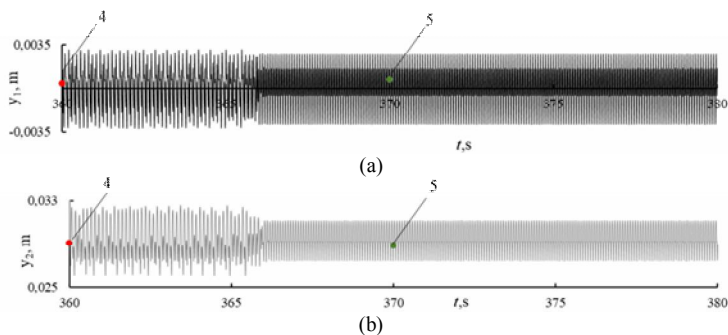


Fig. 8. Time series: (a) for lower body; (b) for upper body.  
 $m_2 = 6330$  kg; trajectory initiated from phase of transient chaos at  $m_2 = 6330$  kg in red point 4 in Fig. 5(a)

We show in detail the transient chaos that we observe when the technological mass  $m_2 = 6330$  kg, and the initial conditions are chosen in the same state of the vibro-impact system in red point 4 in Fig. 6 (a). Time series are depicted in Fig. 8. Fig. 8(a) shows the time series for the lower body (platform table) in black; Fig. 8(b) - for the upper body (mold with concrete) in grey.

We see very well how chaotic trajectories abruptly turn into periodic ones, which then exist all the time.

Fig. 9 shows the phase trajectories for the upper body in grey and for the lower body in black for area of chaotic motion (Fig. 9 (a)) and for area of periodic motion (Fig. 9 (b)). The corresponding Poincaré maps are depicted in Fig. 9 (c), (d).

Phase trajectories and Poincaré maps have the typical forms for chaotic and periodic movements. Phase trajectories are closed curves for periodic motion and open curves (hence tangles of curves) for chaotic one. The Poincaré map for the periodic mode is several separate dots – two dots for regime with period  $2T$ . The Poincaré map for a chaotic regime is a set of dots of an undefined shape. Often this set has the fractal structure.

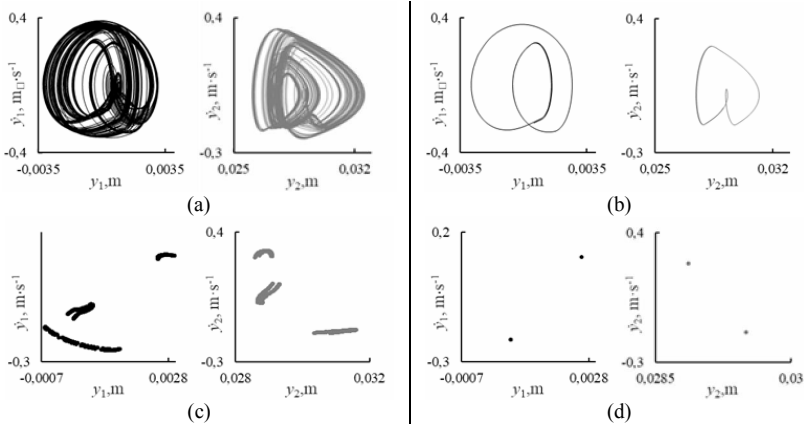


Fig. 9. The phase trajectories: for lower body in black, for upper body in grey, for chaotic phase (a), for periodic phase (b). Poincaré maps for both bodies in chaotic part of signal (c), in periodic part of signal (d).  $m_2=6330$  kg. Start for left panel is in red point 4, for right panel - in green point 5 in Fig. 8

In Fig. 10 Fourier spectra (Fig. 10 (a), (b)) and the graph of contact impact force  $F_{con}$  (Fig.10 (c)) are depicted.

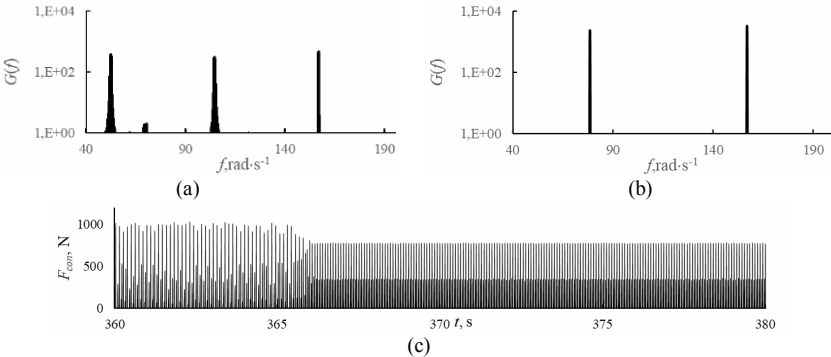


Fig. 10. Fourier spectra for chaotic (a) (start from red point 4 in Fig. 8) and periodic (b) (start from green point 5) parts of signal. Contact impact force  $F_{con}$  (c) (start from red point 4 in Fig. 8).  $m_2=6330$  kg

The Fourier spectrum for the periodic mode is separate clear “sticks” for several frequencies, but for the chaotic mode, it shows many weak frequencies and becomes more broad and continuous.

The graph of contact impact force  $F_{con}$  demonstrates a clear sudden boundary between the regions of chaotic and periodic motions in the same mode with the same value of the control parameter and the same initial conditions.



Fig. 11 shows the surfaces of wavelet coefficients [29, 30] for the lower body (the table of the platform-vibrator) in the same motion mode. They are obtained using CWT (Continuous Wavelet Transform) software from Matlab with Morlet wavelet.

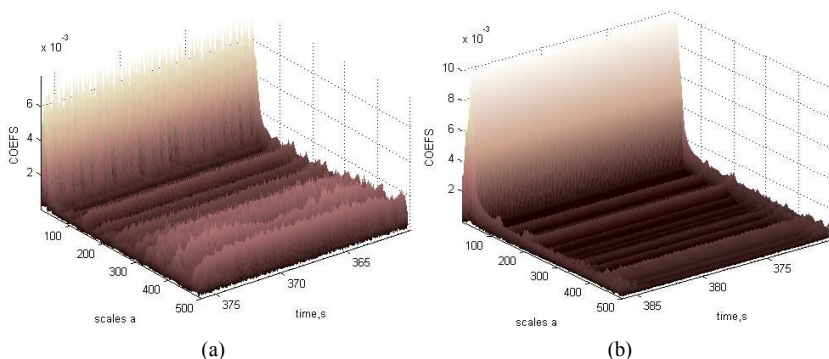


Fig. 11. Surfaces of wavelet coefficients for the lower body in: chaotic (a) (start from red point 4 in Fig. 8) and periodic (b) (start from green point 5) parts of signal.  $m_2 = 6330$  kg

Fig. 11(a) clearly shows that the frequency components in chaotic motion are not constant in time; they change over time. Indeed, this is typical of chaotic motion – the presence of many different frequencies that vary over time. This fact is also reflected in the Fourier spectrum (Fig. 10 (a)). On the contrary, the frequency components of the periodic movement do not change in time, they are constant over time. This is clearly seen in Fig. 11 (b) and in the Fourier spectrum in Fig. 10 (b).

The graphs in Fig. 8 - 11 confirm that transient in platform-vibrator is truly chaotic.

All these charts help to understand and feel the phenomenon of transient chaos, because they brightly demonstrate it from different sides.

#### 4. Dependence of transient chaos on control parameter value

The form and lifetime of transient chaos  $\tau$  depends both on the control parameter value and on the initial conditions.

Table 2 shows this dependence on the control parameter value, when initial conditions are chosen in state of permanent chaos at  $m_2 = 6000$  kg in red point 1. Since the concept of initial conditions is very important for the transient chaos understanding, we show in Fig. 12 more graphically the points in the permanent chaos at  $m_2 = 6000$  kg, which are chosen as the starting points. They are shown in red (point 1), in yellow (point 2), and in blue (point 3).

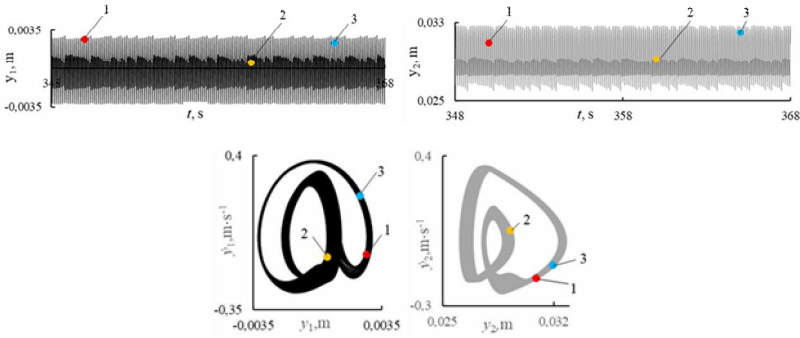


Fig. 12. Permanent chaos at  $m_2=6000$  kg; its start was chosen in chaos at  $m_2=5800$  kg

Table 2

The form and lifetime of transient chaos  $\tau$  for various values of the control parameter when choosing the initial conditions in a state of permanent chaos at  $m_2 = 6000$  kg in red point 1 in Fig. 12

$m_2, \text{kg}$	$\tau, \text{s}$	Time series for upper body
6300	967.2	
6330	35.5	
6340	4.5	
6360	1.8	

Table 2 clearly demonstrates how strongly the appearance of transient chaos and its lifetime change with a change in the control parameter. For  $m_2 = 6300$  kg we see a very long chaotic transient. The transient time becomes so long that the system stays in a chaotic state for any practical time. Generally, the lifetime of the transient could be extremely long [15]. For  $m_2 = 6340$  kg it becomes short, for  $m_2 = 6360$  kg it becomes very short. The asymptotics is established quickly. The transient chaos of short average lifetime may be difficult to identify[21]. But since these cases are a continuation of the previous ones, we hope that we can treat these short regions as transient chaos.

### 5. Dependence of transient chaos lifetime $\tau$ on initial conditions

The duration of the transient chaotic oscillations depends sensitively on the initial state of the system [1,21]. In other words, the dependence of transient chaos lifetime on the initial conditions is also very strong. Table 3 shows the transient chaos lifetime for different control parameter values with different initial conditions. The initial conditions for the three left columns correspond to red point 1, yellow point 2, and blue point 3 in permanent chaos at  $m_2 = 6000$  kg (Fig. 12). The rest of starting points are taken in the same mode. Average lifetime values  $\langle T \rangle$  are the result of the averaging of these twelve realizations; they are shown in the farright column.

Table 3

Transient chaos lifetime  $\tau$  for different values of the control parameter for different initial conditions

Mass $m_2$ , kg	Lifetime of transient chaos $\tau$ , s initial conditions in point												$\langle T \rangle$ , s
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
6300	967.2	401.6	759.1	1955.4	720.3	936	96.1	1604.6	190.4	256.8	887.6	498.9	772.8
6310	261.0	1.4	519.5	696.7	585.4	711.1	287	95.9	368.5	10.3	38.0	72.2	303.9
6320	109.1	34.3	159.8	35.9	309.8	34.3	45.9	89.7	181.0	6.9	147.5	10.1	97.0
6330	35.5	15.8	9.3	24.3	51.9	5.7	105	34.4	26.7	15.8	8.1	4.6	28.1
6340	4.5	5.9	1.2	38.1	5.9	15.8	1.9	7.6	16.3	2.5	6.5	7.4	9.6
6350	2.5	0.6	8.1	6.5	9.4	0.8	3.0	8.6	4.9	11.9	3.4	9.5	5.8
6360	1.8	0.8	2.1	8.2	6.5	5.3	3.3	4.3	3.1	0.54	4.4	2.6	3.6
6370	1.5	0.5	1.8	1.2	2.3	0.9	1.0	1.9	2.1	0.7	1.5	2.8	1.5
6380	3.0	0.6	1.2	2.2	5.7	1.2	1.2	2.2	1.1	3.1	1.2	1.9	2.0
6390	1.9	1.8	1.8	1.2	1.8	0.9	3.4	1.9	1.5	2.4	1.6	1.8	1.8
6400	1.4	1.0	2.0	1.4	1.1	0.9	2.0	0.1	1.4	2.41	0.8	1.5	1.3

This Table also shows large changes in the transient chaos lifetime for the same initial conditions, but for different values of the control parameter (technological mass of the mold with concrete  $m_2$ ). This change is clearly visible in every column of the Table 3.

We would like to draw attention to the average lifetime. The average transient lifetime is a quantitative measure of how long the transient chaos exists. This is common characteristic of transient chaos [11, 17, 19]. It is often calculated by averaging a large ensemble of realizations from 100 [11, 19], 100 and 10000 [11] to 3 million [17].

However, the difference in values in a Table 3 row for the same control parameter value and different initial conditions is often very large. That is why averaging should be carried out over a large ensemble of realizations. Fig. 13 shows the dependence of the average chaotic transient lifetime  $\langle T \rangle$  on the technological mass of the mold with concrete  $m_2$ . As shown in Fig. 13 and in Table 3, as  $m_2$  is decreased,  $\langle T \rangle$  increases dramatically.

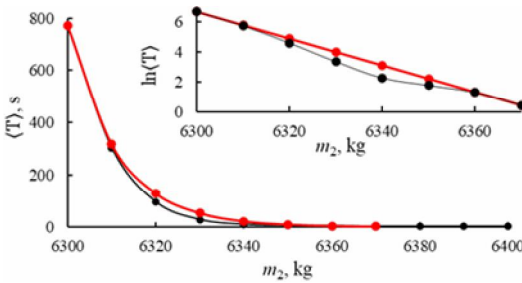


Fig. 13. Dependence of average chaotic transient lifetime  $\langle T \rangle$  on  $m_2$  on a linear-linear plot and on a logarithmic versus linear scale (inset). All points are result of averaging 12 realizations

The average transient lifetime obeys an exponential law  $\langle T \rangle \approx Ce^{-\kappa m_2}$ , where  $\kappa > 0$ . Then in a logarithmic versus linear scale we have a straight line with slope  $-\kappa$ ,  $\kappa = 0.089$ . The red curve on linear-linear plot and the red straight line on a log-linear plot were plotted according

to the exponential law and the equation of the straight line, respectively.

The slope  $\kappa$  is called the escape rate. It is a quantity measuring how quickly the trajectories initiated from random initial conditions escape any neighborhood of the nonattracting chaotic set. In other words, how long the transient chaos exists. Since the average lifetime depends on many details, the escape rate  $\kappa$  is a more appropriate characteristic of the decay process than  $\langle T \rangle$ . The escape rate is a unique property of the underlying nonattracting chaotic set, in contrast to the average lifetime [21].

The initial conditions for Table 3 were chosen in different points of one vibro-impact state. Now, Table 4 shows four different motions for two values of the technological mass of the upper body (mold with concrete) when choosing the initial conditions in different states of vibro-impact system.

Table 4

Lifetime of transient chaos  $\tau$  for two values of the control parameter when choosing the initial conditions in different states of vibro-impact system

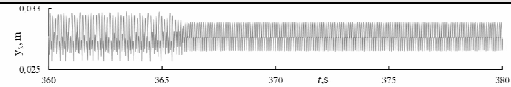
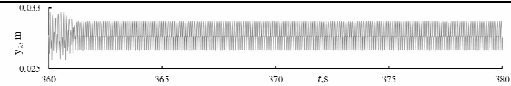
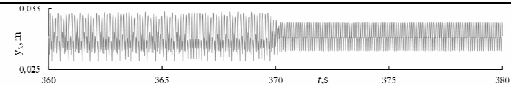
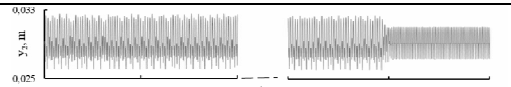
Initial conditions	$\tau, s$ for $m_2=6330 \text{ kg}$	$\tau, s$ for $m_2=6400 \text{ kg}$	Time series for the upper body at $m_2=6330 \text{ kg}$
In a quiescent state	6.15	1.83	
In a chaotic state at $m_2=3200 \text{ kg}$	0.57	0.56	
In a periodic state at $m_2=5700 \text{ kg}$	0.28	0.26	
In a chaotic state at $m_2=5700 \text{ kg}$	8.45	1.58	

One can see the substantially different motion regimes. In the first and last cases, the modes are similar, only transient chaos lifetime differs. The second and especially the third cases are different. In the second case, the lifetime is very short. In the third case, the transient chaos, even the transitional process, is very, very short, almost nonexistent. Let's repeat once more that transient chaos of short lifetime may be difficult to identify. The motion pictures for these two values of control parameter are similar, but the lifetimes are different.

**Note.** As can be seen from Fig. 4 there are two coexisting regimes at  $m_2=5700$  kg, which arise under different initial conditions, – a periodic regime with a negative sign of the Lyapunov exponent and a chaotic regime with a positive sign of the Lyapunov exponent. The initial conditions for regimes in the third and fourth cases in Table 4 are chosen in these states.

It should be noted that the initial conditions in the rows of Table 4 are substantially different. However, if we change the initial conditions very little, then the transient chaos lifetime will still be different, despite the slight change in the initial conditions. Table 5 shows this change for  $m_2=6330$  kg, when only one variable in the initial conditions changes by a very small amount. Of the five variables in the initial conditions, namely,  $t_0$ ,  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $\dot{y}_1$ ,  $\dot{y}_2$ , we change only  $y_1$ . In the 1<sup>st</sup> row  $y_1$  is not changed, in the 2<sup>nd</sup> row it changes in such manner  $y_1 = y_1 + 10^{-10}$ , in the 3<sup>rd</sup> row it changes as  $y_1 = y_1 + 10^{-9}$ , in the 4<sup>th</sup> row  $y_1 = y_1 + 10^{-7}$ .

Table 5  
Lifetime of transient chaos  $\tau$  with a very small change in initial conditions for  $m_2=6330$  kg

Initial condition for $y_1$ , mm	Transient lifetime $\tau$ , s	Time series for the upper body at $m_2=6330$ kg
0.00038911750	6.09	
0.00038911760	1.39	
0.00038911850	10.44	
0.00038921750	110.23	

We see how the slightest difference in the initial conditions leads to a big difference in the life of transient chaos. In the fourth case, a huge increase in the lifetime is observed, again we see a very long chaotic transient.

Exactly this circumstance is unsafe and alarming. Small imperfections and small deviations in the initial state of the nonlinear dynamical system can lead to unwanted unpredictable results later. In particular, long-term weather forecasts are often incorrect because of this.

Thus, Table 2, 3, 4, 5 clearly demonstrate the “waywardness” of a transient chaos, that is, its strong dependence on both the values of the control parameter and the initial conditions.

## 5. Conclusions

The model of platform-vibrator with shock corresponds to unusual 2-DOF two-body nonlinear non-smooth discontinuous vibro-impact system with soft impact. It exhibits transient chaos – a “wayward”, not fully understood phenomenon that occurs in chaotic dynamical systems with varying the control parameter. The technological mass of the mold with concrete was chosen as a control parameter. We visibly showed the chaotic and periodic parts of the signal and confirm the chaoticity of the former and the periodicity of the latter, using their generally accepted characteristics, namely, phase trajectories, Poincaré maps, Fourier spectra, the largest Lyapunov exponent, and surfaces of wavelet coefficients. The dependence of the transient chaos on control parameter value was demonstrated. We focused on the sensitive dependence of the transient chaos on the initial conditions, that is, the basic feature of chaotic dynamics. We have shown that the average transient lifetime obeys an exponential law, which is typical to many chaotic systems. Both permanent and transient chaos may often be dangerous and unwanted states. Therefore, when operating the equipment, it is desirable to avoid the control parameter range in which these states can occur.

## REFERENCES

1. *Tél T.* The joy of transient chaos //Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. – 2015. – T. 25. – №. 9. – C. 097619.
2. *Bazhenov V., Pogorelova O., Postnikova T.* Creation of mathematical model of platform-vibrator with shock. designed for concrete products compaction and molding //Strength of Materials and Theory of Structures. – 2020. – №. 104. – C. 103-116.
3. *Bazhenov V. A., Pogorelova O. S., Postnikova T. G. & Otrasheska V.V.* Dynamic Behaviour of the Platform-vibrator with Soft Impact. Part 1. Dependence on Exciting Frequency // Discontinuity, Nonlinearity, and Complexity. – 2021. (in press)
4. *Goldsmith W.* Impact: The Theory and Physical Behavior of Colliding Solids. Edward Arnold Ltd. – 1960.
5. *Johnson K. L.* Contact mechanics. Cambridge univ //Press. Cambridge. – 1985. – T. 95. – C. 365.
6. *Bazhenov V. A., Pogorelov. O. S., Postnikova T. G.* Dynamic Behaviour of the Platform-vibrator with Soft Impact. Part 2. Interior crisis. Crisis-induced intermittency// Discontinuity, Nonlinearity, and Complexity. – 2021. (in press)
7. *Macau E. E. N.* (ed.). A mathematical modeling approach from nonlinear dynamics to complex systems. – Springer International Publishing. 2019.
8. *Mishra A. et al.* Routes to extreme events in dynamical systems: Dynamical and statistical characteristics //Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. – 2020. – T. 30. – №. 6. – C. 063114.
9. *Elaskar S.* Studies on Chaotic Intermittency: дис. – Doctoral Thesis. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid. 2018.

10. *Elaskar S., Del Río E.* New advances on chaotic intermittency and its applications. – New York: Springer. 2017. – С. 35-38.
11. *Wang G., Lai Y. C., Grebogi C.* Transient chaos—a resolution of breakdown of quantum-classical correspondence in optomechanics //Scientific reports. – 2016. – Т. 6. – С. 35381.
12. *Astaf'ev G. B., Koronovskii A. A., Khramov A. E.* Behavior of dynamical systems in the regime of transient chaos //Technical Physics Letters. – 2003. – Т. 29. – №. 11. – С. 923-926.
13. *Bhalekar S. et al.* Transient chaos in fractional Bloch equations //Computers & Mathematics with Applications. – 2012. – Т. 64. – №. 10. – С. 3367-3376.
14. *Jánosi I. M., Tél T.* Time-series analysis of transient chaos //Physical Review E. – 1994. – Т. 49. – №. 4. – С. 2756.
15. *Danca M. F.* Hidden transient chaotic attractors of Rabinovich–Fabrikant system //Nonlinear Dynamics. – 2016. – Т. 86. – №. 2. – С. 1263-1270.
16. *Motter A. E. et al.* Doubly transient chaos: Generic form of chaos in autonomous dissipative systems //Physical review letters. – 2013. – Т. 111. – №. 19. – С. 194101.
17. *Kovács T., Érdi B.* Transient chaos in the Sitnikov problem //Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. – 2009. – Т. 105. – №. 4. – С. 289-304.
18. *Tél T., Gruiz M.* Chaotic dynamics: an introduction based on classical mechanics. – Cambridge University Press, 2006.
19. *Sabarathinam S., Thamilaran K.* Transient chaos in a globally coupled system of nearly conservative Hamiltonian Duffing oscillators //Chaos. Solitons & Fractals. – 2015. – Т. 73. – С. 129-140.
20. *Rempel E. L., Chian A. C. L.* Origin of transient and intermittent dynamics in spatiotemporal chaotic systems //Physical review letters. – 2007. – Т. 98. – №. 1. – С. 014101.
21. *Lai Y. C., Tél T.* Transient chaos: complex dynamics on finite time scales. – Springer Science & Business Media. 2011. – Т. 173.
22. *Lorenz E.* Predictability: does the flap of a butterfly's wing in Brazil set off a tornado in Texas? – na, 1972. – С. 181.
23. *Grebogi C., Ott E., Yorke J. A.* Crises. sudden changes in chaotic attractors. and transient chaos //Physica D: Nonlinear Phenomena. – 1983. – Т. 7. – №. 1-3. – С. 181-200.
24. *Borshevsky. A.A., Ilyin A.S.* The Mechanical equipment for manufacture of building materials and products. The textbook for high schools on «Pr-in builds. And designs». M: the Publishing house the Alliance. – 2009 (in Russian)
25. *Kapitaniak T., Bishop S. R.* The illustrated dictionary of nonlinear dynamics and chaos. – Wiley. 1999.
26. *Bhalekar S. et al.* Transient chaos in fractional Bloch equations //Computers & Mathematics with Applications. – 2012. – Т. 64. – №. 10. – С. 3367-3376.
27. *Jánosi I. M., Tél T.* Time-series analysis of transient chaos //Physical Review E. – 1994. – Т. 49. – №. 4. – С. 2756.
28. *Kapitaniak T., Bishop S. R.* The illustrated dictionary of nonlinear dynamics and chaos. – Wiley. 1999.
29. *Polikar R. et al.* The wavelet tutorial. – 1996.
30. <https://www.mathworks.com/help/wavelet/ref/cwt.html>

Стаття надійшла 22.02.2021

*Баженів В.А., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г.*

#### **ПЕРЕХІДНИЙ ХАОС В УДАРНО-ВІБРАЦІЙНОМУ МАЙДАНЧИКУ**

Ударно-вібраційний майданчик широко застосовується у будівельній галузі для ущільнення та формування великогабаритних бетонних виробів. Його математична модель, яка створена у нашій попередній роботі, відповідає всім основним вимогам ударно-вібраційної технології для виробництва збірного залізобетону на низькочастотних резонансних платформах-вібраторах. Модель відповідає двох масовій віброударній системі з двома ступнями вільності з м'яким ударом. Це сильно нелінійна негладка розривна система є незвичайною віброударною системою завдяки своїм специфічним властивостям. Верхнє тіло з дуже великою масою відривається від нижнього на дуже маленьку відстань, а потім падає на м'який обмежник, що й викликає м'який удар. Потім воно знову відскакує та падає і так далі. М'який удар моделюється нелінійною контактною силою Герца. Модель

продемонструвала багато унікальних явищ, властивих нелінійним негладким динамічним системам при зміні керуючих параметрів. У цій роботі ми демонструємо перехідний хаос у віброударній системі. Наявність перехідного хаосу ударно-вібраційному майданчику є чудовим явищем само по собі, крім того допомагає зрозуміти динамічні процеси, що відбуваються в ударно-вібраційному майданчику при зміні технологічної маси форми з бетоном. Фазові траєкторії, перерізи Пуанкаре, графіки переміщень та контактних сил, спектри Фур'є, показники Ляпунова та вейвлет-характеристики використовуються в чисельних дослідженнях для визначення хаотичних та періодичних фаз реалізації. Показано як залежність перехідного хаосу від значення керуючого параметра, так і чутливу залежність від початкових умов. Ми сподіваємось, що цей аналіз може допомогти уникнути небажаної поведінки ударно-вібраційного майданчика під час експлуатації та підібрати відповідні параметри при проєктуванні, оскільки перехідний хаос може бути небезпечним та небажаним станом віброударної системи.

**Ключові слова:** ударно-вібраційний майданчик, вібро-ударний, технологічна маса, форма з бетоном, перехідний хаос, залежність від початкових умов.

УДК 539.3

*Баженов В.А., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г. Перехідний хаос в ударно-вібраційному майданчику // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2021. – Вип. 106. – С. 22-40. – Англ.*

*Математична модель ударно-вібраційного майданчика, що широко застосовується в будівельній галузі для ущільнення та формування бетонних виробів, при зміні контрольних параметрів демонструє низку нелінійних явищ, зокрема таке цікаве та "примхливе" явище, як перехідний хаос.*

Табл 5. Рис. 13. Бібліогр. 30 назв.

UDC 539.3

*Bazhenov V.A., Pogorelova O.S., Postnikova T.G. Transient Chaos in Platform-vibrator with Shock// Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2021. – Issue 106. – P. 22-40.*

*The mathematical model of platform-vibrator with shock, which is widely used in the construction industry for compacting and molding concrete products, exhibits many nonlinear phenomena when varying the control parameters. In particular, there is transient chaos, which is an interesting and "capricious" phenomenon.*

Table 5. Fig. 13. Ref. 30

**Автор (вчена ступень. вчене звання. посада):** доктор технічних наук, професор, директор НДІ будівельної механіки БАЖЕНОВ Віктор Андрійович

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-5802-9848>

**Автор (вчена ступень. вчене звання. посада):** кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки ПОГОРЕЛОВА Ольга Семенівна

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА

**Робочий тел.:** +38(044) 245-48-29

**Імейл:** pogos13@ukr.net

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0002-5522-3995>

**Автор (вчена ступень. вчене звання. посада):** кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки ПОСТНІКОВА Тетяна Георгіївна

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА

**Робочий тел.:** +38(044) 245-48-29

**E-mail:** postnikova.tg@knuba.edu.ua

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-6677-4127>



УДК 539.3

## КОНЦЕНТРАЦІЯ НАПРУЖЕНЬ В ОКОЛІ ВЕРТИКАЛЬНИХ ТРИЩИН ДОРОЖНІХ ПОКРИТТІВ

**В.В. Гайдайчук<sup>1</sup>**,  
д-р техн. наук

**Л.В. Шевчук<sup>2</sup>**,  
канд. техн. наук

**О.І. Білобрицька<sup>2</sup>**,  
канд. техн. наук

**С.А. Баран<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Київський національний університет будівництва і архітектури,  
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

<sup>2</sup>*Національний транспортний університет,  
вул. М. Омеляновича-Павленка 1, м. Київ. 01010*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.41-53

В статті наведені результати комп'ютерного аналізу напружено-деформованого стану багат шарового асфальтобетонного дорожнього покриття під дією транспортних навантажень. На основі скінченно-елементної моделі деформування покриття виконано дослідження особливостей механічної поведінки системи, що розглядаються, при різних конструктивних схемах існування вертикальних тріщин в різних шарах конструкції в умовах дії вертикальних навантажень, що моделюють транспортне навантаження. Виявлені ефекти концентрації напружень в системі, обумовлених високоградієнтними полями деформацій і конструктивними недосконаlostями шарового покриття.

**Ключові слова:** автомобільна дорога, багат шарове покриття, вертикальні тріщини, транспортне навантаження, поля деформацій, концентрація напружень.

**1. Вступ.** Багат шарові асфальтобетонні автомобільні дороги є одним з найбільш поширених будівельних об'єктів. Виходячи з огляду задач науки про їх міцність та довговічність, ці конструкції можна віднести до суттєво складних видів будівельних систем. В першу чергу це пояснюється багатопараметричністю факторів, які визначають їх конструкції, властивості матеріалів, види навантажень та вплив на них, а також умов їх експлуатації. Тому проектувальникам дорожніх конструкцій та спеціалістам, що займаються теоретичним моделюванням механічної поведінки шаруватих масивів в процесі експлуатації, доводиться враховувати множину додаткових факторів, які ускладнюють їх роботу. До них відносяться найбільш важливі конструктивні і експлуатаційні особливості цих систем, що суттєво впливають на характер розподілу полів напружень і деформацій, а також їх інтенсивність. В першу чергу це є особлива конструктивна схема дороги і покриття. Вона представляє собою багат шаровий тривимірний пакет, що має незмірно різні розміри вздовж кожного напрямку.

Додаткову складність в розрахункову модель конструкції можуть вносити приховані (а іноді й явні) вертикальні тріщини та горизонтальні розшарування конструкції, іноді допустимі за умовами експлуатації. Такі порушення суцільності приводять також і до розривності переміщень, ще більше погіршуючи працездатність системи й ускладнюючи задачу її моделювання [18-20].

В загальному масиві багат шарової дорожньої конструкції матеріал кожного шару характеризується своїми термомеханічними властивостями. Тому в загальному масиві навіть в спрощеній моделі функції модуля пружності, коефіцієнта Пуассона, коефіцієнта теплопровідності і коефіцієнта теплового лінійного розширення виявляються розривними, викликаючи тим самим розривність функції деформацій і напружень, які є суттєво неоднорідними з концентраціями напружень в най неочікуваних місцях. Такі функції важко моделювати та прогнозувати простими аналітичними та числовими методами. Дана обставина ускладнює задачу раціонального проектування таких конструкцій.

На ділянках спуску та підйому полотна дороги виявляється криволінійним, що також приводить до більш складних і менш наочних полів деформацій та напружень.

Особливу специфіку в роботу дорожньої конструкції вносять матеріали шарів покриття, що включають асфальтобетон, цемент, щебінь, пісок, ґрунт та ін. Всі вони по-різному опираються розтягу, стисненню та зсуву, а асфальтобетон, крім того у загальному випадку, є нелінійним в'язко-пружно-пластичним матеріалом, властивості якого в значній мірі залежать від температури [7, 11, 17, 19]. В практиці розрахунку напружено-деформованого стану таких систем ці властивості зазвичай використовуються лише для встановлення тенденції загальної механічної поведінки систем, а аналіз конкретної системи відбувається в пружній (термопружній) постановці з використанням так званих приведених модулів, що відповідають даному стану системи при заданому рівні навантаження. Така методика широко використовується в закордонних дослідженнях [17, 19, 20], вона прийнята і в даній статті.

Складні ефекти в дорожній конструкції виникають при добових змінах температури навколишнього середовища. Вони викликані тим, що асфальтобетонні матеріали характеризуються порівняно низьким коефіцієнтом теплопровідності, й при типових розмірах конструкції на протязі доби вона не встигає прогрітися чи схолонути на велику глибину. В результаті помітні високо градієнтні зміни температури відбуваються переважно тільки в верхньому шарі (іноді в двох верхніх шарах), та поле температури набуває вигляд крайового ефекту. При цьому інтенсивні нормальні та дотичні напруження концентруються також у верхніх шарах, що сприяє їх розшаруванню та утворенню тріщин. В загальній теорії теплопровідності такі ефекти відомі давно [7], а рівняння, що їх описують, отримали назву сингулярно збурених.

Розв'язування таких задач (як підтверджено в статтях [3-5]) пов'язане з великими труднощами.

Якщо шари асфальтобетону покладені на металеву основу (в мостовій конструкції) або включають армовані стрижні з підвищеною жорсткістю, то, як показали наші розрахунки, великий вплив на формування полів напружень здійснює різниця значень їх коефіцієнтів теплового лінійного розширення. Оскільки при зміні температури в наслідок цієї різниці різні компоненти масиву прагнуть подовжитись або скоротитись на різні величини, для забезпечення сумісності їх переміщень та деформацій на поверхнях їх контакту формуються інтенсивні дотичні напруження, що сприяють руйнуванню зв'язків між ними. Причому виявилось, що наприклад, в мостовій конструкції ці дотичні напруження швидко зростають зі збільшенням товщини асфальтобетонного шару. Це приводить до парадоксального висновку про те, що для пониження рівня термонапружень потрібно зменшувати товщину покриваючого шару.

Неочікуваний термопружний ефект виявився також у зв'язку з армуванням верхніх шарів. Тут арматура надає підкріплюючий вплив тільки при однакових значеннях коефіцієнтів теплового розширення, коли деформації асфальтобетону і арматури сумісні. Якщо вони різні, то для забезпечення спільності деформацій на поверхні контакту генеруються додаткові напруження, що сприяють передчасному локальному руйнуванню асфальтобетону.

В процесі експлуатації конструкція покриття піддається складному коливанню статичних та динамічних навантажень, а також тепловим впливам. До динамічних сил можна віднести навантаження від рухомого транспорту. В будівельній механіці задачі з рухомими силами вважаються одними з найбільш складних як за складанням їх математичних моделей, так і за методами їх розв'язання. Зазвичай динамічний характер таких навантажень враховується в залежності від відношення швидкостей розповсюдження хвиль деформацій в конструкції та руху сил. Оскільки на автомагістралях швидкості руху автомобілів в багато разів менші за швидкість розповсюдження пружних хвиль в ґрунтовому масиві, силами інерції в конструкції дороги від рухомих впливів транспорту можна знехтувати і задачі формулювати в квазістатичній постановці.

Моделювання механічної поведінки дорожньої конструкції з м'яким шаровим покриттям із врахуванням наведених особливостей її роботи навряд чи можливе за допомогою аналітичних методів. В цій статті воно виконане з застосуванням методу скінчених елементів.

**2. Концентрація напружень в околі зовнішніх і внутрішніх тріщин покриття.** В публікаціях авторів [1-6, 9-12, 14-16] виконанні чисельні дослідження напружено-деформованого стану конструкції дороги при наявності в ній розшарувань та інших концентраторів напружень. Значно менше досліджене питання концентрації напружень в околі порушення регулярності конструкції, які викликані вертикальними тріщинами, що пронизують один або декілька шарів системи в її верхніх чи внутрішніх

зонах. Вони можуть бути викликані початковим розшаруванням дороги або введенні спеціально у вигляді розвантажуючих поперечних швів, що знижують поздовжні температурні напруження. Можна очікувати, однак, що ці тріщини і шви приводять до суттєвої перебудови полів деформацій і напружень при дії транспортних навантажень. Оскільки розглянуті явища широко зустрічаються на практиці, проаналізуємо додатково вплив внутрішніх вертикальних тріщин на зміну полів напружень в шаруватій конструкції дороги з чотирма шарами покриття, який складається з дрібнозернистого асфальтобетонна ( $h_1 = 0,08$  м,  $E_1 = 3200$  МПа), крупнозернистого асфальтобетонна ( $h_2 = 0,1$  м,  $E_2 = 3200$  МПа), щебенево-піщаної суміші ( $h_3 = 0,18$  м,  $E_3 = 700$  МПа)

та піска ( $h_4 = 0,2$  м,  $E_4 = 100$  МПа). Шаруватий одяг покриває ґрунтовий масив з модулем пружності  $E_5 = 88,5$  МПа. Вибрані розрахункові схеми, коли вертикальна тріщина пронизує два верхніх шари (рис. 1 (а)) і третій шар (рис. 1 (б)).

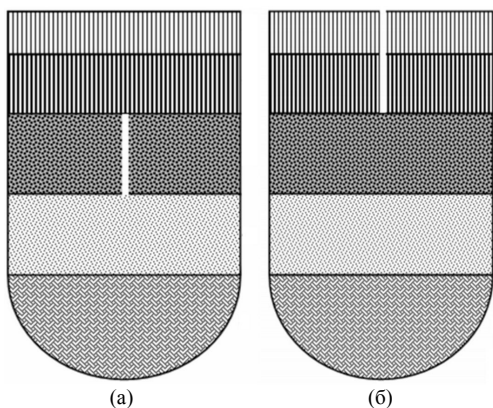


Рис. 1. Конструктивні схеми дорожнього одягу з тріщинами в верхніх (а) і внутрішньому (б) шарах

Як відмічено вище, в загальному випадку під дією транспортних навантажень матеріали шарів асфальтобетонного покриття працюють в

пружнов'язкій (пластичнов'язкій) стадії. Моделювання такої поведінки системи на скінченних проміжках часу пов'язані із значними математичними і технічними труднощами. В результаті таких розрахунків накопичуються великі об'єми числової інформації, яку важко опрацювати і використати. Тому для аналізу міцності і довговічності асфальтобетонних дорожніх покриттів велику роль відіграють їх розрахунки в пружній постановці, яка дозволяє виявляти найбільш напружені зони цих конструкцій і найбільш небезпечні види транспортних навантажень. В зв'язку з цим для аналізу далі використовуються рівняння трьохмірної теорії пружності (7, 11)

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \text{grad div } \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

де  $\mathbf{u}$  – вектор пружних переміщень,  $\lambda$  і  $\mu$  - параметри Ляме.

Система рівнянь (1) приводиться до алгебраїчної форми за допомогою метода скінченних елементів (13, 17, 18)

$$[K] \cdot \{\mathbf{u}\} = \{P\}, \quad (2)$$

де  $[K]$  - матриця жорсткості, для скінченно-елементної моделі пружного масиву, побудована з урахуванням відповідних крайових умов;  $\{u\}$  – вектор дискретних переміщень масиву у вузлах скінченно-елементної решітки;  $\{P\}$  – вектор сил, транспортних навантажень, прикладених у відповідних вузлах вільної поверхні верхнього шару.

Вважалося, що вертикальне навантаження інтенсивністю  $P=900$  кПа рівномірно розподілене на плямі поверхні, що відповідає площадці контакту шини автомобільного колеса з поверхнею дороги. Зона її розподілу на відбиток колеса з дорогою показана на кожному наведеному рисунку.

Спочатку розглянемо випадок, коли покриття не має тріщини. Результати розрахунків представлені на рис. 2. Як для прикладів, наведених вище, тут на кольоровому зображенні поля напружень кожному відтінку кольорової палітри відповідає значення напружень, які наведені справа на стовпчику кольорової шкали. Аналіз поля напружень  $\sigma_{xx}$ , представлених на рис. 2 (а), свідчить про те, що найбільші стискаючі навантаження мають місце на вільній поверхні покриття. Їх локалізація і значення позначені зафарбованим кружком. Розтягуючі напруження  $\sigma_{xx}$  переважають в більш широкій зоні третього шару. Вони збільшуються по мірі наближення до площини контакту третього і четвертого шарів (см. незафарбований кружок), потім зазнають розрив і зменшуються майже до нуля. Характер розподілу цих напружень у вертикальному перерізі, який проходить через середину площадки розподілу зовнішнього навантаження  $P$ , показаний на рис. 2 (в).

Рис. 3 відображає картину розподілу напружень  $\tau_{xy}$ . Ця функція майже симетрична відносно вертикалі, яка проходить через середину площадки розподілу навантаження і має більш гладке розподілення з двома зонами найбільших значень різних знаків. Вони відмічені кружечками. Графіки цієї функції в вертикальному перерізі, що проходить через центр найбільших додатних значень, представлений на рис. 3 в. Тут максимальні значення реалізуються на границі другого і третього шарів, являючись потенційною причиною розшарування покриття в цій зоні. Напруження  $\sigma_{yy}$  і  $\sigma_{zz}$  мають порівняно менші значення і тут не показані.

Введення в цю конструкцію вертикальної тріщини привело до суттєвої перебудови полів деформації і напружень та збільшило їхню інтенсивність. Розглянутий випадок, коли тріщина пронизувала два перших верхніх шари (рис. 1 а), проходячи біля краю площадки розподілу верхнього навантаження. При цьому зона концентрації напружень стиску перемістилася до гирла тріщини (рис. 4), де вони досягли значення  $\sigma_{xx}=-4580$  кПа. Місце локалізації найбільших розтягуючих напружень практично не змінилося, вони також зосереджені в нижній частині третього шару і досягли значення  $\sigma_{xx}=1044$  кПа.

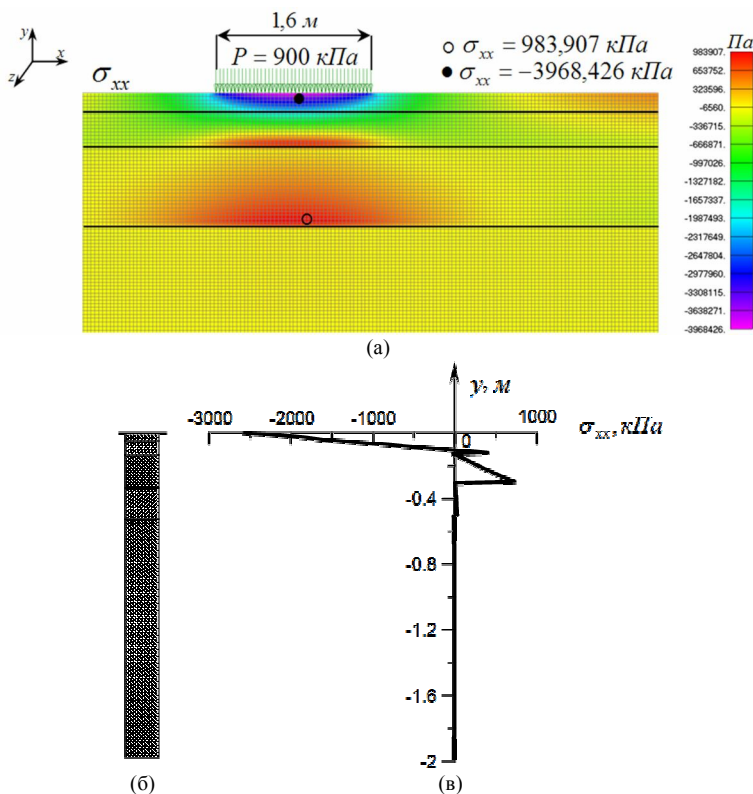


Рис. 2. Нормальні напруження  $\sigma_{xx}$  в шарах покриття, який немає тріщини: (а) - палітра поля напружень  $\sigma_{xx}$ ; (б) - схема розташування шарів; (в) - графік розподілу функції  $\sigma_{xx}$  в вертикальному (центральному по відношенню до навантаження) перерізі дороги

До гирла тріщини змістилися також і найбільші дотичні напруження (рис. 5). Вони досягли значення  $\tau_{xy} = 1710 \text{ kPa}$  і збільшившись при цьому майже в три рази.

Значний практичний інтерес викликає випадок, коли вертикальна тріщина пронизує внутрішній шар (рис. 1 (б)). За розробленою методикою було виконано скінченно-елементне дослідження напружено-деформованого стану системи при розташуванні тріщини в третьому шарі під краєм відбитку контакту колеса з дорогою. Як видно з даних, які наведені на рис. 6, 7, значні величини напружень  $\sigma_{xx}$  і  $\tau_{xy}$  мають місце під крайовою зоною розподілення навантаження  $P$ .

Проте найбільша концентрація функції розтягуючих напружень  $\sigma_{xx}$  має місце у верхньому гирлі тріщини (рис. 6). У нижньому гирлі тріщини ця концентрація є відчутно меншою. У той же час необхідно врахувати, що

підвищенні значення цієї функції досягли поверхні ґрунтового масиву, що має понижену міцність на зсув.

При цьому найбільші стискаючі напруження  $\sigma_{xx}$  реалізуються на поверхні верхнього шару. Вони мають значення  $\sigma_{xx} = -3898$  кПа.

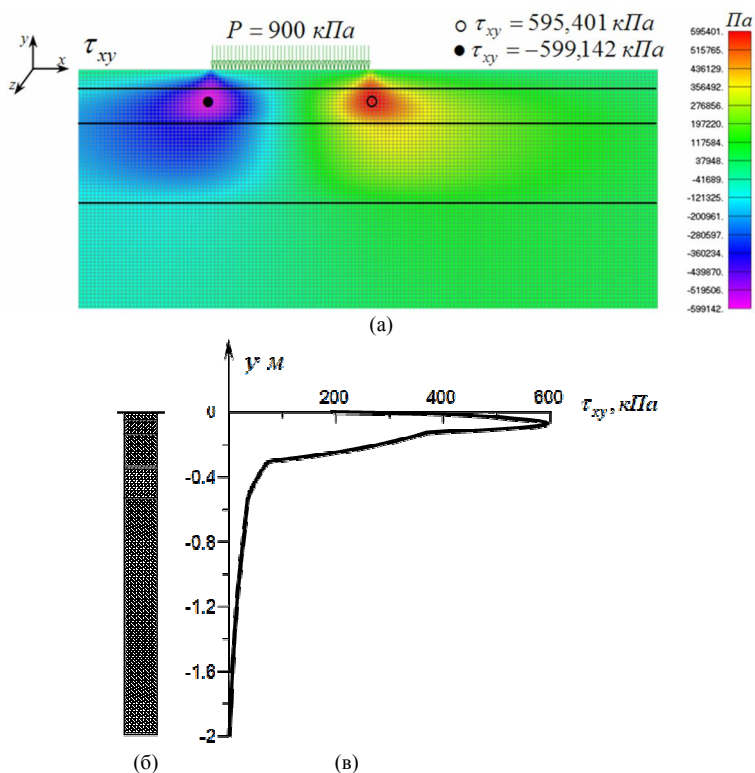


Рис. 3. Дотичні напруження  $\tau_{xy}$  в шарах покриття, який не має тріщини: а - палітра поля напружень  $\tau_{xy}$ ; (б) - схема розташування шарів; (в) - графік розподілу функції  $\tau_{xy}$  в вертикальному (центральному по відношенню до навантаження) перерізі дороги

Внутрішня тріщина суттєво вплинула також і на розподіл та концентрацію дотичних напружень  $\tau_{xy}$  (див. рис. 7). Зона концентрації цих напружень перемістилася до верхнього гирла тріщини.

На закінчення цього підрозділу відзначимо, що виконаний скінченно-елементний аналіз впливу тріщини на напружено-деформований стан багатшарової системи відіграє, швидше, якісну роль, оскільки концентрація напружень в зонах тріщин у значній мірі залежить від геометрії тріщини та її структури в її гирлі. Зі зменшенням елементів скінченно-елементної решітки розрахункові напруження можуть як завгодно збільшуватися, тому уточнення цих розрахунків повинно

здійснюються в пружно-пластичній постановці. Проте навіть пружне формулювання задачі виявляється досить корисною для якісної (і кількісної) оцінки напружено-деформованого стану шаруватої конструкції.

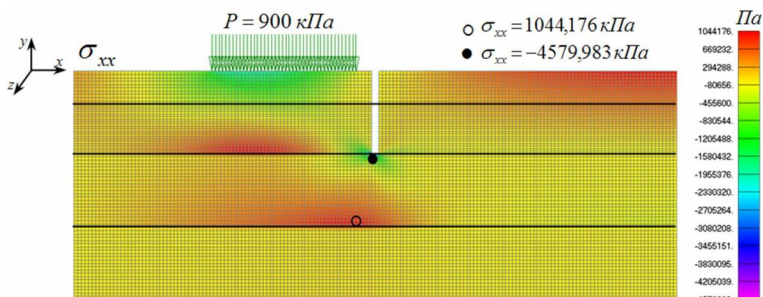


Рис. 4. Поле розподілу напружень  $\sigma_{xx}$  в шарах конструкції з тріщиною

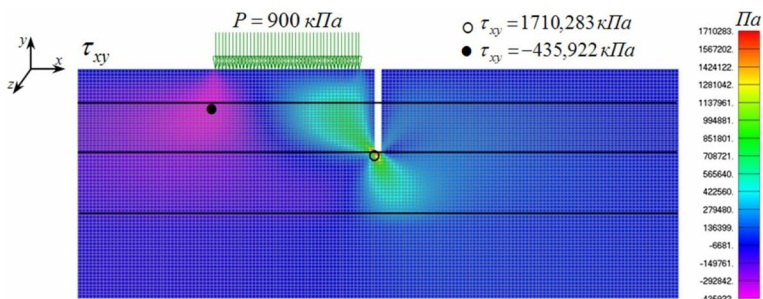


Рис. 5. Поле розподілу дотичних напружень  $\tau_{xy}$

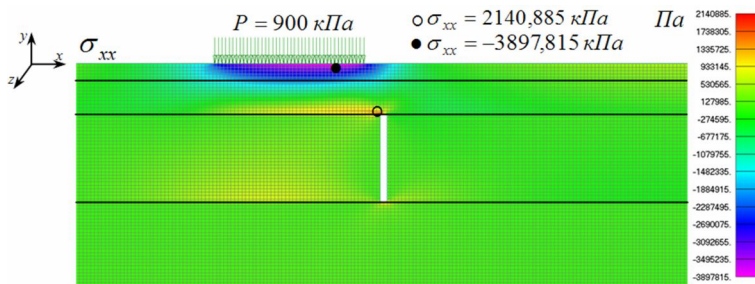


Рис. 6. Поле розподілу функції нормальних напружень  $\sigma_{xx}$



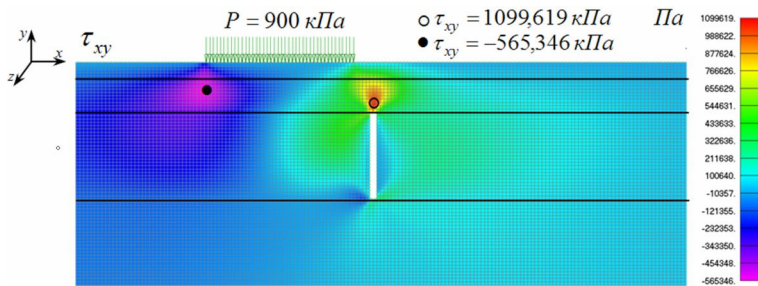


Рис. 7. Поле розподілу дотичних напружень  $\tau_{xy}$

Виконаний аналіз також дає можливість встановлювати найбільш несприятливі місця розташування тріщин по відношенню до навантаження і планувати заходи з ремонту покриття.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Гайдайчук В.В.* Аналіз деформування дорожнього покриття на металевій плиті південного моста / В.В. Гайдайчук, В.В. Мозговий, О.О. Густелєв, Л.В. Шевчук // *Промислове будівництво та інженерні споруди*. – 2019. - №1. – С. 31 – 39.
2. *Гайдайчук В.В.* Моделювання напружено-деформованого стану конструкції дорожнього одягу під дією транспортних навантажень / В.В. Гайдайчук, В.В. Мозговий, Ю.О. Засць, Л.В. Шевчук // *Опір матеріалів і теорія споруд*. – 2017. – Вип. 99 – С.45 – 57.
3. *Гайдайчук В.В.* Чисельне моделювання термонапруженого стану шаруватого покриття автомобільної дороги / В.В. Гайдайчук, В.В. Мозговий, Ю.О. Засць, Л.В. Шевчук // *Опір матеріалів і теорія споруд*. – 2017. – Вип. 98 – С. 56-73.
4. *Гуляєв В.І.* Деякі закономірності термопружного деформування асфальтобетонного покриття дороги / В.І. Гуляєв, В.В. Гайдайчук, В.В. Мозговий, Ю.О. Засць, Л.В. Шевчук // *Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки»*. Науково-технічний збірник – К.: НТУ, 2017. – Вип. №1 (37). – С. 80-92.
5. *Гуляєв В.І.* Дослідження термонапруженого стану конструкцій дорожнього одягу / В.І. Гуляєв, В.В. Гайдайчук, В.В. Мозговий, Ю.О. Засць, Л.В. Шевчук // *Промислове будівництво та інженерні споруди*. – 2017. - №1. – С. 6 – 12.
6. *Гуляєв В.І.* Сезонний перерозподіл полів напружень в конструкціях шаруватих покриттів доріг під дією транспортних навантажень / В.І. Гуляєв, Л.В. Шевчук, О.М. Куцман // *Вісник Національного транспортного університету*. — 2018. — Вип. 40. – С. 98 – 105.
7. *Коваленко А.Д.* Основы термоупругости. / А.Д. Коваленко – Киев: Наукова Думка, 1970. – 239 с.
8. *Механика горных выработок при действии гравитационных и динамических нагрузок: монография* / [В. И. Гуляев, П. З. Кошель, Ю. А. Заец и др.]. – Ивано-Франковск: Изд-во Прикарпат. нац. ун-та им. В. Стефаника, 2014. – 438 с.
9. *Мозговий В.В.* Аналіз термопружних процесів в асфальтобетонних шарах автомобільних доріг / В.В. Мозговий, В.В. Гайдайчук, Ю.О. Засць, Л.В. Шевчук // *Вісник Одеської державної академії будівництва і архітектури* – 2017. – Вип. 67. – С. 96-103.
10. *Мозговий В.В.* Механічні ефекти і парадокси явищ термопружного напруження в конструкціях дорожніх одягів / В.В. Мозговий, В.В. Гайдайчук, Ю.О. Засць, Л.В. Шевчук, О.О. Густелєв // *Дороги і мости*. – 2018. – Вип. 18 – С.128 – 146.
11. *Новацкий В.* Динамические задачи термоупругости. / В. Новацкий. – М.: Мир, 1970. – 256 с.

12. *Перельмутер А.В.* О влиянии изменения жесткостей на перераспределение усилий в статически неопределимой системе / А.В. Перельмутер // Строительная механика и расчет сооружений. – 1974. – № 5. – С. 64-67.
13. *Перельмутер А. В.* Расчетные модели сооружений и возможность их анализа / А. В. Перельмутер, В.И Сливнер М.: ДМК Пресс, 2007. 600 с.
14. Термопружний стан багатопшарових дорожніх покриттів. / [В.І. Гуляєв, В.В. Гайдайчук, В.В. Мозговий та ін.] – НТУУ, Київ, 2018. 252с.
15. *Шевчук Л.В.* Скінченно-елементний моніторинг напружено-деформованого стану дорожнього покриття з розшаруванням / Л.В. Шевчук, О.В. Ващільна, І.В. Лебедєва, С.А. Баран //Вісник КНУ ім. Т.Г. Шевченка. – 2018. – Вип. 2. – С. 57 – 63.
16. *Gulyayev V.I.* Some regularities of seasonal transformations of stress fields in structures of layered pavements under action of transport loads / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, V.V. Mozgoviy, Yu.O. Zaets, L.V. Shevchuk // Сучасні методи і проблемно-орієнтовані комплекси розрахунку конструкцій і їх застосування у проектуванні і навчальному процесі: тези доповідей Міжнародної науково-практичної конференції, м. Київ, 25-28 жовтня 2017. – К.: Талком. – С. 59.
17. *Krishnan J.M.* Review of the uses and modeling of bitumen from ancient to modern times. American society of mechanical engineers. / J.M. Krishnan, K.R. Rajagopal // Appl Mech Rev. – 2003. - 56(2). – P. 149–214.
18. Litton R.L., Tsai F.L., Lee S.I., Luo R., Hu S., Zhou F. «Models for Predicting Reflection Cracking of Hot-Mix Asphalt Overlays» Research Report 669, Texas Transportation Institute, Texas A&M University, College Station, Texas, 2010. P.61.
19. *Radovskiy B., Telayev B.* Viscoelastic Properties of Asphalts Based on Penetration and Softening Point. Monograph. - Springer Nature, Switzerland, 2017. – 107 p.
20. *Yoder E.J.* Principles of pavement design. – New York. John Wiley & sons, INC. London. Chapman & Hall, Ltd.

## REFERENCES

1. Gaydaychuk V.V., Mozgoviy V.V., Gustelev O.O., Shevchuk L.V. Analiz deformuvannya dorozhnogo pokryttia na metalevii plyti pivdennoho mosta (Analysis of road surface deformation on the metal plate of the south bridge) // Promyslove budivnytstvo ta inzhenerni sporudy. – 2019. – No 1. – P. 31 – 39.
2. Gaydaychuk V.V., Mozgoviy V.V., Zaets Yu. A., Shevchuk L.V. Modeliuvannya napruzhenodeformovanoho stanu konstruksii dorozhnogo odiahu pid diieiu transportnykh navantazhen (Simulation of stress-strain states of road structures under action of transport loads) //Opir materialiv i teoriia sporud. – 2017. – V. 99 – P.45 – 57.
3. Gaydaychuk V.V., Mozgoviy V.V., Zaets Yu. A., Shevchuk L.V. Chyselne modeliuvannya termonapruzhenoho stanu sharuvatoho pokryttia avtomobilnoi dorohy (Numerical simulation of the thermal stress state of the layered road surface) //Opir materialiv i teoriia sporud. – 2017. – V. 98 – P.56 – 73.
4. Gulyayev V. I., Gaydaychuk V.V., Mozgoviy V.V., Zaets Yu. A., Shevchuk L.V. Deiki zakonirnosti termopruzhenoho deformuvannya asfaltobetonnoho pokryttia dorohy (Some regularities of thermoelastic deformation of asphalt concrete pavement) // Visnyk Natsionalnoho transportnoho universytetu. – 2018. – V. 37, No 1 – P.80-92.
5. Gulyayev V. I., Gaydaychuk, V.V., Mozgoviy, V.V., Zaets, Yu. A., Shevchuk, L.V. Doslidzhennia termonapruzhenoho stanu konstruksii dorozhnogo odiahu (Analysis of thermo-stressed state of the road coating structures) // Promyslove budivnytstvo ta inzhenerni sporudy. – 2017. – No 1. – P. 6 – 12.
6. Gulyayev V. I., Shevchuk, L.V., Kutsman O. M. Sezonnii pererozpodil poliv napruzhen v konstruksiiakh sharuvatykh pokryttiv dorih pid diieiu transportnykh navantazhen (Seasonal redistribution of stress fields in layered road structures under transport load action) //Visnyk Natsionalnoho transportnoho universytetu – 2018. – V. 40. – P. 98 – 105.
7. Kovalenko A.D. Osnovy termopruzgosti (Fundamentals of thermoelasticity). Kyiv: Naukova Dumka, 1970. – 239 p.
8. Gulyayev V. I., Koshel P. Z., Zaets Yu. A. Mekhanika hornykh vyrabotok pry deistvii hravytatsyonnykh y dynamycheskikh nahrzok (Mechanics of mine workings under the action

- of gravitational and dynamic loads). Ivano-Frankovsk: Izd-vo Prykarp. nats. un-ta im. V. Stefanyka, 2014. – 438 p.
9. Mozgoviy V.V., Gaydaychuk V.V., Zaets Yu. A., Shevchuk L.V. Analiz termopruznykh protsesiv v asfaltobetonnnykh sharakh avtomobilnykh dorih (Analysis of thermoelastic processes in asphalt concrete layers of roads) // Visnyk Odeskoï derzhavnoi akademii budivnytstva i arkhitektury. – 2017. – V. 67. – P. 96-103.
  10. Mozgoviy V.V., Gaydaychuk V.V., Zaets Yu. A., Shevchuk L.V., Gustelev O.O. Mekhanichni efekty i paradoksy yavlyshch termopruznoho napruzhenia v konstruktsiakh dorozhnykh odiahiv (Mechanical effects and paradoxes of thermoelastic stress phenomena in pavement structures) // Dorohy i mosty. – 2018. – V. 18 – P.128 – 146.
  11. Novatskiy V. Dinamicheskie zadachi termopruznosti (Dynamic problems of thermoelasticity). Moskva: Mir, 1970. – 256 p.
  12. Perelmuter A.V. O vliianii izmeneniia zhestokosti na pereraspredelenie usilii v staticheski neopredelimoï sisteme (On the effect of changes in cruelty on the redistribution of efforts in a statically indefinable system) // Stroitelnaia mekhanika i raschet sooruzhenii – 1974. – No 5, P. 64-67.
  13. Perelmuter, A.V., Slyvner, V.Y Raschetnye medeli sooruzhenii y vozmozhnost ikh analiza (Estimated construction time and the possibility of their analysis). Moskva: DMK Press, 2007. – 600 p.
  14. Gulyayev, V. I., Gaydaychuk, V.V., Mozgoviy, V.V. Termopruznyi stan bahatosharovykh dorozhnykh pokryttiv (Thermoelastic state of multilayer pavements). NTU Kyiv, 2018. – 252p.
  15. Shevchuk, L.V., Vaschilina, O.V., Lebedieva, I.V., Baran, S.A. Skinchenno-elementnyi monitorynh napruzhenno-deformovanoho stanu dorozhnoho pokryttia z rozsharuvanniam (Finite element monitoring of stress-strain state of pavement with stratification) // Visnyk KNU im. T.H. Shevchenka. – 2018. – V. 2. – P. 57 – 63.
  16. Gulyayev V. I., Gaydaychuk V.V., Mozgoviy V.V., Zaets Yu. A., Shevchuk L.V. Some regularities of seasonal transformations of stress fields in structures of layered pavements under action of transport loads. tezy dopovidei Mizhnarodnoi naukovy-praktychnoi konferentsii, m. Kyiv, 25-28 zhovtnia 2017. – K.: Talkom. – P. 59.
  17. Krishnan J.M., Rajagopal K.R. Review of the uses and modeling of bitumen from ancient to modern times. American society of mechanical engineers // Appl Mech Rev. – 2003. - 56(2). – P. 149–214.
  18. Litton R.L., Tsai F.L., Lee S.I., Luo R., Hu S., Zhou F. «Models for Predicting Reflection Cracking of Hot-Mix Asphalt Overlays» Research Report 669, Texas Transportation Institute, Texas A&M University, College Station, Texas, 2010. P.61.
  19. Radovskiy B., Teltayev B. Viscoelastic Properties of Asphalts Based on Penetration and Softening Point. Monograph. - Springer Nature, Switzerland, 2017. – 107 p.
  20. Yoder E.J. Principles of pavement design. – New York. John Wiley & sons, INC. London. Chapman & Hall, Ltd.

*Стаття надійшла 22.12.2020*

*Gaidaichuk V.V., Shevchuk L.V., Bilobrytska O.I., Baran S.A.*

### **STRESS CONCENTRATION IN THE VICINITY OF ROAD COATING CRACKS**

The article presents the results of a computer analysis of the stress-strain state of a multilayer asphalt pavement under the influence of traffic loads. Based on the finite-element model of coating deformation, a study was made of the mechanical behavior of the system considered for various structural schemes for the existence of vertical cracks in various layers of the structure under the action of vertical transport loads. The effects of stress concentration in the system due to high-gradient deformation fields and structural imperfections of the multilayer coating were found.

Multi-layer asphalt roads are one of the most common construction projects. Based on a review of the tasks of science about their strength and durability, these structures can be attributed to significantly complex types of building systems. This is primarily due to the multi-parameter nature of the factors that determine their design, material properties, types of loads and the impact on them, as well as their operating conditions. Therefore, designers of road structures and specialists who are

involved in the theoretical modeling of the mechanical behavior of layered massifs during operation have to take into account many additional factors that complicate their work. These include the most important design and operational features of these systems, which significantly affect the nature of the distribution of stress and strain fields, as well as their intensity. First of all, they include special structural schemes of the road and pavement. It is a multilayer three-dimensional package having disproportionately different sizes along each direction.

Hidden (as well as obvious) vertical cracks and horizontal delamination of the structure, sometimes permissible under operating conditions, can be added to the design model of a structure. Such violations of the continuity of the system also lead to discontinuity of the displacement functions, which further worsens the system's performance and complicates the task of its modeling.

The materials of the coating layers, which include asphalt concrete, cement, crushed stone, sand, soil, and others, also bring particular specificity to the work of the road structure. All of them differently resist tensile, compression and shear, and asphalt concrete is also elastic-viscous - plastic material, whose properties are largely dependent on temperature.

**Key words:** automobile road, multilayer road, coating structure, vertical cracks, transport load, deformation fields, stress concentration.

*Гайдайчук В.В., Шевчук Л.В., Білобрыцька Е.И., Баран С.А.*

### **КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В ОКРЕСТНОСТИ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ТРЕЩИН ДОРОЖНЫХ ПОКРЫТИЙ**

В статье приведены результаты компьютерного анализа напряженно-деформированного состояния многослойного асфальтобетонного дорожного покрытия под действием транспортных нагрузок. На основе конечно-элементной модели деформирования покрытия выполнено исследование особенностей механического поведения системы, рассмотренных при различных конструктивных схемах существования вертикальных трещин в различных слоях конструкции в условиях действия вертикальных транспортных нагрузок. Обнаружены эффекты концентрации напряжений в системе, обусловленные высокоградиентными полями деформаций и конструктивными несовершенствами многослойного покрытия.

**Ключевые слова:** Автомобильная дорога, многослойное покрытие, вертикальные трещины, транспортная нагрузка, поля деформаций, концентрация напряжений.

УДК 539.3

*Гайдайчук В.В., Шевчук Л.В., Білобрыцька О.М., Баран С.А.* **Концентрація напружень в околі вертикальних тріщин дорожніх покриттів** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2021. – Вип. 106. – С. 41-53.

*В статті наведені результати комп'ютерного аналізу напружено-деформованого стану багатослойного асфальтобетонного дорожнього покриття під дією транспортних навантажень.*

Ил. 7. Бібліогр. 20 назв.

UDC 539.3

*Gaidaichuk V.V., Shevchuk L.V., Bilobrytska O.I., Baran S.A.* **Stress concentration in the vicinity of road coating cracks** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2021. – Issue 106. – P. 41-53.

*The article presents the results of a computer analysis of the stress-strain state of a multilayer asphalt pavement under the influence of traffic loads.*

Fig. 7. Ref. 20.

УДК 539.3

*Гайдайчук В.В., Шевчук Л.В., Білобрыцька Е.И., Баран С.А.* **Концентрация напряжений в окрестности вертикальных трещин дорожных покрытий** // Сопротивление материалов и теория сооружений. – К.: КНУБА, 2020.

*В статье приведены результаты компьютерного анализа напряженно-деформированного состояния многослойного асфальтобетонного дорожного покрытия под действием транспортных нагрузок.*

Ил. 7. Библіогр. 20 назв.

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, завідувач кафедри теоретичної механіки КНУБА ГАЙДАЙЧУК Віктор Васильович.

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра теоретичної механіки, Гайдайчуку Віктору Васильовичу.

**Адреса домашня:** Україна, м. Київ, вул. Миколи Закревського, 27/2, кв. 64.

**Робочий тел.:** +38(044) 241-55-36

**Мобільний тел.:** +38(097) 542-94-27

**E-mail:** viktor\_gaydaychuk@bigmir.net

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0003-2059-7433>

**Автор (вчена ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики, ШЕВЧУК Людмила Володимирівна.

**Адреса робоча:** 01103 Україна, м. Київ, вул. М. Бойчука 42, Національний транспортний університет, ШЕВЧУК Людмилі Володимирівні.

**Робочий тел.:** +38(044) 284-71-09

**Мобільний тел.:** +38(066) 715-36-33

**E-mail:** ludmilashevchuk25@gmail.com

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0002-5748-9527>

**Автор (вчена ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики, БЛОБРИЦЬКА Олена Іванівна.

**Адреса робоча:** 01103 Україна, м. Київ, вул. М. Бойчука 42, Національний транспортний університет, БЛОБРИЦЬКІЙ Олені Іванівні.

**Робочий тел.:** +38(044) 284-71-09

**Мобільний тел.:** +38(099) 327-04-66

**E-mail:** olenkab@ukr.net

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0002-6751-6592>

**Автор (вчена ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, асистент кафедри дорожньо-будівельних матеріалів і хімії, БАРАН Сергій Анатолійович.

**Адреса робоча:** 01103 Україна, м. Київ, вул. М. Бойчука 42, Національний транспортний університет, БАРАНУ Сергію Анатолійовичу.

**Робочий тел.:** +38(044) 285-95-28

**E-mail:** baran\_serg@ukr.net

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0002-3591-9880>

UDC 539.371:69.04

## CALCULATION OF THE IMPROVED STEEL BEAMS OF BUILDINGS AND STRUCTURES OF THE MINING AND METALLURGICAL COMPLEX

**E.I. Gezentsvey<sup>1</sup>**,

Expert of buildings design

**V.I. Olevskiy<sup>2</sup>**,

Doctor of technical science, professor

**D.L. Volchok<sup>3</sup>**,

Phd, associate professor

**O.V. Olevskiy<sup>4</sup>**,

Certificated partner of “Dassault Systèmes SolidWorks” (CSWA)

<sup>1</sup>*Metinvest Engineering LLC*

<sup>2</sup>*Ukrainian State University of Chemical Technology*

<sup>3</sup>*Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture*

<sup>4</sup>*Oles Honchar Dnipro University*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.54-67

**Abstract.** Load-bearing elements of buildings and structures of the mining and metallurgical complex in recent decades need to develop new more effective design solutions due to the intensification of technological processes, an increase in temperature loads and aggressiveness of the environment. The main direction of increasing the efficiency of such elements is their design from economically alloyed steel, which allows to increase the resource of structures and prevent accidents with a significant increase in temperature. Due to the fact that alloyed steels have higher mechanical characteristics at elevated temperatures, the question arises of creating lightweight beam structures from such steels, reducing their material consumption while maintaining the stability and fatigue strength of beams, the most promising is the use of welded beams with a perforated wall and composite beams.

The creation of the most effective cross-sectional shape of metal beams with a perforated wall and welded beams, as well as crane beams in transverse bending, considering strength, local stability, flat bending stability and fatigue strength is considered. It is shown that an effective shape of beams with a perforated wall is a box-shaped structure made of perforated channels. A calculation was carried out to select a rational design made of an assortment of hot-rolled channel profiles. It is shown that due to the use of the proposed sectional shape, significant savings in the weight of the structure can be achieved. Considering the three-dimensional stress-strain state, the fatigue strength of welded metal crane girders operating in severe conditions is estimated. The efficiency of using a hot-rolled I-beam as the upper chord of such welded beams is shown. The necessity of using a hot-rolled I-beam and to ensure the fatigue strength of the lower chord is demonstrated.

The use of the previously proposed combined method for calculating the structures of industrial buildings and structures and the use of economically alloyed steels allows us to create new designs of critical elements that reduce their material consumption and increase their resource. Further research can be carried out for real object designs in order to reduce their cost and increase reliability during operation in the conditions of mining and metallurgical production.

**Key words:** beam, perforated wall, weight saving, fatigue strength.

## 1. Introduction

Load-bearing elements of buildings and structures of the mining and metallurgical complex in recent decades need to develop new more effective design solutions due to the intensification of technological processes, an increase in temperature loads and aggressiveness of the environment [1, 2]. The main direction of increasing the efficiency of such elements is their design from economically alloyed steel, which allows to increase the resource of structures and prevent accidents with a significant increase in temperature [2, 3]. Due to the fact that alloyed steels have higher mechanical characteristics at elevated temperatures, the question arises of creating lightweight beam structures from such steels, reducing their material consumption while maintaining the stability and fatigue strength of beams, the most promising is the use of welded beams with a perforated wall and composite beams.

Traditionally, the most effective shape of the cross-section of beams is the I-section. A large number of studies have been devoted to the creation of various designs of perforated and composite I-beams [1, 4–7]. It is known that in the absence of lateral supports, I-beams bent in the plane of the wall may not be stable enough. If the loads, increasing, exceed certain limits, then such beams lose the stability of the flat form of bending, and they become unable to resist the load. Some modern articles take into account loading uncertainties in their calculations and estimation of stability and strength [9, 10] and it can be continuation of research in this field. This work uses traditional deterministic raw data.

Loss of stability of thin-walled elements of welded structures is also possible due to structural deviations arising during manufacture and operation [7–8]. At the same time, the shape determined by the section of hot-rolled I-profiles in accordance with GOST 8239-72 is difficult to improve and facilitate, since the achievement of the limiting conditions of strength and stability of flat bending occurs for such beams at very close loads. The creation of lightweight beams with a perforated web and composite beams from parts of such a profile, although it leads to an increase in the calculated permissible bending loads, requires the creation of constrained bending conditions to prevent buckling of the flat deformation form. Although many works [1, 4–7, 11–17] have been devoted to the issues of local stability of beams with cutouts, the problem of assessing the stability of perforated beams is still far from a final solution. Compared to experimental data, existing calculation methods in some cases give deviations reaching 70% [11, 12, 16]. The development of stable perforated web and polybeam structures is an important area of focus for more rational structural design.

There are three types of buckling of perforated beams: buckling of flat bending; loss of local stability of the beam wall, manifested in local bulging of the wall; loss of local stability of the beam chord [1, 12, 17]. In addition, beams with a perforated wall have a complex stress-strain state with a stress concentration in the notch zone [15]. All this necessitates a refined numerical simulation of the behavior of such beams without the use of simplifying hypotheses and design schemes. Such a calculation is possible on the basis of nonlinear modeling in the SolidWorks system [19], which we have

successfully used earlier for calculating complex structures of the mining and metallurgical complex [2].

## 2. Calculation of effective perforated welded beams

To analyze the parameters of the bearing capacity of the beams, the design scheme of a three-dimensional elastic body under geometrically nonlinear deformation was used [2, 19].

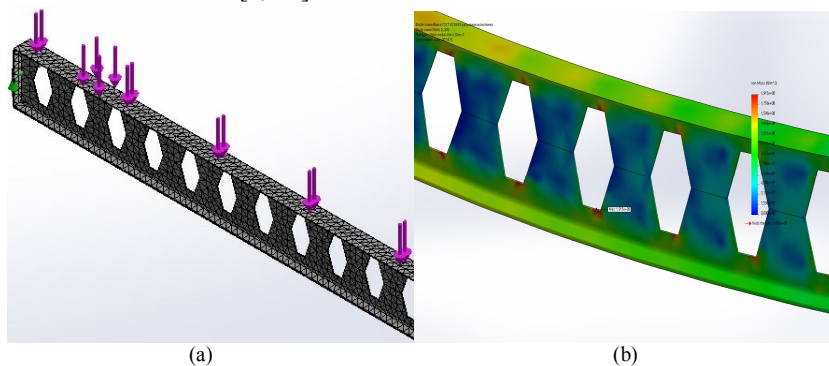


Fig. 1. Design scheme of a three-dimensional elastic body:

(a) - grid view, (b) - an example of calculating the stress state in the zone of concentrators

This makes it possible to simultaneously study the local and overall strength of the beam, the deformation stability of the walls and flanges, and the maximum deflection of the beam. Loads that did not lead to a loss of bearing capacity in terms of a set of parameters were considered acceptable. A multiple calculation was performed for beams of various sizes with the aim of selecting a beam of minimum weight, corresponding to the conditions of strength and stability at a given length and load.

The studies were carried out for a perforated I-beam made by cutting and subsequent welding of beams GOST 8239-72 according to a waste-free symmetric scheme [17] (Fig. 2).

A preliminary calculation carried out to find a rational design confirmed the low efficiency of reducing the weight of a perforated beam compared to a hot-rolled beam of the same bearing capacity due to a decrease in buckling loads for perforated beams.

Comparison of the coefficient of stability of hot-rolled beams (the ratio of buckling load to the actual load, buckling factor of safety,  $Buckl\_FOS$ ) and the factor of safety (FOS) shows the practical coincidence of their permissible level for the same profile number for structural steel 09G2S. In fig. 3 is shown the dependences of the coefficients for beams with a length of 6 m with a uniformly distributed load with an intensity of 1.5 t/m and hinged fastening of the ends made of structural steel 09G2S and economically alloyed steel 10G2FB.



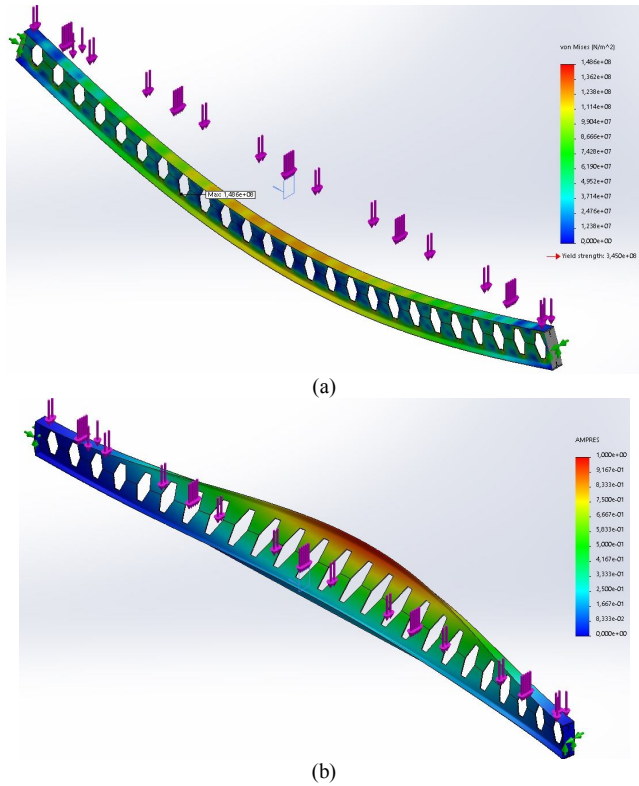


Fig. 2. Calculation of welded beams with a perforated wall:  
 (a) - stresses, (b) - displacements with loss of stability

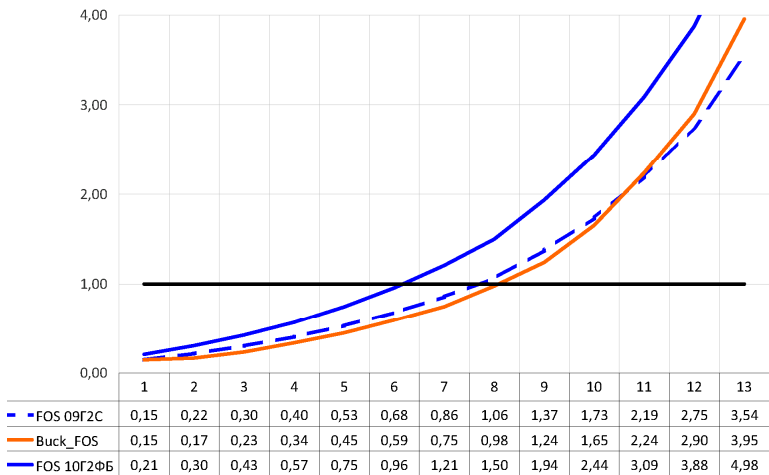


Fig. 3. Dependence of the values of the stability and strength coefficients on the serial number of the profile for hot-rolled beams GOST 8239-72

Fig. 4 shows the dependences of the stability and strength coefficients for perforated I-beams, made by cutting and subsequent welding of GOST 8239-72 beams according to a waste-free symmetric scheme, on the serial number of the profile corresponding to the workpiece from the hot-rolled beam. It is clearly seen that, despite a significant increase in the strength factor, there is a simultaneous decrease in the stability factor. This limits the possibility of using a lightweight beam: under the considered load, a beam with a perforated wall, equal in strength to a hot-rolled one, weighs only 9.2% less. Such weight savings do not always justify the additional technological costs of manufacturing a welded perforated beam.

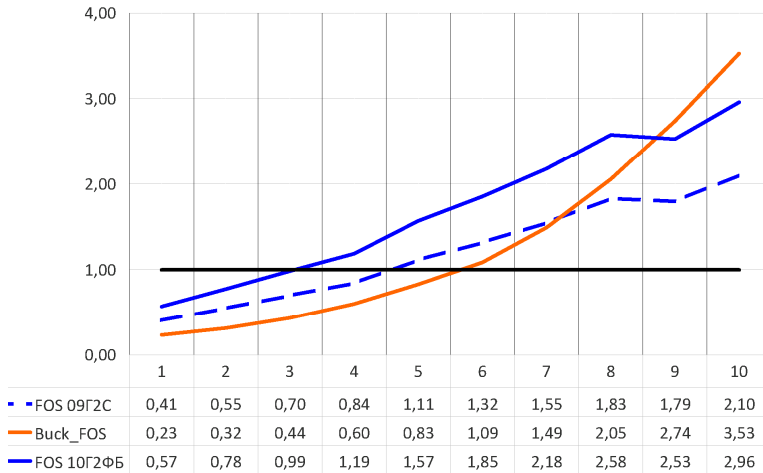


Fig. 4. Dependence of the values of the stability and strength coefficients on the serial number of the profile for welded I-beams with a perforated wall

As an alternative to the design of an I-beam, we propose to use box-shaped

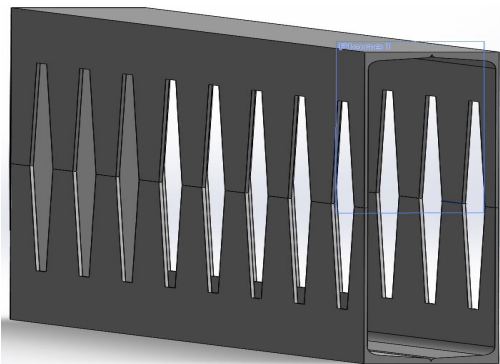


Fig. 5. Scheme of a box-shaped welded beam

welded beams made of hot-rolled channel according to 8240-89 using waste-free technology (Fig. 5). Such a structure is in fact a welded I-beam with a perforated wall cut along the wall and butt-welded along the edges of the flanges. Calculation of box-shaped welded beams with a perforated wall (Fig. 6) showed their significant advantages over those previously investigated.

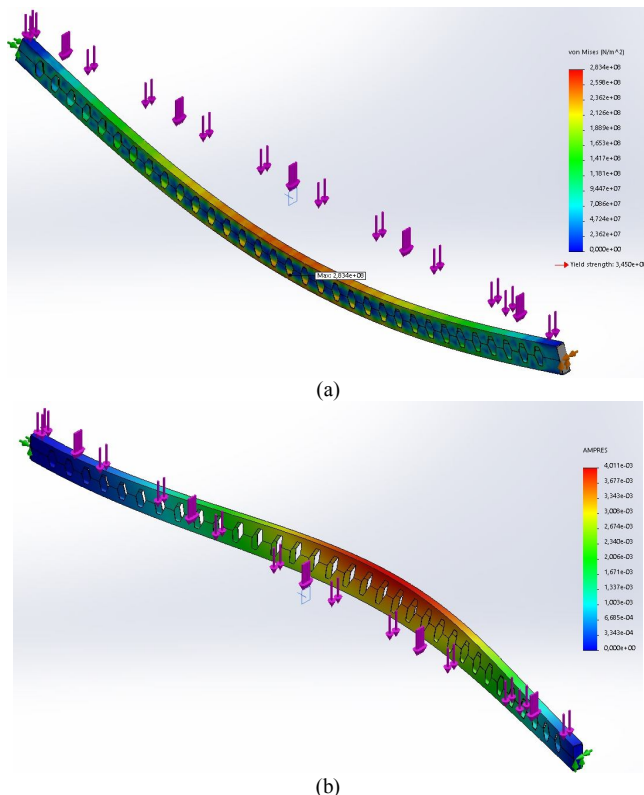


Fig. 6. Calculation of welded box beams with a perforated wall:  
(a) - stresses, (b) - displacements with loss of stability

The stability coefficient for such beams significantly exceeds unity for all considered cases, which indicates the impossibility of losing the bearing capacity of such beams due to the loss of stability (Fig. 7).

Under these conditions, the use of beams with perforated walls provides significant advantages over hot-rolled ones, especially when using economically alloyed steels. Table 1 shows the comparative parameters of beams with a minimum weight of 6 m in length at a load of 1 t/m, made of economically alloyed steel 10G2FB. It can be seen that the weight loss is more than 31%, which makes it possible to recommend beams of this design for use in the construction of modern buildings and structures.

Table 1

Comparison of hot rolled and welded box girders

Beam type	Profile No.	Strength factor	Stability factor	Weight, kg
Hot rolled	22	1,8	1,12	148
Welded box-shaped	16	1,2	4,2	102

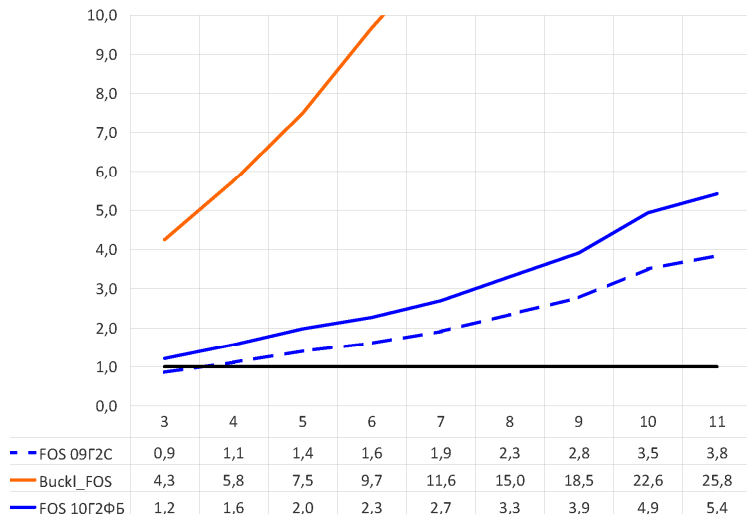


Fig. 7. Dependence of the values of the stability and strength coefficients on the serial number of the profile for box-shaped welded beams with a perforated wall 6 m long at a uniformly distributed load of 1.5 t/m and hinged ends

An additional advantage of beams with a perforated wall is the ability to lay communications in them and provide access to them for preventive and repair work. This, in turn, allows you to reduce the height of the interfloor spaces.

### 3. Calculation of effective welded crane girders considering fatigue strength

It is known that in welded crane girders operating under severe operating conditions, the most vulnerable point is the longitudinal weld seam connecting the upper flange with the wall [20, 21]. The location of the welded seam in the most stressed sub-rail zone is one of the main disadvantages of welded crane beams, since in this zone the amplitudes of shear stress oscillations are greatest. The authors of the monograph [21] propose the removal of welds from the under-rail zone of the beams at a distance where the shear stress fluctuations attenuate so significantly that they are not able to cause the initiation and development of cracks. The results of the tests given in [21] confirm the high endurance of beams with belts made of rolled tees. In beams with T-belts, the weld seam is removed downward at a considerable distance from the contact zone of the rail with the beam belt. Therefore, the amplitudes of fluctuations of local stresses in the weld are significantly reduced, which minimizes the risk of fatigue cracks in the weld.

Beam designs proposed by the authors [21] that increase the fatigue strength of longitudinal seams are difficult to manufacture and operate. The calculations performed in [21] were carried out using the beam scheme and did not consider the complex stress-strain state of the structure near the load transfer zone, which requires the use of the design scheme of a three-dimensional body.

In order to create a rational design of a crane girder and a method for refined calculation of such beams, we used a module for calculating fatigue of welded seams of the SolidWorks complex and a scheme of geometrically nonlinear deformation of a three-dimensional elastic body. Welded beams of two types were considered - a composite beam from a hot-rolled I-profile No. 20 and a corresponding welded profile of the same height (Fig. 8 (a)), and a welded I-beam of the same height, corresponding in width to a hot-rolled profile No. 30 (Fig. 8 (b)).

A 6 m long beam with rigidly clamped ends was considered, which corresponds to the operating conditions of the middle part of a continuous crane girder loaded with 4 t forces on each of two 15 mm long sections located at a distance of 1 m in the middle part of the span (Fig. 9).

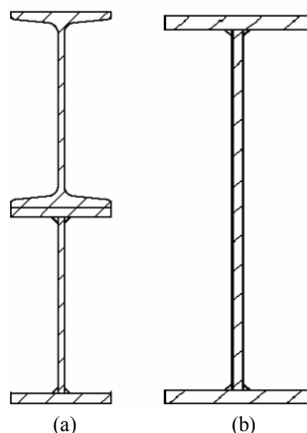


Fig. 8. Shape of sections of welded beams

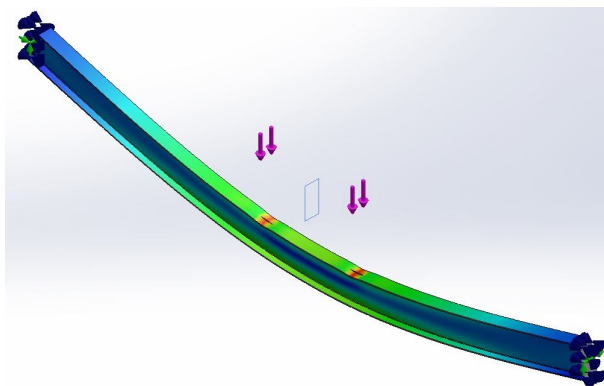


Fig. 9. Design diagram of the crane girder

Initially, the calculation of the static stress-strain state of the beam under working loads was carried out, confirming the bearing capacity of the beam (Fig. 9). For the beam under consideration, the maximum stresses close to the steel plasticity limit were achieved locally in the load zone. Such operating conditions for the crane girder are difficult.

The change in the load was taken according to a zero cycle according to the quasi-static load scheme, i.e., the load changed from the level of its absence to the maximum value, and possible dynamic processes were not taken into account. Only the fatigue of the welded seams was considered, since the fatigue of the upper most loaded flange strongly depends on the conditions of

contact with the rail, which was not adequately described under the conditions of this model.

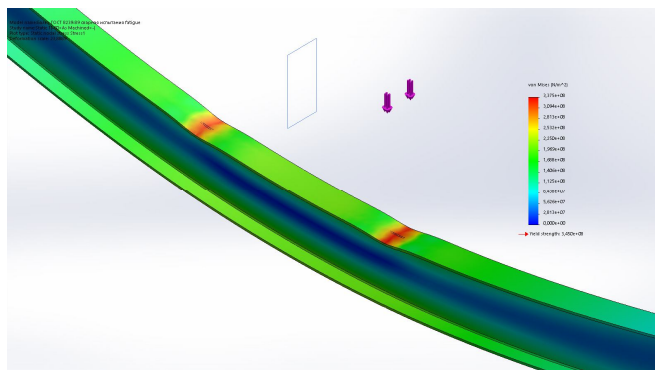


Fig. 10. The stress-strain state of the crane girder

Calculation of weld fatigue for a solid welded beam (Fig. 11) confirms the conclusions [21]. The zone of minimum fatigue strength extends over the entire thickness of the upper flange of the beam and sections of the welded seam in the load zone. Under the given conditions, corresponding to the conditions of static strength, the welded seam is able to withstand only about 32 thousand cycles, which is significantly lower than the standard resource. This confirms the need to calculate the material and welded seams of crane girders for fatigue strength in the design of industrial facilities.

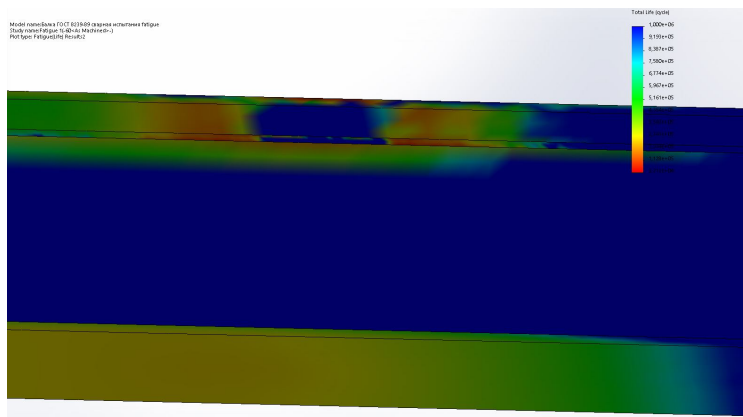


Fig. 11. Distribution of fatigue strength zones of a welded beam

The stress-strain state of a composite beam practically does not differ from the state of an I-beam welded beam (Fig. 12).

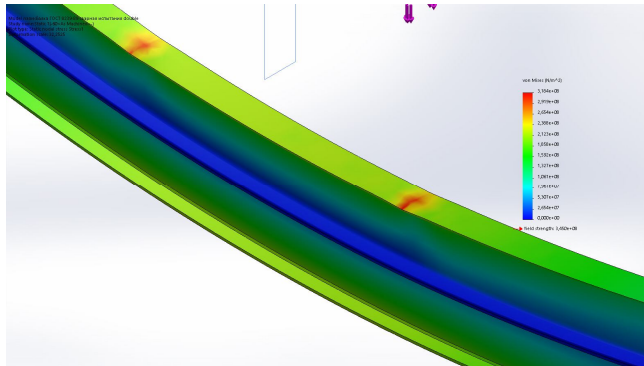


Fig. 12. Stress-strain state of the composite welded crane girder

It is clearly seen that the welds between the beams are in the zone of minimum deformations and do not determine the fatigue strength of the structure. This is confirmed by the calculation of fatigue (Fig. 13): these seams withstand in such a structure more than 1 million cycles, which is close to the design standard.

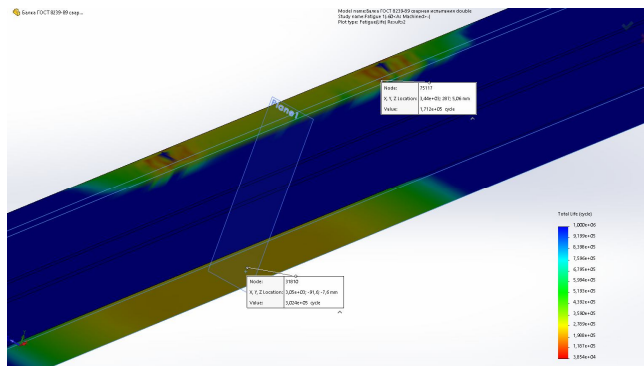


Fig. 13. Distribution of fatigue strength zones of a composite beam

Maximum displacements are now in the weld zone of the bottom flange of the welded beam. Their resource is about 300 thousand cycles, which determines the resource of the whole structure. This resource is significantly lower than standard, but an order of magnitude higher than the resource of the welded I-beam.

Thus, a detailed calculation based on a three-dimensional model shows that not only the elements of the upper, but also the lower chord of the crane girder are subject to replacement with hot-rolled elements. In addition, in order to ensure the standard fatigue life, it is necessary that the maximum stresses in the beam be slightly lower than the calculated ultimate stresses in the static calculation, which should certainly lead to an increase in the mass of the crane girder.

#### 4. Conclusions

The use of the previously proposed combined method for calculating the structures of industrial buildings and structures and the use of economically alloyed steels allows us to create new designs of critical elements that reduce their material consumption and increase their resource. Further research can be carried out for real object designs in order to reduce their cost and increase reliability during operation in the conditions of mining and metallurgical production.

#### REFERENCES

1. *Kudishin, Yu. I.* Metallicheskie konstrukcii: uchebnik. (Metal structures: textbook) / Yu. I. Kudishin, E.I Belenya, V.S Ignatieva. - 13th ed., Rev. - M.: Publishing Center Academy, 2011. - 688 p. (in Russian)
2. *Gezentsvey E.I.* Sovremennyy'e metody' rascheta zdaniy i sooruzheniy metallurgicheskogo i gorno-obogatitel'nogo proizvodstva s intensivny'mi istochnikami tepla (Modern methods of calculating buildings and structures of metallurgical and mining and processing industries with intensive heat sources: monograph) / E.I. Gezentsvey, V.I. Olevsky, A.V. Olevsky. - K.: Publishing house "Steel", 2020. - 131 p. (in Russian)
3. *Gezentsvey E.I., Olevsky V.I., Olevsky A.V.* Sravnitel'ny'j analiz prochnosti kozhukha domennoj pechi modernizirovannoj konstrukczii iz stali 10G2FB i tradiczionnoj iz stali 09G2S (Comparative analysis of the strength of the blast furnace shell of a modernized design made of steel 10G2FB and traditional steel 09G2S) / Promislove Budivnitsvo and Engineering Sporudi. - 2020. - No. 3 - P. 36-41. (in Russian)
4. *Mikhailov V.V.* Proektirovanie stal'ny'kh konstrukczij na primere balochnoj kletki: uchebnoe posobie (Design of steel structures on the example of a beam cage: a tutorial) / V.V. Mikhailov, M.S. Sergeev. - Vladim. State University named after A. Grigorievich and N.G. Stoletovs. - Vladimir: Publishing house of VISU, 2012. - 72 p. (in Russian)
5. *Endzhievsky L.V.* Karkasy' zdaniy iz lyogkikh metallicheskih konstrukczij i ikh e'lementy' : uchebnoe posobie (Frameworks of buildings made of light metal structures and their elements: textbook) / L.V. Endzhievsky, V.D. Nadelyaev, I. Ya. Petukhova. - M., 1998. - 247 p. (in Russian)
6. *Pritykin A.I.* Razrabotka metodov rascheta i konstruktivny'kh reshenij balok s odnoryadnoj i dvukhryadnoj perforacziej stenki (Development of calculation methods and design solutions for beams with single-row and two-row perforation of the wall): author. dis ... cand. tech. sciences. - Kaliningrad, 2011. - 44 p. (in Russian)
7. *Pritykin A.I.* Osobennosti rascheta perforirovanny'kh balok MKE` (Features of calculation of perforated beams FEM) / A.I. Pritykin, A.V. Misnik, A.S. Lavrova // Izvestiya KSTU. - 2016. - No. 43. - P. 249-259. (in Russian)
8. *Matematicheskie metody' modelirovaniya tekhnicheskikh i biologicheskikh sistem s uchedom otklonenij* (Mathematical methods for modeling technical and biological systems taking into account deviations) / S. A. Borzov, S. S. Nasonova, A. V. Polishchuk [and others]; ed. V.I. Olevsky. - D.: Publishing house Makovetskij Yu.V., 2017. - 214 p. (in Russian)
9. *Baiev S.V., Volchok D.L.* Nonlinear oscillations of a prestressed concrete bridge beam subjected to harmonic perturbation in the conditions of indeterminacy of parameters // Opir materials and theory of construction Science and technology collection. V. 104. Kyiv 2020. - P. 147-163
10. *Baranenko V., Volchok D.* Evaluation of the maximum axial force on a cylindrical shell structure in terms of stability and strength using fuzzy quantities of chosen geometric parameters // Roads and Bridges-Drogi i Mosty. - 2016. - V. 15. - No. 1. - P. 71-81.
11. *Daripasko, V.M.* Prochnost' i ustojchivost' dvutavrov'kh e'lementov s perforirovannoj stenkoj pri obshhem sluchae zagruzheniya (Strength and stability of I-beams with a perforated wall in the general case of loading: author. dis. Cand. tech. Sciences: 05.23.01) / Daripasko Vadim Mihaylovich - SPb., 2000. - 22 p. (in Russian)



12. Kopytov, M.M. Mestnaya ustojchivost' stenki perforirovannogo dvutavra (Local stability of the wall of a perforated I-beam) / M.M. Kopytov, S.G. Yashin // Bulletin of TSUACE. - 2000. - No. 1 (2). – P. 152-158. (in Russian)
13. Litvinov, E.V. Prochnost' i ustojchivost' stenki v linejno-perforirovannykh elementakh stal'nykh konstrukcij s reguljarnymi otverstiyami (Strength and stability of the wall in linearly perforated elements of steel structures with regular holes: author. dis. Cand. tech. Sciences: 05.23.01) / Litvinov Evgeniy Vladimirovich. - Novosibirsk, 2006. – 24 p. (in Russian)
14. Olkov, Ya.I. Nekotorye rezul'taty optimizacii stal'nykh balok s perforirovannyimi stenkami (Some results of optimization of steel beams with perforated walls) / Ya.I. Olkov, A.A. Mohammed // Fifth Ural Academic Readings - Yekaterinburg: URO RAASN, 2000. – P. 21-23. (in Russian)
15. Pritykin, A.I. Koncentracziya napryazhenij v balkakh s odnim ryadom shestiuhol'nykh vy'rezov (Stress concentration in beams with one row of hexagonal cutouts) / A.I. Pritykin // Vestnik MGSU. - 2009. - No. 1 – P. 118–121. (in Russian)
16. Pritykin, A.I. Mestnaya ustojchivost' balok-stenok s shestiuhol'nyimi vy'rezami (Local stability of beams-walls with hexagonal cutouts) / A.I. Pritykin // Building mechanics and calculation of structures. - 2011. - No. 1 – P. 2–6. (in Russian)
17. Pritykin, A.I. Raschet perforirovannykh balok (Calculation of perforated beams) / A.I. Pritykin. - Kaliningrad: Publishing house of KSTU, 2008. - 308 p.
18. Reshenie problemy vy'noslivosti podkranovykh balok pri tyazhyolom rezhime e'ksploataczii (Solving the problem of endurance of crane girders under heavy operating conditions: monograph) / K.K. Nezhdanov, A.K. Nezhdanov. - Penza: PGUAS, 2015. – 124 p. (in Russian)
19. Alyamovsky A.A. SolidWorks Simulation. Inzhenernyj analiz dlya professionalov: zadachi, metody, rekomendaczii. (SolidWorks Simulation. Engineering analysis for professionals: tasks, methods, recommendations). - DMK Press, 2015. – 562 p. (in Russian)
20. Nezhdanov, K.K. Sposob garantirovaniya zadannoj vy'noslivosti K-obraznogo svarnogo shva v podrel'sovoj zone stenki dvutavrovoy podkranovoj balki (A method for guaranteeing a given endurance of a K-shaped weld in the under-rail zone of an I-beam crane girder [Text]) / K.K. Nezhdanov, A.K. Nezhdanov, A.A. Kuzmishkin // Building mechanics and design of structures. - 2008. - No. 1 - pp. 52–57. (in Russian)
21. Nezhdanov, K.K. Reshenie problemy obespecheniya dostatochnoj vy'noslivosti i resursa intensivno e'ksploatiruyushihhsya podkranovykh balok (Solution of the problem of ensuring sufficient endurance and resource of intensively operated crane beams [Text]) / K.K. Nezhdanov, A.A. Lashtankin, D.Kh. Kurtkeзов // Construction mechanics and calculation of structures. - 2013. - No. 5 – P. 41–47. (in Russian)

Стаття надійшла 22.02.2021

Гезенцевей Ю.І., Олевський В.І., Волчок Д.Л. Олевський О.В.

#### РОЗРАХУНОК ВДОСКОНАЛЕНИХ СТАЛЕВИХ БАЛОК БУДІВЕЛЬ І СПОРУД ГІРНИЧО-МЕТАЛУРГІЙНОГО КОМПЛЕКСУ

В останні десятиліття несучі елементи будівель і споруд гірничо-металургійного комплексу потребують розробки нових більш ефективних конструкторських рішень в зв'язку з інтенсифікацією технологічних процесів, збільшенням температурних навантажень і агресивності середовища. Основним напрямком підвищення ефективності таких елементів є їх конструювання з економічно легованої сталі, що дозволяє збільшити ресурс споруд і запобігти аварійності при значному підвищенні температури. У зв'язку з тим, що леговані сталі мають більш високі механічні характеристики при підвищених температурах, виникає питання про створення полегшених балкових конструкцій з таких сталей, зниження їх матеріаломісткості при збереженні стійкості і втомної міцності балок, найбільш перспективним представляється використання зварних балок з перфорованою стінкою і складових балок.

Розглядається питання створення найбільш ефективної форми поперечного перерізу металевих балок з перфорованою стінкою і підкранових зварних балок, а також підкранових балок при поперечному вигині з урахуванням міцності, місцевої стійкості, стійкості плоскості

форми вигину і втомної міцності. Показано, що ефективною формою балок з перфорованою стінкою є коробчата конструкція з перфорованих швелерів. Проведено розрахунок для вибору раціональної конструкції, виготовленої з сортаменту гарячекатаних профілів швелерів. Показано, що за рахунок застосування запропонованої форми перерізу може бути досягнута значна економія ваги конструкції. З урахуванням тривимірного напружено-деформованого стану оцінена втомна міцність зварних металевих підкранових балок, що працюють у важких умовах. Показана ефективність використання гарячекатаної двутаврової балки в якості верхнього пояса таких зварних балок. Продемонстровано необхідність застосування двутаврової гарячекатаної балки і для забезпечення втомної міцності нижнього пояса.

Застосування запропонованого нами раніше комбінованого методу розрахунку конструкцій промислових будівель і споруд та використання економно легованих сталей дозволяє створити нові конструкції відповідальних елементів, що дозволяють знизити їх матеріаломісткість і підвищити ресурс. Подальші дослідження можуть бути проведені для реально проєктованих об'єктів з метою їх здешевлення і підвищення надійності при експлуатації в умовах гірничо-металургійного виробництва.

**Ключові слова:** балка, перфорована стінка, економія ваги, втомна міцність.

*Гезенцевей Ю. И., Олевский В.И., Волчок Д.Л., Олевский А.В.*

### **РАСЧЕТ УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫХ СТАЛЬНЫХ БАЛОК ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ ГОРНО-МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА**

В последние десятилетия несущие элементы зданий и сооружений горно-металлургического комплекса нуждаются в разработке новых более эффективных конструкторских решений в связи с интенсификацией технологических процессов, увеличением температурных нагрузок и агрессивности среды. Основным направлением повышения эффективности таких элементов является их конструирование из экономно легированной стали, что позволяет увеличить ресурс сооружений и предотвратить аварийность при значительном повышении температуры. В связи с тем, что легированные стали имеют более высокие механические характеристики при повышенных температурах, возникает вопрос о создании облегченных балочных конструкций из таких сталей, снижения их материалоемкости при сохранении устойчивости и усталостной прочности балок, наиболее перспективным представляется использование сварных балок с перфорированной стенкой и составных балок.

Рассматривается вопрос создания наиболее эффективной формы поперечного сечения металлических балок с перфорированной стенкой и подкрановых сварных балок, а также подкрановых балок при поперечном изгибе с учетом прочности, местной устойчивости, устойчивости плоской формы изгиба и усталостной прочности. Показано, что эффективной формой балок с перфорированной стенкой является коробчатая конструкция из перфорированных швеллеров. Проведен расчет для выбора рациональной конструкции, изготовленной из сортамента горячекатаных профилей швеллеров. Показано, что за счет применения предложенной формы сечения может быть достигнута значительная экономия веса конструкции. С учетом трехмерного напряженно-деформированного состояния оценена усталостная прочность сварных металлических подкрановых балок, работающих в тяжелых условиях. Показана эффективность использования горячекатаной двутавровой балки в качестве верхнего пояса таких сварных балок. Продемонстрирована необходимость применения двутавровой горячекатаной балки и для обеспечения усталостной прочности нижнего пояса.

Применение предложенного нами ранее комбинированного метода расчета конструкций промышленных зданий и сооружений и использование экономно легированных сталей позволяет создать новые конструкции ответственных элементов, позволяющие снизить их материалоемкость и повысить ресурс. Дальнейшие исследования могут быть проведены для реально проектируемых объектов с целью их удешевления и повышения надежности при эксплуатации в условиях горно-металлургического производства.

**Ключевые слова:** балка, перфорированная стенка, снижение веса, усталостная прочность.

УДК 539.371:69.04

Гезенцевей Ю.І., Олевський В.І., Волчок Д.Л., Олевський О.В. **Розрахунок вдосконалених сталевих балок будівель і споруд гірничо-металургійного комплексу** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2021. – Вип. 106. – С. 54-67.

*Створення раціональної конструкції підкранової балки і методики уточненого розрахунку з використанням модуля розрахунку на втому зварних швів комплексу SolidWorks і схеми геометрично нелінійного деформування тривимірного пружного тіла.*

Табл. 1. Іл. 13. Бібліогр. 21 назв.

UDC 539.371:69.04

Gezentsvey E.I., Olevskiy V.I., Volchok D.L., Olevskiy O.V. **Calculation of the improved steel beams of buildings and structures of the mining and metallurgical complex** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. 2021. – Issue 106. – P. 54-67.

*Creation of a rational design of a crane beam and a refined calculation method using the module for fatigue calculation of welded joints of the SolidWorks software and a scheme of geometrically nonlinear deformation of a three-dimensional elastic body.*

Tabl. 1. Fig. 13. Ref. 21.

УДК 539.371:69.04

Гезенцевей Ю. І., Олевський В. І., Волчок Д. Л., Олевський А. В. **Расчет усовершенствованных стальных балок зданий и сооружений горно-металлургического комплекса** // Соппротивление материалов и теория сооружений. – 2021. – Вип. 106. – С. 54-67.

*Создание рациональной конструкции подкрановой балки и методики уточненного расчета с использованием модуля расчета на усталость сварных швов комплекса SolidWorks и схемы геометрически нелинейного деформирования трехмерного упругого тела.*

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** експерт з будівельного проектування

**Адреса робоча:** 49000, м. Дніпро, вул. Князя Ярослава Мудрого, 53, ТОВ «Метінвест Інжиніринг», ГЕЗЕНЦВЕЙ Юхим Ісаакович

**Мобільний тел.:**+380676115791

**E-mail:** efim.gezentsvey@metinvestholding.com

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0003-1190-5465>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):**

доктор технічних наук, завідувач кафедри вищої математики

**Адреса робоча:** 49005, м. Дніпро, пр. Гагаріна, 8, ДВНЗ «Український державний хіміко-технологічний університет», ОЛЕВСЬКИЙ Віктор Ісаакович

**Мобільний тел.:** +38067276560

**E-mail:** ileft@i.ua

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0003-3824-1013>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):**

кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки та опору матеріалів

**Адреса робоча:** 49600, м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а, ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, ВОЛЧОК Денис Леонідович

**Мобільний тел.:** +380667276560

**E-mail:** Denys.L.Volchok@gmail.com

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0002-7914-321X>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):**

сертифікований партнер Dassault Systèmes SolidWorks (CSWA), член Товариства промислової та прикладної математики (SIAM)

**Адреса робоча:** 49000, м. Дніпро, проспект Гагаріна, 72, ДВНЗ Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, ОЛЕВСЬКИЙ Олександр Вікторович

**Мобільний тел.:** +380986325306

**E-mail:** tigozavr@gmail.com

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0002-0245-7106>

UDC 624.04, 519.853

## OPTIMAL NUMBERS OF THE REDUNDANT MEMBERS FOR INTRODUCING INITIAL PRE-STRESSING FORCES INTO STEEL BAR STRUCTURES

V. V. Yurchenko<sup>1</sup>,

Doctor of Technical Science, Associate Professor

I. D. Peleshko<sup>2</sup>,

Candidate of Technical Science, Associate Professor

<sup>1</sup>*Kyiv National University of Construction and Architecture  
Povitroflotskyj av., 31, Kyiv, 03680*

<sup>2</sup>*Lviv Polytechnic National University  
St. Bandery, 12, Lviv, 79013*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.68-91

The paper considers parametric optimization problems for the steel bar structures formulated as nonlinear programming ones with variable unknown cross-sectional sizes of the structural members, as well as initial prestressing forces introduced into the specified redundant members of the structure. The system of constraints covers load-bearing capacity constraints for all the design sections of the structural members subjected to all the design load combinations at ultimate limit state, as well as displacement constraints for the specified nodes of the bar system, subjected to all design load combinations at serviceability limit state. The method of the objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations has been used to solve the parametric optimization problem. A numerical technique to determine the optimal number of the redundant members to introduce the initial prestressing forces has been offered for high-order statically indeterminate bar structures. It reduces the dimension for the design variable vector of unknown initial prestressing forces for considered optimization problems.

**Keywords:** parametric optimization, redundant member, initial prestressing force, optimal prestressing, sensitivity analysis, gradient projection method.

**Introduction.** The concept of pre-stressing steel structures is only recently being re-considered, despite a long and successful history of pre-stressing concrete members. In spite of having many advantages over pre-stressed concrete, pre-stressed steel has not been popular due to the complexity and ambiguity involved in analysis and design calculations and problems arising due to application of external pre-stressing technique and fabrication [1].

Early work on the pre-stressing of steel structures was described by Magnel [2] in 1950, where it was shown experimentally that improved economy can be achieved by pre-stressing truss girders. More recent studies have explored the behavior and design of pre-stressed steel beams [3], flooring systems [4], columns [5, 6], trusses [7, 8] and space trusses [9]. Studies of the structural response of sub-assemblies and the overall response of pre-stressed frames with sliding joints have been also carried out [10], as has a numerical investigation into the stress-erection process of such systems [11]. Each of the

above described studies identified potential economies and enhanced performance through the use of pre-stressing [1].

A number of research works were dedicated to the optimization of pre-stressed bar structures. Usually applied optimum design problems for the pre-stressed bar structures are formulated as parametric optimization problems, namely as searching problems for unknown structural parameters, whose provide an extreme value of the specified purpose function in the feasible region defined by the specified constraints [12]. For this purpose, research papers [13, 14, 15, 16] use mathematical programming methods where optimal design is divided into several stages, where a search is completed at each stage after varying values of a specific group of parameters. Introduction of such stage-by-stage procedures may in many cases distort the conditions of optimization tasks.

In the papers [17, 18] an algorithm for searching for the optimum values of the parameters of pre-stressed steel arch trusses with high-strength ties has been developed. The problem in focus is to reduce the cost of the operating trusses while taking into consideration the strength, stiffness and stability constraints formulated according to design code requirements. The optimization is performed via a genetic algorithm. The strain-stress state of the structure variants is calculated basing upon the finite element method. The feasibility of the suggested method was illustrated for optimal engineering of a steel truss with a 60 m span, pre-stressed with a double-lay rope.

Pre-stress of the statically indeterminate bar system can be created by introducing the initial pre-stressing forces into the redundant members of the structural system. The number of initial pre-stressing forces introduced into the bar system can be less or equal to the degree of static indeterminacy of the bar system or the number of the redundant members.

Optimum distribution of the internal forces and material in the bar structure corresponded to the least structural weight can be achieved by introducing initial pre-stressing forces into the all redundant members of the bar system. But economical efficiency caused by regulation of the internal forces should be estimated taking into account additional costs required to create pre-stressing in the structural system. The fewer the redundant members in the pre-stressing process of the structure will be subject to initial deformations, the lower the costs associated with creating pre-stressing in the bar system.

Complex high-order statically indeterminate bar systems with great amount of the redundant members have lots of pre-stressing variants for them. For such structures proposed numerical techniques to determine optimal pre-stressing variant require a great amount of the calculations related to solving the optimization problems for each pre-stressing variant or due to the high dimension of the design variable vector for unknown initial pre-stressing forces.

In this paper, pre-stressed high-order statically indeterminate bar structure is considered as *research object*. This object is being investigated to find the optimal distribution of internal forces and material in the bar system.

Although many papers are published on the parametric optimization of the pre-stressed bar structures, the development of a numerical technique to determine the optimal number of the redundant members to introduce initial pre-

stressing forces for high-order statically indeterminate bar structures remains an actual task. Therefore, the main *research goal* is the development of numerical algorithm to solve parametric optimization problems of the pre-stressed bar structures with searching for the optimal number of the redundant members to introduce initial pre-stressing forces. The following *research tasks* are states accordingly: to propose a numerical technique to determine the optimal number of the redundant members to introduce initial pre-stressing forces for high-order statically indeterminate bar structures; to show by numerical examples that proposed numerical technique ensures decreasing of the number of optimum material and internal forces distribution problems that should be solved, as well as reduction of the dimension for the design variable vector of unknown initial pre-stressing forces for considered optimization problems.

### **1. Problem formulation for parametric optimization of steel structures.**

Let us consider a parametric optimization problem of a structure consisting of bar members. The problem statement can be performed taking into account the following assumptions widely used in structural mechanic problems: the material of the structure is ideal elastic; the bar structure is deformable linearly; external loadings applied to the structure are quasi-static.

Let us also formulate the following pre-conditions for calculation: cross-section types and dimensions of structural members are constant along member lengths; external loadings are applied to the structural members without eccentricities relating to the center of mass and shear center of its cross-sections; an additional restraining by stiffeners are provided in the design sections where point loads (reactions) applied with the exception of cross-section warping and local buckling of the cross-section elements; load-carrying capacity of the structural joints, splices and connections are provided by additional structural parameters do not covered by the considered parametric optimization problem.

A parametric optimization problem of the structure can be formulated as presented below: to find optimum values for geometrical parameters of the structure, member's cross-section dimensions and initial pre-stressing forces introduced into the specified redundant members of the bar system, which provide the extreme value of the determined optimality criterion and satisfy all load-carrying capacities and stiffness requirements. We assume, that the structural topology, cross-section types and node type connections of the bars, the support conditions of the bar system, as well as loading and pre-stressing patterns are prescribed and constants.

The formulated parametric optimization problem can be considered integrally using the mathematical model in the form of the non-linear programming task including an objective function, a set of independent design variables and constraints, which reflect generally non-linear dependences between them. The validity of the mathematical model can be estimated by the compliance of its structure with the design code requirements.

The parametric optimization problem of steel structures can be stated in the following mathematical terms: to find unknown structural parameters

$\vec{X} = \{X_i\}^T$ ,  $i = \overline{1, N_X}$ , providing the least value of the determined objective function:

$$f^* = f(\vec{X}^*) = \min_{\vec{X} \in \mathfrak{S}} f(\vec{X}), \quad (1.1)$$

in a feasible region (search space)  $\mathfrak{S}$  defined by the following system of constraints:

$$\Psi(\vec{X}) = \{\psi_\kappa(\vec{X}) = 0 \mid \kappa = \overline{1, N_{EC}}\}, \quad (1.2)$$

$$\Phi(\vec{X}) = \{\varphi_\eta(\vec{X}) \leq 0 \mid \eta = \overline{N_{EC} + 1, N_{IC}}\}, \quad (1.3)$$

where  $\vec{X}$  is the vector of the design variables (unknown structural parameters);  $f$ ,  $\psi_\kappa$ ,  $\varphi_\eta$  are the continuous functions of the the vector argument;  $\vec{X}^*$  is the optimum solution or optimum point (the vector of optimum values of the structural parameters);  $f^*$  is the optimum value of the optimum criterion (objective function);  $N_{EC}$  is the number of constraints-equalities  $\psi_\kappa(\vec{X})$ , whose define hyperplanes of the feasible solutions;  $N_{IC}$  is the number of constraints-inequalities  $\varphi_\eta(\vec{X})$ , whose define a feasible region in the design space  $\mathfrak{S}$ .

The vector of the design variables comprises of unknown geometrical parameters of the structure  $\vec{X}_G = \{X_{G,\chi}\}^T$ ,  $\chi = \overline{1, N_{X,G}}$ , unknown cross-sectional dimensions of the structural members  $\vec{X}_{CS} = \{X_{CS,\alpha}\}^T$ ,  $\alpha = \overline{1, N_{X,CS}}$ , as well as unknown initial pre-stressing forces  $\vec{X}_{PS} = \{X_{PS,\beta}\}^T$ ,  $\beta = \overline{1, N_{X,PS}}$ , introduced into the specified redundant members of the structure (see Fig. 1.1):

$$\vec{X} = \{\vec{X}_G, \vec{X}_{CS}, \vec{X}_{PS}\}^T = \{\{X_{G,\chi}\}, \{X_{CS,\alpha}\}, \{X_{PS,\beta}\}\}^T, \quad (1.4)$$

where  $N_{X,G}$  is the total number of unknown node coordinates of the steel structure;  $N_{X,CS}$  is the total number of unknown cross-sectional dimensions of the structural members,  $N_{X,PS}$  is the total number of unknown initial pre-stressing forces introduced into the specified redundant members of the bar system,  $N_{X,G} + N_{X,CS} + N_{X,PS} = N_X$ .

In cases when vector of the design variables  $\vec{X}$  consists of unknown cross-sectional dimensions only:

$$\vec{X} = \vec{X}_{CS} = \{X_{CS,\alpha}\}^T, \quad (1.5)$$

then *optimum material distribution problem* (1.1)–(1.3), (1.5) for the steel structure is under consideration. The vector of the design variables  $\vec{X}$  can also consists of unknown initial pre-stressing forces  $\vec{X}_{PS} = \{X_{PS,\beta}\}^T$ ,  $\beta = \overline{1, N_{X,PS}}$ , introduced into the specified redundant members of the structure:

$$\vec{X} = \{ \vec{X}_{CS}, \vec{X}_{PS} \}^T = \{ \{ X_{CS,\alpha} \}, \{ X_{PS,\beta} \} \}^T, \tag{1.6}$$

where  $N_{X,CS} + N_{X,PS} = N_X$ . In cases when vector of the design variables  $\vec{X}$  consists of unknown cross-sectional dimensions and unknown initial prestressing forces, then *optimum material and internal forces distribution problem* (1.1) – (1.3), (1.6) for the steel structure is under consideration.

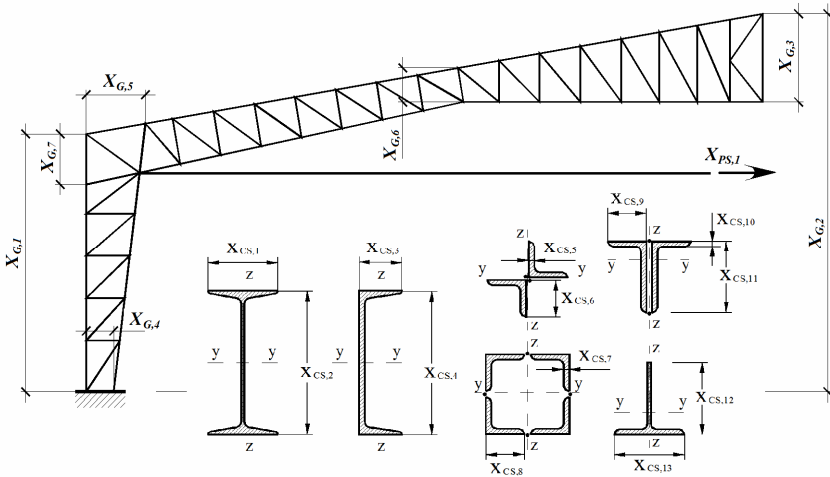


Fig. 1.1. The unknown (variable) parameters of the structure considered as design variables

The specific technical-and-economic index (material weight, material cost, construction cost etc.) or another determined indicator can be considered as the objective function (1.1) taking into account the ability to formulate its analytical expression as a function of design variables  $\vec{X}$ .

Load-carrying capacities constraints (strength and stability inequalities) for all design sections of the structural members subjected to all design load combinations at the ultimate limit state as well as displacements constraints (stiffness inequalities) for the specified nodes of the bar system subjected to all design load combinations at the serviceability limit state should be included into the system of constraints (1.2) – (1.3). Additional requirements whose describe structural, technological and serviceability particularities of the considered structure can be included into the system (1.2) – (1.3) as well.

The design internal forces in the structural members used in the strength and stability inequalities of the system (1.2) – (1.3) are considered as state variables depending on design variables  $\vec{X}$  and can be calculated from the following linear equations system of the finite element method [19]:

$$\mathbf{K}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS}) \times \vec{z}_{ULS,k} = \vec{p}_{ULS,k}(\vec{X}_G, \vec{X}_{PS}), \quad k = \overline{1, N_{LC}^{ULS}}, \tag{1.7}$$

where  $\mathbf{K}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS})$  is the stiffness matrix of the finite element model of the



bar system, which should be formed depending on the unknown (variable) cross-sectional dimensions of the structural members  $\vec{X}_{CS}$ , as well as unknown (variable) node coordinates of the structure  $\vec{X}_G$ ;  $\vec{p}_{ULS,k}(\vec{X}_G, \vec{X}_{PS})$  is the column-vector of the node's loads for  $k^{\text{th}}$  design load combination of the ultimate limit state, which should be formed depending on unknown (variable) initial pre-stressing forces  $\vec{X}_{PS}$ , as well as unknown (variable) node coordinates of the structure  $\vec{X}_G$ ;  $\vec{z}_{ULS,k}$  is the result column-vector of the node displacements for  $k^{\text{th}}$  design load combination of the ultimate limit state,  $\vec{z}_{ULS,k} = \mathbf{Z}_{\text{FEM},k}^{ULS}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS}, \vec{X}_{PS}) = \mathbf{Z}_{\text{FEM},k}^{ULS}(\vec{X})$ ;  $N_{LC}^{ULS}$  is the number of the design ultimate load combinations. For each  $i^{\text{th}}$  design section of  $j^{\text{th}}$  structural member subjected to  $k^{\text{th}}$  ultimate design load combination the design internal forces (axial force, bending moments and shear forces) can be calculated depending on node displacement column-vector  $\vec{z}_{ULS,k}$ .

The node displacement of the bar system used in stiffness inequalities of the system (1.2) – (1.3) are also considered as state variables depending on design variables  $\vec{X}$  and can be calculated from the following linear equations system of the finite element method [19]:

$$\mathbf{K}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS}) \times \vec{z}_{SLS,k} = \vec{p}_{SLS,k}(\vec{X}_G, \vec{X}_{PS}), \quad k = \overline{1, N_{LC}^{SLS}}, \quad (1.8)$$

where  $\vec{p}_{SLS,k}(\vec{X}_{PS})$  is the column-vector of the node's loads for  $k^{\text{th}}$  design load combination of the serviceability limit state, which should be formed depending on unknown (variable) initial pre-stressing forces  $\vec{X}_{PS}$ , as well as unknown (variable) node coordinates of the structure  $\vec{X}_G$ ;  $\vec{z}_{SLS,k}$  is the result column-vector of the node displacements for  $k^{\text{th}}$  design load combination of the serviceability limit state,  $\vec{z}_{SLS,k} = \mathbf{Z}_{\text{FEM},k}^{SLS}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS}, \vec{X}_{PS}) = \mathbf{Z}_{\text{FEM},k}^{SLS}(\vec{X})$ ;  $N_{LC}^{SLS}$  is the number of the design serviceability load combinations. For each  $m^{\text{th}}$  node of the finite element model subjected to  $k^{\text{th}}$  serviceability design load combination the design vertical and horizontal displacements can be calculated depending on node displacement column-vector  $\vec{z}_{SLS,k}$ .

The system of constraints (1.2) – (1.3) should cover strength and stability constraints formulated for all design sections of all structural members of the considered steel structure subjected to all design load combinations at the ultimate limit state. The following *strength constraints* should be included in the system of constraints (1.2) – (1.3), formulated for all design sections,  $\forall i = \overline{1, N_{DS}}$ , of all structural members,  $\forall j = \overline{1, N_B}$ , subjected to all ultimate load case combination,  $\forall k = \overline{1, N_{LC}^{ULS}}$ , namely:

- normal stresses verifications:

$$\frac{\sigma_{\max,ijk}(\bar{X})}{R_y \gamma_c} - 1 \leq 0; \quad (1.9)$$

- shear stresses verifications:

$$\frac{\tau_{\max,ijk}(\bar{X})}{0.58 R_y \gamma_c} - 1 \leq 0; \quad (1.10)$$

- as well as equivalent stresses verifications:

$$\frac{\sigma_{\text{eqv},ijk}(\bar{X})}{1.15 R_y \gamma_c} - 1 = \frac{\sqrt{\sigma_{x,ijk}^2(\bar{X}) + 3\tau_{x,ijk}^2(\bar{X})}}{1.15 R_y \gamma_c} - 1 \leq 0, \quad (1.11)$$

where  $\sigma_{\max,ijk}(\bar{X})$  are  $\tau_{\max,ijk}(\bar{X})$  are the maximum value of the normal and shear stresses respectively caused by internal forces (axial force, bending moments and shear forces) acting in  $i^{\text{th}}$  design section of  $j^{\text{th}}$  structural member subjected to  $k^{\text{th}}$  ultimate load case combination calculated from the linear equations system of the finite element method (1.7);  $\gamma_c$  is the safety factor [20];  $R_y$  is the design strength for steel member subjected to tension, bending and compression;  $R_y \gamma_c$ ,  $0.58 R_y \gamma_c$  and  $1.15 R_y \gamma_c$  are allowable values for normal, shear and equivalent stresses respectively [20];  $N_{DS}$  is the number of design sections in structural members;  $N_B$  is the number of structural members;  $\sigma_{x,ijk}(\bar{X})$ ,  $\tau_{x,ijk}(\bar{X})$  and  $\sigma_{\text{eqv},ijk}(\bar{X})$  are normal, shear and equivalent stresses respectively at the specified cross-section point caused by internal forces acting in  $i^{\text{th}}$  design section of  $j^{\text{th}}$  structural member subjected to  $k^{\text{th}}$  ultimate load case combination calculated from the linear equations system of the finite element method (1.7). The maximum value of the normal  $\sigma_{\max,ijk}(\bar{X})$  and shear stresses  $\tau_{\max,ijk}(\bar{X})$ , as well as normal  $\sigma_{x,ijk}(\bar{X})$ , shear  $\tau_{x,ijk}(\bar{X})$  and equivalent  $\sigma_{\text{eqv},ijk}(\bar{X})$  stresses at the specified cross-section point should be calculated depending on the variable geometrical parameters of the structure  $\bar{X}_G$ , variable initial pre-stressing forces  $\bar{X}_{PS}$  and variable cross-sectional dimensions of the structural members  $\bar{X}_{CS}$ .

The following *stability constraints* should be included in the system of constraints (1.2)–(1.3), formulated for all design sections,  $\forall i = \overline{1, N_{DS}}$ , subjected to all ultimate load case combination,  $\forall k = \overline{1, N_{LC}^{ULS}}$ , namely:

- flexural buckling verifications for all column structural members,  $\forall j = \overline{1, N_{CM}}$ :

$$\frac{\sigma_{\max,ijk}(\bar{X})}{\varphi_{y,j}(\bar{X}_G, \bar{X}_{CS}) R_y \gamma_c} - 1 \leq 0, \quad (1.12)$$

$$\frac{\sigma_{\max,ijk}(\vec{X})}{\varphi_{z,j}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS})R_y\gamma_c} - 1 \leq 0; \quad (1.13)$$

- torsional-flexural buckling verifications for all column structural members,  $\forall j = \overline{1, N_{CM}}$  :

$$\frac{\sigma_{\max,ijk}(\vec{X})}{\varphi_{c,j}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS})R_y\gamma_c} - 1 \leq 0; \quad (1.14)$$

- lateral-torsional buckling verifications for all beam structural members,  $\forall j = \overline{1, N_{BM}}$  :

$$\frac{\sigma_{\max,ijk}(\vec{X})}{\varphi_{b,j}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS})R_y\gamma_c} - 1 \leq 0, \quad (1.15)$$

where  $\varphi_{y,j}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS})$  and  $\varphi_{z,j}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS})$  are column's stability factors corresponded to flexural buckling relative to main axes of inertia and calculated depending on the design lengths  $l_{ef,y,j}$ ,  $l_{ef,z,j}$ , cross-section type and cross-section geometrical properties for the  $j^{\text{th}}$  structural member [20];  $\varphi_{c,j}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS})$  is the column's stability factor corresponded to torsional-flexural buckling and calculated depending on the design lengths  $l_{ef,y,j}$ ,  $l_{ef,z,j}$ ,  $l_{ef,t,j}$ , cross-section type and cross-section geometrical properties for the  $j^{\text{th}}$  structural member [20];  $N_{CM}$  is the number of column structural members;  $\varphi_{b,j}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS})$  is the beam's stability factor corresponded to lateral-torsional buckling and calculated depending on the design length  $l_{ef,b,j}$ , cross-section type and cross-section geometrical properties for the  $j^{\text{th}}$  structural member [20];  $N_{BM}$  is the number of beam structural members. The flexural buckling factors  $\varphi_{y,j}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS})$  and  $\varphi_{z,j}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS})$ , as well as torsional-flexural buckling factor  $\varphi_{c,j}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS})$  and the lateral-torsional buckling factor  $\varphi_{b,j}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS})$  should be calculated depending on the variable geometrical parameters of the structure  $\vec{X}_G$  and variable cross-sectional dimensions of the structural members  $\vec{X}_{CS}$ .

The following buckling verifications for beam-column structural members should also be included in the system of constraints (1.2) – (1.3), formulated for all design sections,  $\forall i = \overline{1, N_{DS}}$ , of all beam-column structural members,  $\forall j = \overline{1, N_{BCM}}$ , subjected to all ultimate load case combination,  $\forall k = \overline{1, N_{LC}^{ULS}}$ , namely:

$$\frac{\sigma_{\max,ijk}(\vec{X})}{\varphi_{e,ijk}(\vec{X})R_y\gamma_c} - 1 \leq 0, \quad (1.16)$$

$$\frac{\sigma_{\max,ijk}(\vec{X})}{\varphi_{y,j}(\vec{X}_G, \vec{X}_{CS})c_{ijk}(\vec{X})R_y\gamma_c} - 1 \leq 0, \quad (1.17)$$

where  $\varphi_{e,ijk}(\vec{X})$  and  $c_{ijk}(\vec{X})$  are beam-column's stability factors corresponded to in-plane and out-of-plane buckling and calculated depending on the internal forces (ration of the bending moment to the axial force), as well as depending on the design lengths  $l_{ef,y,j}$ ,  $l_{ef,z,j}$ , cross-section type and cross-section geometrical properties for the  $j^{\text{th}}$  structural member [20];  $N_{BCM}$  is the total number of beam-column structural members,  $N_{BCM} + N_{CM} + N_{BM} = N_B$ . The beam-column's stability factors  $\varphi_{e,ijk}(\vec{X})$  and  $c_{ijk}(\vec{X})$  should be calculated depending on variable geometrical parameters of the structure  $\vec{X}_G$ , variable cross-sectional dimensions of the structural members  $\vec{X}_{CS}$  and variable initial pre-stressing forces  $\vec{X}_{PS}$ .

The following *local buckling constraints* should also be included into the system of constraints:

$$\frac{\bar{\lambda}_{w,j}(\vec{X}_{CS})}{\bar{\lambda}_{uw,j}(\vec{X})} - 1 \leq 0, \quad (1.18)$$

$$\frac{\bar{\lambda}_{f,j}(\vec{X}_{CS})}{\bar{\lambda}_{uf,j}(\vec{X})} - 1 \leq 0, \quad (1.19)$$

where  $\bar{\lambda}_{w,j}(\vec{X}_{CS})$  and  $\bar{\lambda}_{f,j}(\vec{X}_{CS})$  are the non-dimensional slenderness of the web and flange respectively of the cross-section for  $j^{\text{th}}$  structural member;  $\bar{\lambda}_{uw,j}(\vec{X})$  and  $\bar{\lambda}_{uf,j}(\vec{X})$  are the maximum values for corresponded non-dimensional slenderness for column, beam and beam-column structural members calculated depending on the internal forces (ration of the bending moment to the axial force), as well as depending on the design lengths  $l_{ef,y,j}$ ,  $l_{ef,z,j}$ , cross-section type and cross-section geometrical properties for the  $j^{\text{th}}$  structural member [20]. The non-dimensional slenderness  $\bar{\lambda}_{w,j}(\vec{X}_{CS})$  and  $\bar{\lambda}_{f,j}(\vec{X}_{CS})$  should be calculated depending on the variable cross-sectional dimensions of the structural members  $\vec{X}_{CS}$  only. At the same time, the maximum values for corresponded non-dimensional slenderness  $\bar{\lambda}_{uw,j}(\vec{X})$  and  $\bar{\lambda}_{uf,j}(\vec{X})$  should be calculated depending on the variable geometrical parameters of the structure  $\vec{X}_G$  and variable cross-sectional dimensions of the structural members  $\vec{X}_{CS}$  and variable initial pre-stressing forces  $\vec{X}_{PS}$ .

The system of constraints (1.2) – (1.3) should also cover the *displacements*

*constraints* (stiffness inequalities) for the specified nodes of the considered steel structure subjected to all design load combinations at the serviceability limit state. The following horizontal and vertical displacements constraints should be included into the system of constraints (1.2) – (1.3), formulated for all nodes,  $\forall m = \overline{1, N_N}$ , of the steel structure subjected to all serviceability load case combination,  $\forall k = \overline{1, N_{LC}^{SLS}}$ , namely:

$$\frac{\delta_{x,mk}(\bar{X})}{\delta_{ux,m}} - 1 \leq 0, \quad (1.20)$$

$$\frac{\delta_{z,mk}(\bar{X})}{\delta_{uz,m}} - 1 \leq 0, \quad (1.21)$$

where  $\delta_{x,mk}(\bar{X})$  and  $\delta_{z,mk}(\bar{X})$  are the horizontal and vertical displacements respectively for  $l^{\text{th}}$  node of the steel structure subjected to  $k^{\text{th}}$  serviceability load case combination calculated from the linear equations system of the finite element method (1.8);  $\delta_{ux,l}$  and  $\delta_{uz,l}$  are the allowable horizontal and vertical displacements for  $l^{\text{th}}$  structural node;  $N_N$  is the number of nodes in the considered steel structure.

Additional requirements, whose describe structural, technological and serviceability particularities of the considered structure, as well as constraints on the building functional volume can be also included into the system (1.2) – (1.3). In particular these requirements can be presented in the form of constraints on lower and upper values of the design variables,  $\forall t = \overline{1, N_X}$ :

$$1 - \frac{X_t}{X_t^L} \leq 0, \quad (1.22)$$

$$\frac{X_t}{X_t^U} - 1 \leq 0, \quad (1.23)$$

where  $X_t^L$  and  $X_t^U$  are the lower and upper bounds for the design variable  $X_t$ .

The parametric optimization problem stated as non-linear programming task by (1.1) – (1.3) can be successfully solved using a gradient projection non-linear methods [21] in cases if the purpose function and constraints of the mathematical model are continuously differentiable functions, as well as the search space is smooth [22, 23]. The method of *objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations* ensures effective searching for solution of the non-linear programming tasks occurred when optimum designing of the building structures [24, 25]. Additionally, a sensitivity analysis is a useful optional feature [26] that could be used in the scope of numerical algorithms which are developed based on the gradient methods.

**2. A numerical algorithm to determine optimal pre-stressing variant of bar structures.** A certain  $\beta^{\text{th}}$  pre-stressing variant  $\mathbf{V}_\beta$  of the bar structure can

be definitely described by the set of redundant members  $\mathbf{r}_\beta = \{r_{\beta,\mu}\}$ ,  $\mu = \overline{1, N_{RM,\beta}}$ , and by the value of the initial pre-stressing force  $X_{PS,\beta}$  introduced into these members,  $\mathbf{V}_\beta = \{\mathbf{r}_\beta, X_{PS,\beta}\} = \{\{r_{\beta,\mu}\}, X_{PS,\beta}\}$ ,  $\mu = \overline{1, N_{RM,\beta}}$  here  $N_{RM,\beta}$  is the number of redundant members for  $\beta^{\text{th}}$  pre-stressing variant  $\mathbf{V}_\beta$ .

The set of the pre-stressing variants is  $\mathbf{B} = \{\mathbf{V}_\beta\} = \{\mathbf{r}_\beta, X_{PS,\beta}\}$ ,  $\beta = \overline{1, N_{X,PS}}$ . In general case, the number of such variants equals to the redundancy of the bar system. The number of initial pre-stressing forces introduced into the bar system can be less or equal to the degree of static indeterminacy of the bar system or the number of the redundant members  $N_{DSI}$ , namely  $\sum_{\beta=1}^{N_{X,PS}} N_{RM,\beta} \leq N_{DSI}$ .

The dimension  $\beta$  of set  $\mathbf{B}$  can be significantly reduced taking into account the symmetry of the considered structural form. The design variables vector  $\vec{X}_{PS} = \{X_{PS,\beta}\}$ ,  $\beta = \overline{1, N_{X,PS}}$  of the unknown (variable) initial pre-stressing forces for the considered bar system is formed according to set  $\mathbf{B} = \{\mathbf{V}_\beta\}$ ,  $\beta = \overline{1, N_{X,PS}}$ , of the pre-stressing variants.

An optimal pre-stressing variant for the considered structure can be defined as a combination of some pre-stressing variants  $\mathbf{V}_\beta \subseteq \mathbf{B}$  and presented as subset  $\Theta = \{\mathbf{V}_\delta \mid \mathbf{V}_\delta \in \mathbf{B}\}$ ,  $\delta = \overline{1, \tilde{N}_{X,PS}}$ ,  $\tilde{N}_{X,PS} \leq N_{X,PS}$ ,  $\Theta \subseteq \mathbf{B}$ , accordingly.

In the beginning set  $\Theta$  represented the optimal pre-stressing variants is  $\Theta = \emptyset$ , vector of the initial pre-stressing forces is  $\vec{X}_{PS} = \emptyset$ . At each iteration of the proposed algorithm one of the pre-stressing variant  $\mathbf{V}_\beta \in \mathbf{B}$  is included into the set  $\Theta$ , and the optimum material and internal forces distribution problem (1.1)–(1.3), (1.5) in the bar system should be solved.

Let us introduce in further consideration the following function (2.1) that estimates both understressing and overstressing in term of longitudinal stresses for all structural members of the bar system [27]:

$$\mathbf{S}_\sigma = \sum_{k=1}^{N_{LC}} \sum_{j=1}^{N_B} \sum_{i=1}^{N_{DS}} \left( [\sigma] - \sigma_{x,ijk}(\vec{X}) \right)^2, \quad (2.1)$$

where  $\sigma_{x,ijk}$  is the design value of the local longitudinal stress due to the bending moments and the axial force calculated in  $i^{\text{th}}$  design section for  $j^{\text{th}}$  structural member subjected to  $k^{\text{th}}$  load case combination;  $N_{DS}$  is the number of the design sections in structural members;  $N_B$  is the number of the structural members;  $[\sigma]_{x,j}$  is the maximum allowed longitudinal stresses.

An order of the consecutive including of the pre-stressing variants  $\mathbf{V}_\beta = \{\mathbf{r}_\beta, X_{PS,\beta}\} = \{\{r_{\beta,\mu}\}, X_{PS,\beta}\}$ ,  $\mu = \overline{1, N_{RM,\beta}}$ , from set  $\mathbf{B}$  into set  $\Theta$  can be defined by the values of the components of the gradient vector for function  $\mathbf{S}_\sigma$  (2.1) with respect to the variable pre-stressing parameters  $\vec{X}_{PS}$ . Pre-stressing variant  $\mathbf{V}_m = \{\mathbf{r}_m, X_{PS,m}\} = \{\{r_{m,\mu}\}, X_{PS,m}\} \in \mathbf{B}$ ,  $\mu = \overline{1, N_{RM,m}}$ , with maximum value of the gradient of the function  $\mathbf{S}_\sigma$  (2.1) related to the number of redundant members  $N_{RM,m}$  should be included into set  $\Theta$  first of all. Consecutive including of the pre-stressing variants from set  $\mathbf{B}$  of the pre-defined pre-stressing variants into set  $\Theta$  represented the optimal pre-stressing variants should be performed until the regulation of the internal forces in the structure under consideration leads to desired decrement of the objective function.

Let us presented the following algorithm to find optimal number of the redundant members for introducing initial pre-stressing forces into the redundant members of the bar structures.

*Step 0.*  $n = 0$  is the number of optimisation problems solved. The optimal number of the redundant members to introduce the initial pre-stressing forces for considered bar system is  $N_{RM} = 0$ . The degree of static indeterminacy of the bar system is  $N_{DSI}$ .

*Step 1.* A searching problem for optimum cross-section sizes of the considered structure without initial pre-stressing forces in the redundant members is formulated and solved in the continuum space of the unknown cross-sectional sizes  $\vec{X}_{CS}$  only, namely optimum material distribution problem (1.1)–(1.3), (1.5) for the bar system is formulated and solved. As a result those optimum cross-section sizes  $\vec{X}_{CS,n}^*$  of the structural members, whose provide the least value  $f_n^*$  of the objective function (1.1) and satisfy the system of constraints (1.2)–(1.3) are defined. The number of optimization problems solved should be incremented,  $n \leftarrow n + 1$ .

*Step 2.* The set of the pre-stressing variants  $\mathbf{B} = \{\mathbf{V}_\beta\} = \{\mathbf{r}_\beta, X_{PS,\beta}\}$ ,  $\beta = \overline{1, N_{X,PS}}$ , of the bar system is pre-defined by the designer. The number of redundant members  $N_{RM,\beta}$  for each pre-defined pre-stressing variant  $\mathbf{V}_\beta = \{\mathbf{r}_\beta, X_{PS,\beta}\} = \{\{r_{\beta,\mu}\}, X_{PS,\beta}\}$ ,  $\mu = \overline{1, N_{RM,\beta}}$ , should not exceed the degree of static indeterminacy of the bar system  $N_{DSI}$ ,  $N_{RM,\beta} \leq N_{DSI}$ . Auxiliary vector  $\vec{Y}_{PS} = \{X_{PS,\beta} \mid X_{PS,\beta} \in \mathbf{V}_\beta\}$ ,  $\beta = \overline{1, N_{X,PS}}$ , of the unknown initial pre-stressing forces is formed according to set  $\mathbf{B}$ . Start zero value for each component  $X_{PS,\beta}$  of vector  $\vec{Y}_{PS}$  should be assigned.

*Step 3.* Set of the optimal pre-stressing variants is  $\Theta = \emptyset$ . Vector of the

design variables corresponded to initial pre-stressing forces is  $\vec{X}_{PS,n} = \emptyset$ .

*Step 4.* Vector for the gradient of function  $S_\sigma$  (2.1) is calculated for all variable pre-stressing parameters (unknown initial pre-stressing forces)  $\vec{Y}_{PS}$ :

$$\nabla S_\sigma = \left\{ \frac{\partial S_\sigma}{\partial X_{PS,\beta}} \right\} \quad \forall X_{PS,\beta} \in \vec{Y}_{PS}, \quad \beta = \overline{1, N_{X,PS}}. \quad (2.2)$$

*Step 5.* Whichever pre-stressing variant  $\mathbf{V}_m = \{\mathbf{r}_m, X_{PS,m}\} = \{\{r_{m,\mu}\}, X_{PS,m}\} \in \mathbf{B}$ ,  $\mu = \overline{1, N_{RM,m}}$ , meets the following criteria:

$$\frac{1}{N_{RM,m}} \cdot \left| \frac{\partial S_\sigma}{\partial X_{PS,m}} \right| \rightarrow \max \quad (2.3)$$

should be included into the further consideration, here  $N_{RM,m}$  is the number of redundant members where initial pre-stressing force  $X_{PS,m}$  is introduced,  $N_{RM,m} \leq N_{DSI}$ . If there are no pre-stressing variants with number of redundant members  $N_{RM,m}$  less than the number of degree of static indeterminacy of the bar system  $N_{DSI}$ , then moving to step 10 should be executed.

*Step 6.* Unknown initial pre-stressing force  $X_{PS,m}$  corresponding to pre-stressing variant  $\mathbf{V}_m$  should be added to the design variable vector  $\vec{X}_{PS,n}$ ,  $\vec{X}_{PS,n} \leftarrow \vec{X}_{PS,n} + \{X_{PS,m}\}$ .

*Step 7.* The optimum material and internal forces problem (1.1) – (1.3), (1.5) is formulated and solved in the continuum space of the unknown cross-sectional sizes and unknown initial pre-stressing forces. Those optimum values for cross-sectional sizes  $\vec{X}_{CS,n}^*$  and optimum values for initial pre-stressing forces  $\vec{X}_{PS,n}^*$  are defined,  $\vec{X}_n^* = \{\vec{X}_{CS,n}^*, \vec{X}_{PS,n}^*\}^T$ , whose satisfy the system of constraints (1.2) – (1.3) and provide the least (extreme) value of the objective function  $f_n^*$  (1.1). The number of optimization problems solved should be incremented,  $n \leftarrow n + 1$ .

*Step 8.* If  $\frac{f_{n-2}^* - f_{n-1}^*}{f_{n-1}^*} \geq \varepsilon$ , where  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon = 1.05 \dots 1.10$ , is the desired decrement of the objective function value caused by introducing initial pre-stressing force  $X_{PS,m}$  in the redundant members  $\mathbf{r}_m$  of the  $m^{\text{th}}$  pre-stressing variant  $\mathbf{V}_m = \{\mathbf{r}_m, X_{PS,m}\} = \{\{r_{m,\mu}\}, X_{PS,m}\}$ ,  $\mu = \overline{1, N_{RM,m}}$ , then  $\Theta \leftarrow \Theta + \mathbf{V}_m$ ,  $\vec{Y}_{PS} \leftarrow \vec{Y}_{PS} - \{X_{PS,m}\}$ .

Optimal number of the redundant members to introduce the initial pre-



stressing forces into the considered bar system is increased as  $N_{RM} \leftarrow N_{RM} + N_{RM,m}$ . The degree of static indeterminacy of the bar system is  $N_{DSI} \leftarrow N_{DSI} - N_{RM,m}$ . Moving to step 4 should be performed. In opposite case, when  $\frac{f_{n-2}^* - f_{n-1}^*}{f_{n-1}^*} < \varepsilon$ , then moving to step 9 should be performed.

*Step 9.* Introducing the initial pre-stressing force  $X_{PS,m}$  into the  $r_m$  redundant members of the bar system is not effective. Returning to the previous optimum solution should be executed,  $\bar{X}_n^* \leftarrow \bar{X}_{n-1}^*$ ,  $f_n^* \leftarrow f_{n-1}^*$ . The number of optimization problems solved should be decremented,  $n \leftarrow n - 1$ .

*Step 10.* Optimal number of the redundant members to introduce the initial pre-stressing forces into the considered bar system is  $N_{RM}$ . Number of optimization problems solved is  $n$ . Optimum material and internal forces distribution corresponds to design variables vector  $\bar{X}_n^*$  and objective function value  $f_n^*$ .

**3. Results and discussions.** The efficiency of the proposed numerical algorithm is presented to define the optimal number of the redundant members for introducing initial prestressing forces into the bar system, considering parametric optimization of a cross-beam structure (see Fig. 3.1).

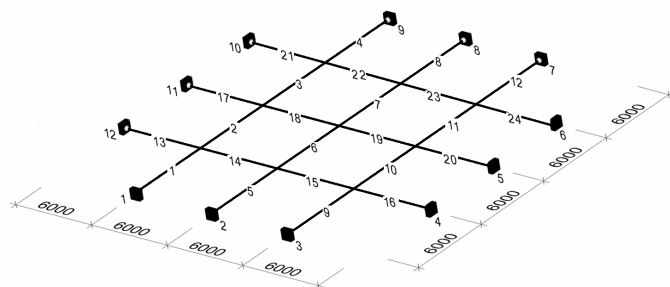


Fig. 3.1. Design scheme of the cross beam structure with node and bar numbers

The cross-beam structure is subjected to the distributed dead and live loads with characteristic value  $q = 25.44$  t/m. Applied loadings on the considered cross-beam structure are transmitted using mezzanine beams arranged with step 1m.

For considered cross-beam structure, steel with the following material properties is used: design resistance  $R_y = 240$  MPa, modulus of elasticity  $E = 2.1 \times 10^5$  MPa, Poisson's ratio in elastic stage  $\nu = 0.3$  and unit weight  $\gamma = 7800$  kg/m<sup>3</sup>. For all structural members welded I-beam cross-section type is used.

Sufficient shear buckling resistance for all beam webs has been assumed ensuring by intermediate transverse and longitudinal stiffeners arranged

according to the design code requirements [20].

Cross-section sizes for all beams have been assigned as the same, in order to have load-carrying capacity reserves in the structure, which can be further utilized by prestressing. In practice, such bearing capacity reserves may exist due to requirements of unification, restrictions on the assortment range of rolled steel profiles, etc. It should be noted that there is no need for prestressing, in cases when tapered structural members are used for considered cross-beam structure.

According to item 1 of the algorithm presented above the optimum material distribution problem (1.1)–(1.3), (1.5) has been solved for specified initial data. Cross-sectional sizes of the cross-beam structure were considered as design variables  $\vec{X}_{CS} = (h_w, t_w, b_f, t_f)^T$ , where  $h_w$  is the beam web height,  $t_w$  is the beam web thickness,  $b_f$  is the beam flange width,  $t_f$  is the beam flange thickness. The material weight  $G$  was considered as the objective function (1.1):

$$G(\vec{X}_{CS}) = \gamma(h_w t_w + 2b_f t_f)L \rightarrow \min, \quad (3.1)$$

where  $L$  is the overall length of all beams in the structure,  $L = 144$  m.

Load-bearing capacities constraints (strength and stability inequalities) for all design sections of the structural members subjected to all design load combinations at the ultimate limit state have been included into the system of constraints. The following strength constraints have been considered, formulated for all design sections,  $\forall i = \overline{1, N_{DS}}$ , of all structural members,  $\forall j = \overline{1, N_B}$ , subjected to one ultimate load case combination,  $k = 1$ , namely normal stresses verifications (1.9), shear stresses verifications (1.10), as well as equivalent stresses verifications (1.11). The lateral-torsional buckling constraints (1.15) have been also considered, formulated for all design sections  $\forall i = \overline{1, N_{DS}}$  of all structural members  $\forall j = \overline{1, N_B}$  according to the requirements [20], where the reduction factor for lateral-torsional buckling has been determined based on the cross sectional properties depending on the variable cross section sizes  $\vec{X}_{CS}$  and takes into account the distance between lateral restraints equals to 1m. The local buckling constraints (1.18)–(1.19) with the maximum values for corresponded non-dimensional slenderness  $\bar{\lambda}_{uw,j} = 3.5$  and  $\bar{\lambda}_{uf,j} = 0.5$  have been also included into the system of constraints, as well as vertical displacements constraints (1.21) for specified (all internal) nodes of the cross-beam structure with the allowable vertical displacement  $\delta_{uz,l} = 80$  mm.

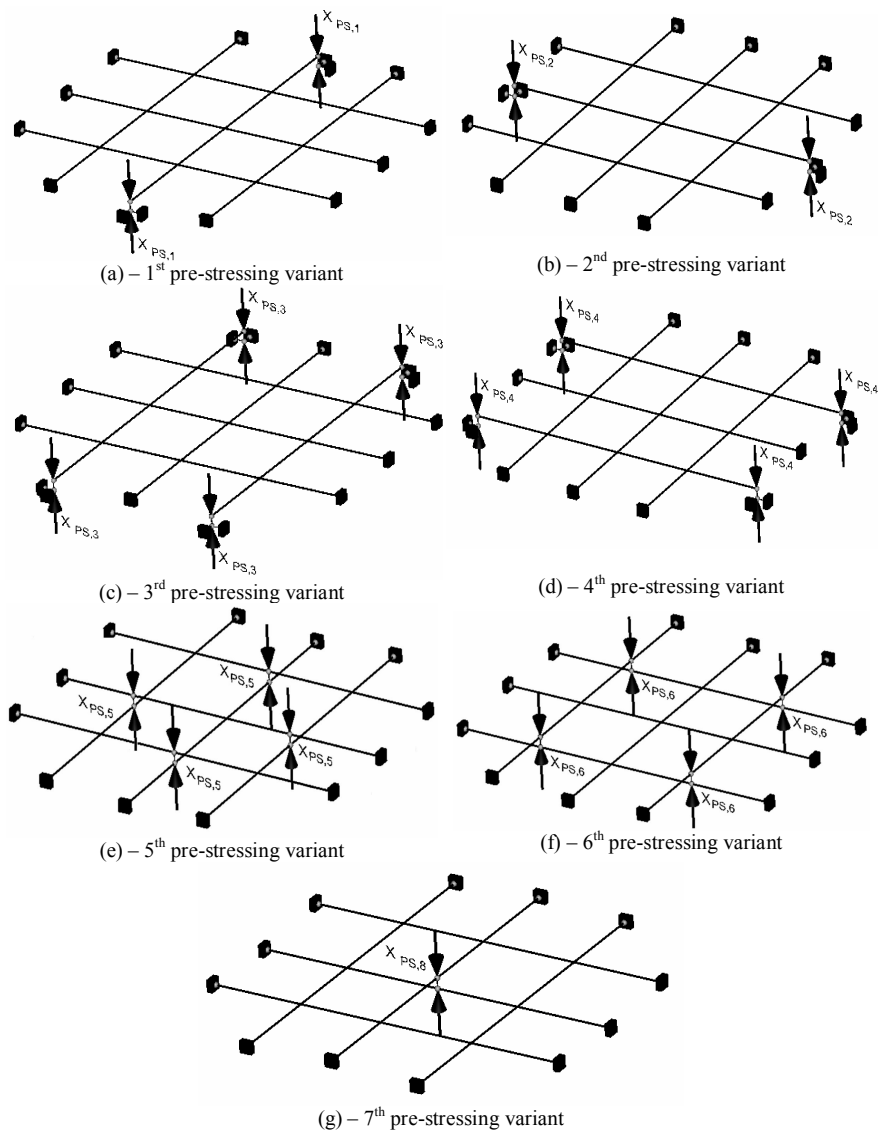


Fig. 3.2. Pre-stressing variants for the cross beam structure by:

(a) – (d) – lowering external supports;

(e) – (g) – vertical shifting of the beam relative to each other at their mutual intersections

The dimensions of the considered optimum material distribution problem were 4 design variables and 388 constraints. Optimum continuous cross-sectional sizes [cm]  $\bar{X}_{CS, N_{RM}=0}^* = (207.2560, 2.0211, 79.7388, 2.6526)^T$  for all beams of the cross-beam structure corresponded to the material weight

$G_{N_{RM}=0}^* = 94.5647$  ton of the structure has been obtained for the case when the number of redundant members to introduce initial pre-stressing forces equals to zero,  $N_{RM} = 0$ . There were 98 active constraints in the optimum point including strength constraints (1.9) formulated for 6<sup>th</sup> and 7<sup>th</sup> structural members (see Fig. 3.1), as well as local buckling constraints (1.18), (1.19) formulated for all design sections of all structural members. The set of linear-independent constraints included 3 constraints only, namely 2 local buckling constraints (1.18), (1.19) for 1<sup>st</sup> structural members and strength constraint (1.9) for 7<sup>th</sup> structural member (see Fig. 3.1).

The set of the pre-stressing variants for considered cross-beam structure  $\mathbf{B} = \{\mathbf{V}_\beta\} = \{\mathbf{r}_\beta, X_{PS,\beta}\}$ ,  $\beta = \overline{1, N_{X,PS}}$ ,  $N_{X,PS} = 7$ , has been pre-defined (see Fig. 3.2) according to item 2 of the algorithm presented above. The corresponded auxiliary vector  $\vec{Y}_{PS} = \{X_{PS,\beta} \mid X_{PS,\beta} \in \mathbf{V}_\beta\}$ ,  $\beta = \overline{1, N_{X,PS}}$ , of the unknown initial pre-stressing forces with start zero values for all components  $X_{PS,\beta}$  were formed,  $\vec{Y}_{PS} = (X_{PS,1}, X_{PS,2}, \dots, X_{PS,7})^T = (0.0, 0.0, \dots, 0.0)^T$ .

According to item 3 the vector for the gradient of function  $\mathbf{S}_\sigma$  (2.1) has been calculated for all variable pre-stressing parameters (unknown initial pre-stressing forces)  $\vec{Y}_{PS}$  when variable cross-section parameters  $\vec{X}_{CS}$  (unknown cross-sectional sizes) of the cross-beam structure have been fixed at the level of  $\vec{X}_{CS} = \vec{X}_{CS, N_{RM}=0}^*$  (see Table. 3.1).

An order of the consecutive including of the pre-stressing variants  $\mathbf{V}_m = \{\mathbf{r}_m, X_{PS,m}\} = \{\{r_{m,\mu}\}, X_{PS,m}\}$ ,  $\mu = \overline{1, N_{RM,m}}$ , from set  $\mathbf{B}$  of the pre-defined pre-stressing variants into set  $\Theta$  represented the optimal pre-stressing variants has been determined based on the values of the criteria (2.3) (see Table 3.1).

According to item 6 of the algorithm presented above the unknown initial pre-stressing force  $X_{PS,2}$  corresponded to the pre-stressing variant  $\mathbf{V}_2$  has been added to the design variable vector first of all,  $\vec{X} \leftarrow \vec{X} + X_{PS,2}$ ,  $\vec{X} = (h_w, t_w, b_f, t_f, X_{PS,2})^T$ .

The optimum material and internal forces problem (3.1), (1.9), (1.10), (1.11), (1.15), (1.18), (1.19), (1.21), (1.6) has been formulated and solved in the continuum space of the unknown cross-sectional sizes and unknown initial pre-stressing forces. Optimum continuous cross-sectional sizes [cm] for all beams of the cross-beam structure and initial pre-stressing force [t]:

$$\vec{X}_{N_{RM}=2}^* = (202.5226, 1.9750, 77.9167, 2.5920, -59.1910)^T,$$

corresponded to the material weight  $G_{N_{RM}=2}^* = 90.2934$  ton of the structure has been obtained for the case when the number of redundant members to introduce initial pre-stressing forces  $X_{PS,2} = -59.1910$  ton is  $N_{RM} = 2$ . There

were 102 active constraints in the optimum point including strength constraints (1.9) formulated for 6<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup>, 17<sup>th</sup>, 18<sup>th</sup>, 19<sup>th</sup> and 20<sup>th</sup> structural members (see Fig. 3.1), as well as local buckling constraints (1.18), (1.19) formulated for all design sections of all structural members. The set of linear-independent constraints included 5 constraints (that is equal to the number of the design variables), namely 3 strength constraints (1.9) for 19<sup>th</sup>, 20<sup>th</sup> and 7<sup>th</sup> structural members (see Fig. 3.1), as well as web local buckling constraint (1.18) for 2<sup>nd</sup> structural member and flange local buckling constraint (1.19) for 1<sup>st</sup> structural member. Introducing the initial pre-stressing force into the redundant members of the cross-beam structure according to the second pre-stressing variant (see Fig. 3.2 (b)) has been ensured the material economy  $\gamma$  розмірі 4.73% comparing to the weight of the cross-beam structure without pre-stressing.

Table 3.1

Determination of the order of the consecutive including of the pre-defined pre-stressing variants into the set of optimal pre-stressing variants

Pre-stressing variant, $\beta$	Number of redundant members $\mathbf{r}_\beta, N_{RM,\beta}$	Initial pre-stressing force $X_{PS,\beta}$	Components $\frac{\partial \mathbf{S}_\sigma}{\partial X_{PS,\beta}} \times 10^{-6}$	Criteria (2.3)	Order
1	2	$X_{PS,1}$	8.1133	4.0566	2
2	2	$X_{PS,2}$	8.1170	4.0585	1
3	4	$X_{PS,3}$	-7.7961	1.9490	3
4	4	$X_{PS,4}$	-7.7877	1.9469	4
5	4	$X_{PS,5}$	$3.0895 \cdot 10^{-4}$	$0.7723 \cdot 10^{-4}$	6
6	4	$X_{PS,6}$	$2.6861 \cdot 10^{-4}$	$0.6715 \cdot 10^{-4}$	7
7	2	$X_{PS,7}$	$3.0895 \cdot 10^{-4}$	$1.5448 \cdot 10^{-4}$	5

On the second iteration of the searching process for optimal pre-stressing variant of the cross-beam structure the unknown initial pre-stressing force  $X_{PS,1}$  corresponded to the pre-stressing variant  $\mathbf{V}_1$  has been added to the design variable vector  $\bar{\mathbf{X}} \leftarrow \bar{\mathbf{X}} + X_{PS,1}$ ,  $\bar{\mathbf{X}} = (h_w, t_w, b_f, t_f, X_{PS,2}, X_{PS,1})^T$ . The optimum material and internal forces problem (3.1), (1.9), (1.10), (1.11), (1.15), (1.18), (1.19), (1.21), (1.6) has been formulated and solved in the continuum space of the unknown cross-sectional sizes and unknown initial pre-stressing forces. Optimum continuous cross-sectional sizes [cm] for all beams of the cross-beam structure and initial pre-stressing forces [t]:

$$\bar{\mathbf{X}}_{N_{RM}=4}^* = (195.9161, 1.9105, 75.3726, 2.5074, -66.6490, -67.4819)^T,$$

corresponded to the material weight  $G_{N_{RM}=4}^* = 84.4959$  ton of the structure has

been obtained for the case when the number of redundant members to introduce initial pre-stressing forces  $X_{PS,2} = -66.6490$  ton and  $X_{PS,1} = -67.4819$  ton is  $N_{RM} = 4$ . There were 106 active constraints in the optimum point including strength constraints (1.9) formulated for 2<sup>nd</sup>, 3<sup>rd</sup>, 6<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup>, 10<sup>th</sup>, 11<sup>th</sup>, 14<sup>th</sup>, 15<sup>th</sup>, 22<sup>th</sup> and 23<sup>th</sup> structural members (see Fig. 3.1), as well as local buckling constraints (1.18), (1.19) formulated for all design sections of all structural members. The set of linear-independent constrains included 5 constraints (that is less than the number of the design variables), namely 3 strength constraints (1.19) for 6<sup>th</sup>, 22<sup>th</sup> and 10<sup>th</sup> structural members (see Fig. 3.1), as well as web and flange local buckling constraint (1.18), (1.19) for the 1<sup>st</sup> structural member. Introducing the initial pre-stressing force into the redundant members of the cross-beam structure according to the second (see Fig. 3.2 (b)) and first pre-stressing variants (see Fig. 3.2 (a)) has been ensured the material economy 11.9% comparing to the weight of the cross-beam structure without pre-stressing and material economy 6.86% comparing to the weight of the cross-beam structure with second pre-stressing variant only.

On the third iteration of the searching process for optimal pre-stressing variant of the cross-beam structure the unknown initial pre-stressing forces  $X_{PS,3}$  and  $X_{PS,4}$  corresponded to the pre-stressing variant  $\mathbf{V}_3$  (see Fig. 3.2 (c)) and  $\mathbf{V}_4$  (see Fig. 3.2 (d)) respectively have been added to the design variable vector  $\vec{X} \leftarrow \vec{X} + X_{PS,3} + X_{PS,4}$ ,  $\vec{X} = (h_w, t_w, b_f, t_f, X_{PS,2}, X_{PS,1}, X_{PS,3}, X_{PS,4})^T$ . The optimum material and internal forces problem (3.1), (1.9), (1.10), (1.11), (1.15), (1.18), (1.19), (1.21), (1.6) has been formulated and solved in the continuum space of the unknown cross-sectional sizes and unknown initial pre-stressing forces. Optimum continuous cross-sectional sizes [cm] for all beams of the cross-beam structure and initial pre-stressing forces [t]:

$$\vec{X}_{N_{RM}=4}^* = (195.7524, 1.9089, 75.3101, 2.5053, \\ -46.3229, -47.2695, 19.4231, 20.9016)^T,$$

corresponded to the material weight  $G_{N_{RM}=4}^* = 84.3553$  ton of the structure has been obtained for the case when the number of redundant members to introduce initial pre-stressing forces  $X_{PS,2} = -46.3229$  ton,  $X_{PS,1} = -47.2695$  ton,  $X_{PS,3} = 19.4231$  ton and  $X_{PS,4} = 20.9016$  ton is  $N_{RM} = 12$ . There were 108 active constraints in the optimum point including strength constraints (1.9) formulated for 2<sup>nd</sup>, 3<sup>rd</sup>, 6<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup>, 10<sup>th</sup>, 11<sup>th</sup>, 14<sup>th</sup>, 15<sup>th</sup>, 18<sup>th</sup>, 19<sup>th</sup>, 22<sup>th</sup> and 23<sup>th</sup> structural members (see Fig. 3.1), as well as local buckling constraints (1.18), (1.19) formulated for all design sections of all structural members. The set of linear-independent constrains included 6 constraints (that is less than the number of the design variables), namely 4 strength constraints (1.9) for 7<sup>th</sup>, 19<sup>th</sup>, 11<sup>th</sup> and 15<sup>th</sup> structural members (see Fig. 3.1), as well as web and flange local buckling constraint (1.18), (1.19) for the

1<sup>st</sup> structural member. Introducing the initial pre-stressing force into the redundant members of the cross-beam structure according to the second (see Fig. 3.2 (b)), first (see Fig. 3.2 (a)), third (see Fig. 3.2 (c)) and fourth (see Fig. 3.2 (d)) pre-stressing variants has been ensured the material economy 12.10% comparing to the weight of the cross-beam structure without pre-stressing and material economy 0.17% comparing to the weight of the cross-beam structure with previous first and second pre-stressing variants only.

Since, decrement of the objective function value is less than 1% comparing to one for considered structure with previous pre-stressing variants, so introducing the initial forces into the redundant members according to 3<sup>rd</sup> and 4<sup>th</sup> pre-stressing variants (see Fig. 3.2 (c), (d)) is not effective. Searching for optimal pre-stressing variant of the considered cross-beam structure can be finished. Thus, the optimal pre-stressing variant of the considered cross-beam structure consists of the 1<sup>st</sup> and 2<sup>nd</sup> pre-stressing variants (see Fig. 3.2 (a), (b)) and can be created by lowering external 2<sup>nd</sup>, 5<sup>th</sup>, 8<sup>th</sup> and 11<sup>th</sup> supports. The optimal number of the redundant members for introducing the initial pre-stressing forces is 4 respectively.

In order to define the optimal pre-stressing variant for considered cross beam structure three optimum material and internal forces distribution problems only have been solved with the number of variable initial pre-stressing forces 1, 2 and 3 respectively.

As it has been shown by presented numerical example, proposed numerical technique to determine the optimal number of the redundant members to introduce initial pre-stressing forces ensures decreasing of the number of optimum material and internal forces distribution problems that should be solved, as well as reduction of the dimension for the design variable vector of unknown initial pre-stressing forces for considered optimization problems.

**Conclusion.** A numerical technique to determine the optimal number of the redundant members to introduce initial prestressing forces has been offered for high-order statically indeterminate bar structures. An idea to form an optimal prestressing variant for the considered bar structure by consecutive introduction of the initial prestressing forces into the redundant members and subsequent solving of the optimum material and internal forces distribution problems has been suggested. An order of the consecutive including of the initial prestressing forces into the redundant members can be defined by values of the components of the gradient vector for the function that estimates both under-stressing and overstressing in term of longitudinal stresses for all structural members of the bar system with respect to the variable prestressing parameters.

The suggested numerical technique to determine the optimal number of the redundant members to introduce initial prestressing forces provides the reduction of the dimension for the design variable vector of unknown initial prestressing forces for considered optimization problems.

## REFERENCES

1. *Markandeya P. R.* Computerized optimum dimensioning of prestressed homogenous steel I-beam / P. R. Markandeya, R. Vipparthy // *Engineering Journal*. – 2017. – №21(7). – P. 293–381. DOI:10.4186/ej.2017.21.7.293
2. *Magnel G.* Prestressed steel structures / G. Magnel // *The Structural Engineer*. – 1950. – №28. – P. 285–295.
3. *Gasperi B. B. A.* Behaviour of prestressed steel beams / B. B. A. Gasperi // *Journal of Structural Engineering ASCE*. – 2010. – №136(9). – P. 1131–1139.
4. *Ghafooripour A.* Flooring systems with prestressed steel stringers for cost benefit / A. Ghafooripour, A. Nidhi, R. Barreto, A. Rivera // *Journal of Steel Structures and Construction*. – 2019. – №5(1). – Article 1000150.
5. *Saito D.* Optimal prestressing and configuration of stayed columns / D. Saito, M. A. Wadee // *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*. – 2010. – №163. – P. 343–355.
6. *Wadee M. A.* Design of prestressed stayed columns / M. A. Wadee, L. Gardner, A. I. Osofero // *Journal of Constructional Steel Research*. – 2013. – №80. P. 82–90.
7. *Han K. B.* Parametric study of truss bridges by the post-tensioning method / K. B. Han, S. K. Park // *Canadian Journal of Civil Engineering*. – 2005. – №32. – P. 420–429.
8. *Aydin Z.* Cost minimization of prestressed steel trusses considering shape and size variables / Z. Aydin, E. Cakir // *Steel and Composite Structures*. – 20415. – №19(1). P. 43–58.
9. *Schmidt L. C.* Studies on post-tensioned and shaped space-truss domes / L. C. Schmidt, H. Li // *Structural Engineering and Mechanics*. – 1998. – №6. – P. 693–710.
10. *Clarke M. J.* Simple design procedure for cold-formed tubular top chord of stressed-arch frames / M. J. Clarke, G. J. Hancock // *Engineering Structures*. – 1994. – №16(5). P. 377–385.
11. *Kyoungsoo L.* Analysis of stabilizing process for stress-erection of starch frame / L. Kyoungsoo, H. Ziaul, H. SangEul // *Engineering Structures*. – 2014. №59. P. 49–67.
12. *Haug E. J.* Applied optimal design: mechanical and structural systems / E. J. Haug, J. S. Arora. – John Wiley & Sons, 1979.
13. *Olkov Ya. I.* Optimal'noe proektirovanie metallicheskih predvaritel'no napryazhenny'kh ferm [Optimal design of pre-stressed metal trusses (in Russian)] / Ya. I. Olkov, I. S. Kholopov. – Moscow, Stroyizdat, 1985.
14. *Gkantou M.* Optimisation of high strength steel prestressed trusses / M. Gkantou, M. Theofanous, C. Baniotopoulos // *Proceedings of 8<sup>th</sup> GRACM International Congress on Computational Mechanics*. – 2015. – P. 10.
15. *Yao L.* Topology optimization design of pre-stressed plane entity steel structure with the constrains of stress and displacement / L. Yao, Y. X. Gao, H. J. Yang // *Advanced Materials Research*. – 2014. – №945–949. – P. 1216–1222.
16. *Zhou Z.* A whole process optimal design method for prestressed steel structures considering the influence of different pretension schemes / Z. Zhou, S. Meng, J. Wu // *Advances in Structural Engineering*. – 2012. – №15(12). – P. 2205–2212.
17. *Serpik I. N.* Searching for efficient parameters of pre-stressed long-span steel trusses with several ties / I. N. Serpik, N. V. Tarasova // *Proceeding of the International theoretical and practical conference “Bryansk Innovations in Construction”*. – 2017. – P. 285–290.
18. *Serpik I. N.* Parametric optimization of pre-stressed steel arch-shaped trusses with ties / I. N. Serpik, N. V. Tarasova // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2018. – №451. – Article 012060. DOI:10.1088/1757-899X/451/1/012060
19. *Huebner K. H.* The finite element method for engineers (4<sup>th</sup> ed.) / K. H. Huebner, D. L. Dewhurst, D. E. Smith, T. G. Byrom. – John Wiley & Sons, Inc. 2001. – 744 p.
20. *DBN V.2.6-198:2014.* Stalevi konstruktivni. Normy proektuvannia [Steel structures. Design codes (in Ukrainian)] – Kyiv: Minregion of Ukraine, 2014. – 199 p.
21. *Guljaev V. I.* Metody optimizacii v stroitel'noj mekhanike [Optimisation methods in structural mechanic (in Russian)] / V. I. Guljaev, V. A. Bazhenov, V. L. Koshkin. – Kyiv, 1988. – 192 p.
22. *Yurchenko V.* Parametric optimization of steel truss with hollow structural members based on update gradient method / V. Yurchenko, I. Peleshko, N. Beliaev // *Proceedings of*



- International Conference “Design, Fabrication and Economy of Metal Structures”. – Springer Berlin Heidelberg, 2013. – P. 103–109. DOI 10.1007/978-3-642-36691-8\_16
23. *Peleshko I.* Parametric optimization of steel structures based on gradient projection method / I. Peleshko, V. Yurchenko // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 105. – P. 192–220. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.192-220.
  24. *Yurchenko V.* Improved gradient projection method for parametric optimisation of bar structures / V. Yurchenko, I. Peleshko // Magazine of Civil Engineering. – 2020. – №98(6). – Article 9812. DOI: 10.18720/MCE.98.12.
  25. *Peleshko I.* An improved gradient-based method to solve parametric optimisation problems of the bar structures / I. Peleshko, V. Yurchenko // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 104. – P. 265–288. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.104.265-288.
  26. *Kuci E.* Design sensitivity analysis for shape optimization based on the Lie derivative / E. Kuci, F. Henrotte, P. Duysinx, C. Geuzaine // Computer methods in applied mechanics and engineering. – 2017. – Vol. 317. – P. 702–722. DOI: 10.1016/j.cma.2016.12.036.
  27. *YURCHENKO V.V.* SEARCHING FOR OPTIMAL PRE-STRESSING OF STEEL BAR STRUCTURES BASED ON SENSITIVITY ANALYSIS / V. YURCHENKO, I. PELESHKO // ARCHIVES OF CIVIL ENGINEERING, VOL. 66, NO. 3, 2020. – P. 525-540. DOI: 10.24425/ACE.2020.134411.

Стаття надійшла 25.03.2021

*Юрченко В. В., Пелешко І. Д.*

#### **ОПТИМАЛЬНА КІЛЬКІСТЬ ЗАЙВИХ В'ЯЗЕЙ ДЛЯ ВВЕДЕННЯ ЗУСИЛЬ ПОПЕРЕДНЬОГО НАПРУЖЕННЯ МЕТАЛЕВИХ СТЕРЖНЕВИХ СИСТЕМ**

У статті розглядається задача параметричної оптимізації металевих стержневих систем, представлена як задача нелінійного програмування зі змінними (невідомими) розмірами поперечних перерізів елементів конструкції, а також зусиллями попереднього напруження, що вводяться у визначені зайві в'язі стержневої системи. Система обмежень охоплює обмеження несучої здатності, що формуються для усіх розрахункових перерізів несучих елементів конструкції, що підлягає дії усіх розрахункових комбінацій навантажень першої групи граничних станів, а також обмеження переміщень визначених вузлів стержневої системи, що підлягає дії усіх розрахункових комбінацій навантажень другої групи граничних станів. Для розв'язку задачі параметричної оптимізації використовувався метод проєкції градієнта функції мети на поверхню активних обмежень з одночасною ліквідацією нев'язок в порушених обмеженнях. Для складних багато раз статично невизначених стержневих систем запропонована чисельна методика визначення оптимальної кількості зайвих в'язей для введення зусиль попереднього напруження.

**Ключові слова:** параметрична оптимізація, зайва в'язь, зусилля попереднього напруження, оптимальне попереднє напруження, аналіз чутливості, метод проєкції градієнта.

*Yurchenko V. V., Peleshko I. D.*

#### **OPTIMAL NUMBERS OF THE REDUNDANT MEMBERS FOR INTRODUCING INITIAL PRE-STRESSING FORCES INTO STEEL BAR STRUCTURES**

The paper considers parametric optimization problems for the steel bar structures formulated as nonlinear programming ones with variable unknown cross-sectional sizes of the structural members, as well as initial prestressing forces introduced into the specified redundant members of the structure. The system of constraints covers load-bearing capacity constraints for all the design sections of the structural members subjected to all the design load combinations at ultimate limit state, as well as displacement constraints for the specified nodes of the bar system, subjected to all design load combinations at serviceability limit state. The method of the objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations has been used to solve the parametric optimization problem. A numerical

technique to determine the optimal number of the redundant members to introduce the initial prestressing forces has been offered for high-order statically indeterminate bar structures.

**Keywords:** parametric optimization, redundant member, initial prestressing force, optimal prestressing, sensitivity analysis, gradient projection method.

*Юрченко В. В., Пелешко І. Д.*

### **ОПТИМАЛЬНОЕ КОЛИЧЕСТВО ЛИШНИХ СВЯЗЕЙ ДЛЯ ВВЕДЕНИЯ УСИЛИЙ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ**

В статье рассмотрена задача параметрической оптимизации металлических стержневых систем, представленная как задача нелинейного программирования с переменными (неизвестными) размерами поперечных сечений элементов конструкции, а также усилий предварительного напряжения, которые вводятся в определенные лишние связи стержневой системы. Система ограничений охватывает ограничения несущей способности, сформулированные для всех расчетных сечений несущих элементов конструкции, подлежащей действию всех расчетных комбинаций нагрузок первой группы предельных состояний, а также ограничения перемещений определенных узлов стержневой системы, подлежащей действию всех расчетных комбинаций нагрузок второй группы предельных состояний. Для решения задачи параметрической оптимизации использовался метод проекции градиента функции цели на поверхность активных ограничений при одновременной ликвидации невязок в нарушенных ограничениях. Для сложных много раз статически неопределенных стержневых систем предложена численная методика определения оптимального количества лишних связей для введения усилий предварительного напряжения.

**Ключевые слова:** параметрическая оптимизация, лишняя связь, усилие предварительного напряжения, оптимальное предварительное напряжение, анализ чувствительности, метод проекции градиента.

УДК 624.04, 519.853

*Юрченко В. В., Пелешко І. Д.* **Оптимальна кількість зайвих в'язей для введення зусиль попереднього напруження металевих стержневих систем** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 68-91.

*У статті розглядається задача параметричної оптимізації металевих стержневих систем, представлена як задача нелінійного програмування зі змінними (невідомими) розмірами поперечних перерізів елементів конструкції, а також зусиллями попереднього напруження, що вводяться у визначені зайві в'язі стержневої системи. Система обмежень охоплює обмеження несучої здатності, що формулюються для усіх розрахункових перерізів несучих елементів конструкції, що підлягає дії усіх розрахункових комбінацій навантажень першої групи граничних станів, а також обмеження переміщень визначених вузлів стержневої системи, що підлягає дії усіх розрахункових комбінацій навантажень другої групи граничних станів. Для розв'язку задачі параметричної оптимізації використовувався метод проєкції градієнта функції мети на поверхню активних обмежень з одночасною ліквідацією невязок в порушених обмеженнях. Для складних багато раз статично невизначених стержневих систем запропонована чисельна методика визначення оптимальної кількості зайвих в'язей для введення зусиль попереднього напруження.*

Іл. 3. Табл. 1. Бібліог. 27 назв.

УДК 624.04, 519.853

*Yurchenko V. V., Peleshko I. D.* **Optimal numbers of the redundant members for introducing initial pre-stressing forces into steel bar structures** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 68-91.

*The paper considers parametric optimization problems for the steel bar structures formulated as nonlinear programming ones with variable unknown cross-sectional sizes of the structural members, as well as initial prestressing forces introduced into the specified redundant members of the structure. The system of constraints covers load-bearing capacity constraints for all the design*

sections of the structural members subjected to all the design load combinations at ultimate limit state, as well as displacement constraints for the specified nodes of the bar system, subjected to all design load combinations at serviceability limit state. The method of the objective function gradient projection onto the active constraints surface with simultaneous correction of the constraints violations has been used to solve the parametric optimization problem. A numerical technique to determine the optimal number of the redundant members to introduce the initial prestressing forces has been offered for high-order statically indeterminate bar structures. Figs. 3. Tabs. 1. Refs. 27.

УДК 624.04, 519.853

**Юрченко В. В., Пелешко И. Д. Оптимальное количество лишних связей для введения усилий предварительного напряжения металлических стержневых систем // Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.- тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вып. 106. – С. 68-91.**

*В статье рассмотрена задача параметрической оптимизации металлических стержневых систем, представленная как задача нелинейного программирования с переменными (неизвестными) размерами поперечных сечений элементов конструкции, а также усилий предварительного напряжения, которые вводятся в определенные лишние связи стержневой системы. Система ограничений охватывает ограничения несущей способности, сформулированные для всех расчетных сечений несущих элементов конструкции, подлежащей действию всех расчетных комбинаций нагрузок первой группы предельных состояний, а также ограничения перемещений определенных узлов стержневой системы, подлежащей действию всех расчетных комбинаций нагрузок второй группы предельных состояний. Для решения задачи параметрической оптимизации использовался метод проекции градиента функции цели на поверхность активных ограничений при одновременной ликвидации невязок в нарушенных ограничениях. Для сложных много раз статически неопределенных стержневых систем предложена численная методика определения оптимального количества лишних связей для введения усилий предварительного напряжения.*

Ил. 3. Табл. 1. Библиог. 27 назв.

**Автор:** доктор технічних наук, професор кафедри металевих та дерев'яних конструкцій  
Юрченко Віталіна Віталіївна

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

**Робочий тел.:** +38(044)249-71-91

**Мобільний тел.:** +38(063)89-26-491

**E-mail:** vitalina@scadsoft.com

**SCOPUS ID:** 25637856200

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-4513-809X>

**Автор:** кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельного виробництва

Пелешко Іван Дмитрович

**Адреса робоча:** 79013 Україна, м. Львів, вул. Ст. Бандери 12, Національний університет «Львівська політехніка»

**Робочий тел.:** +38 (032) 258-25-41

**Мобільний тел.:** +38(098)41-57-517

**E-mail:** [ipeleshko@polynet.lviv.ua](mailto:ipeleshko@polynet.lviv.ua)

**SCOPUS ID:** 25637832500

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-7028-9653>

UDC 539.375

## CONVERGENCE OF THE FINITE ELEMENT METHOD AND THE SEMI-ANALYTICAL FINITE ELEMENT METHOD FOR PRISMATIC BODIES WITH VARIABLE PHYSICAL AND GEOMETRIC PARAMETERS

**V.A. Bazhenov,**

Doctor of Technical Science

**M.V. Horbach,**

Candidate of Technical Science

**I.Yu. Martyniuk,**

Candidate of Technical Sciences

**O.V. Maksimyyuk,**

*Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv*

*Povitroflotsky Ave., 31, Kyiv, 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.92-104

In this paper, a numerical study of the convergence of solutions obtained on the basis of the developed approach [1, 3, 4, 5] is carried out. A wide range of test problems for bodies with smoothly and abruptly varying physical and geometric characteristics in elastic and elastic-plastic formulation are considered. In all cases, the semi-analytic finite element method is not inferior in approximation accuracy, and in some problems it is 1.5-2 times superior to the traditional method of scheduling elements. finite element method.

**Keywords:** finite element method (FEM), semi-analytical finite element method (SAFEM), finite element (FE), stress-strain state, physical and geometric nonlinearity, elastic and elastic-plastic deformation, curvilinear prismatic bodies.

**Introduction.** The approach developed within the framework of the semi-analytical method to study the stress-strain state of inhomogeneous curvilinear prismatic bodies, taking into account physical and geometric nonlinearity, requires substantiation of its effectiveness in relation to the traditional FEM and confirmation of the reliability of the results obtained on its basis.

The main indicators that allow comparing the SAFEM and FEM include the rate of convergence of solutions with an increase in the number of unknowns and the amount of charges associated with solving linear and nonlinear equations. For the considered class of problems, the convergence is determined by such factors as the nature of the change along  $Z^3$  of the geometric and mechanical parameters of the object. The uneven distribution of mechanical characteristics is associated with the presence of the initial heterogeneity of the material, the development of plastic deformations, and the

dependence of material properties on temperature. The same factors also affect the convergence of the iterative process, since the conditionality of the SAFEM matrix depends on them. In order to determine the area of effective application of SAFEM, a wide range of test cases are considered.

**Convergence of SAFEM and FEM for bodies with a smooth change along the coordinate of expansion of geometric and physicomachanical characteristics.** The comparison of the convergence of solutions with an increase in the number of unknowns was carried out by assessing the accuracy of the obtained solutions in relation to the reference ones, which were taken as the results of other authors or those obtained by the FEM.

A comparison is made of the convergence of SAFEM and FEM for bodies with a smooth change along the decomposition coordinate in the geometric and physicomachanical characteristics, which does not lead to significant local features in the distribution of the parameters of the stress-strain state.

Consider the elastic equilibrium of a bar (Fig. 1), the lower surface of which is described by a parabola, and, therefore, its height is a smooth continuously function of the coordinate  $Z^{3'}$  :

$$h(Z^{3'}) = h_0 - 0,4(Z^{3'})^2. \quad (1)$$

The boundary conditions at the ends  $Z^{3'} = -1$  and  $Z^{3'} = 1$  correspond to the support on diaphragms that are absolutely rigid in the plane and flexible from it:

$$U^1/Z^{3'} = \pm 1 = \sigma^{3'3'}/Z^{3'} = \pm 1 = 0. \quad (2)$$

To simulate the conditions of plane deformation in this and other test examples, a layer of finite thickness was distinguished in the  $Z^{2'}$  direction, which was approximated by one FE, fixed from displacements along  $U^{2'}$ .

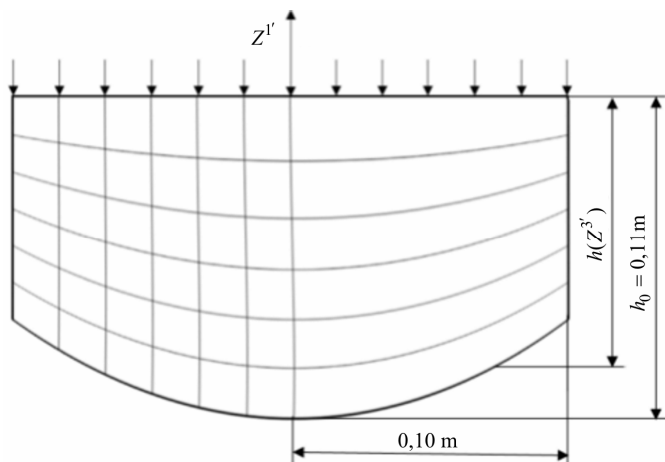


Fig. 1

Loading is carried out on the upper surface of the body with a uniformly distributed load. In the calculations, a unit load intensity  $q=1$  and a unit modulus

of elasticity were taken. To obtain a reference solution, the finite element discretization of the object was used, one of the variants of the finite element mesh is shown in Fig. 1 to the left of the axis of symmetry. Studies on convergence (Table 1) showed that it is enough to use 144 FE, since a further increase in their number leads to a slight change in the result. Studies of the influence of the number of retained members of the series  $m_3$  were carried out with a fixed number of elements along  $Z^{1'}$  equal to 8.

Table 1

$m$	$V_{\max}^{1'}$	%	$V_{\max}^{2'}$	%
25	$1.535 \cdot 10^2$	3.3	$9.109 \cdot 10^3$	5.2
81	$1.579 \cdot 10^2$	0.6	$9.503 \cdot 10^3$	1.1
169	$1.588 \cdot 10^2$	-	$9.608 \cdot 10^3$	-

The character of the SAFEM convergence is shown in Fig. 2 in the form of a graph (solid line), reflecting the dependence of the error in calculating the maximum relative displacement ( $V_{\max}^{1'} = U_{\max}'/h_0$ ),  $h_0 = 0.11$  m on the number of retained expansion terms in the third direction. To compare the efficiency of the polynomial and piecewise linear approximation, the dotted line in the same figure shows the FEM convergence graph. As we can see only the three terms of the expansion ensures that the result is only 3,6% different from the reference, while the use of three nodes of the FEM mesh region leads to more than 2 times the percentage of error.

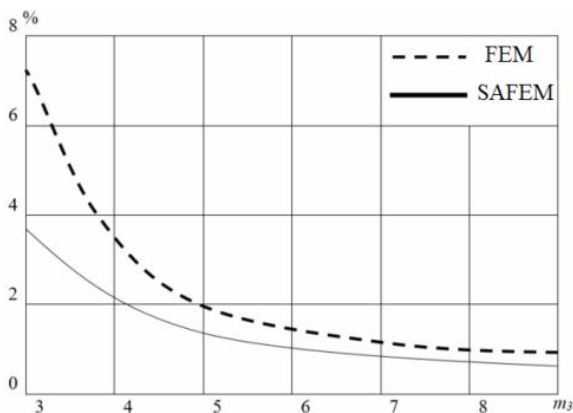


Fig. 2

Approbation of the methodology for calculating prismatic bodies with smoothly varying physical and mechanical parameters and the study in this case of the rate of convergence of solutions are given on the problem of elastic

equilibrium of a prismatic bar, the modulus of elasticity of which changes according to the law:

$$E(Z^3) = E_0 - (E_0 - E_1) \left| Z^3 \right|, \quad (3)$$

$$E_0 = 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa}, \quad E_1 = 1.4 \cdot 10^5 \text{ MPa}.$$

In Fig. 3 shows the geometric dimensions of the beam, as well as the division into finite elements for FEM and SAFEM. The boundary conditions at the ends of the body are determined in accordance with (2). The object is loaded on the upper surface with a uniformly distributed load of unit intensity.

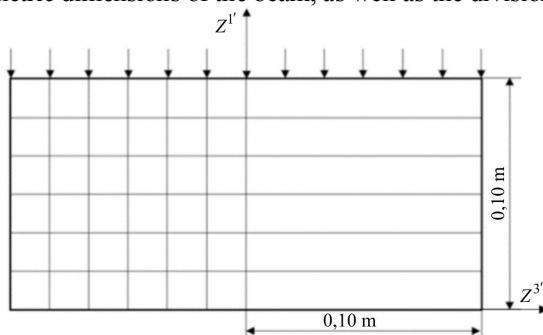


Fig. 3

The reference solution was obtained

by the finite element method using I69 nodes of the grid region (Table 2). When comparing the convergence of the SAFEM [3, 5] and the FEM in the  $Z^1$  direction, the approximation was carried out by 8 finite elements.

Table 2

$m$	$V_{\max}^1$	%	$V_{\max}^2$	%
25	$1.517 \cdot 10^{-2}$	3.3	$8.762 \cdot 10^{-3}$	5.2
81	$1.557 \cdot 10^{-2}$	0.6	$9.239 \cdot 10^{-3}$	1.1
169	$1.565 \cdot 10^{-2}$	-	$9.373 \cdot 10^{-3}$	-

Graphs of changes in the error in determining the maximum relative displacements  $U^1$  depending on the number of unknown  $m_3$  are shown in Fig. 4.

The character of convergence is observed, similar to that obtained earlier for bodies with variable geometry.

**Convergence of SAFEM and FEM for inhomogeneous curvilinear prismatic bodies with various types of inserts, notches and holes.** At this stage, we will consider inhomogeneous curvilinear prismatic

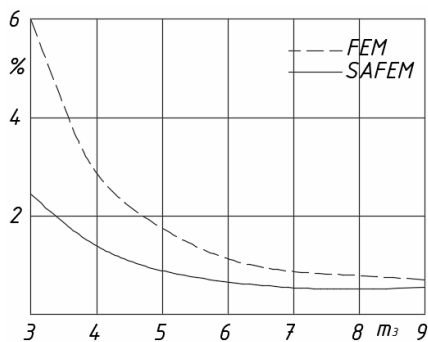


Fig. 4

bodies with various types of inserts, cuts and holes. The geometric and

physical characteristics of such structures are described by piecewise continuous functions. Since the presence of concentrators leads to a local redistribution of stresses, then to approximate objects of this type, it is required to increase the number of retained expansion terms.

To assess the effect of the notch depth on the convergence of the FEM and SAFEM, the problem of stretching a strip weakened by notches, the shape of

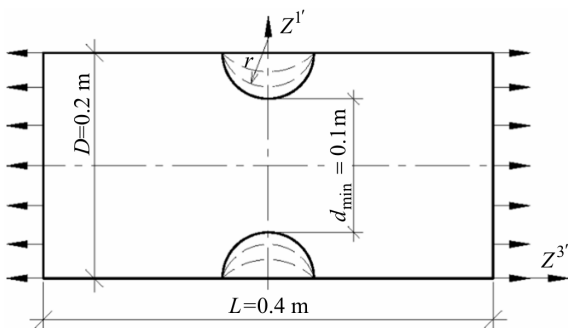


Fig. 5

which is described by an arc of radius  $z$  with a gradual increase in the notch depth, was solved. Calculation scheme shown in Fig. 5. The width of the strip is  $D = 0,2$  m, its length is  $0,4$  m, and the length of the concentrator  $l$  is taken equal to  $0,1$  m.

$D$  is the width of the neck.

The concentration factor is defined as the ratio of the maximum stresses acting in the weakened section of the sample to the nominal stresses

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} \tag{4}$$

The nominal stresses  $\sigma_{\text{nom}}$  are found by the formula:

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{P}{b \cdot d} \tag{5}$$

where  $P = q \cdot D$ .

Concentration coefficients, calculated on the basis of calculated SAFEM data for  $D/d$  varying in the range from 1 to 2, are compared with those obtained in [6]. Based on the results shown in Table 3, we can conclude about the reliability of the solutions obtained, since the percentage of the error in calculating  $K_t$  by the semi-analytical finite element method in relation to the reference value for cutouts of various depths does not exceed 2,0%.

Table 3

$D/d$		$L$	1.1	1.54	2
$K_t$	SAFEM	1,01	1,215	1,44	1,485
	FEM	1,0	1,23	1,46	1,51
	%	1	1,2	1,4	1,65

For the limiting case of a strip with semicircular notches, the convergence of the FEM and SAFEM solutions to the reference one is compared [6]. Table



4 shows the change in the error in calculating  $\sigma_{\max}$  with an increase in the accuracy of approximation by  $Z^3$ .

Table 4

$m_3$	SAFEM		FEM	
	$\sigma_{\max}$	%	$\sigma_{\max}$	%
7	2.81	7.1	2.73	9.8
9	3.01	0.3	2.9	4
13	2.97	1.6	2.98	1.3

In this test case, both methods, for an equal number of unknowns, yield solutions with the same accuracy.

The comparison of the rate of convergence of solutions for the traditional and semi-analytical FEM variants with a stepwise change in the elastic modulus was carried out using the example of elastic deformation of a rectangular plate with a square insert (Fig. 6). Solutions to the problem are obtained with a gradual decrease in the elastic modulus of the insert material  $E$  from the initial value  $E_0$  (the

modulus of elasticity of the plate material), up to the formation of a hole.

A uniformly distributed load is applied to two opposite sides of the plate, intensity  $q = 1$ . The reference solution was obtained by the finite element method with a grid uniformly in the  $Z^1$  and  $Z^3$  directions and a total number of nodes equal to 247. The solution of the SAFEM problem was carried out using 12 elements in the  $Z^1$  direction.

A study of the convergence of the resulting stresses on the notch contour (point A) with a decrease in the elastic modulus of the insert from  $E_0$  to 0 and keeping the value of the elastic modulus of the plate material to the reference solution obtained by the FEM for a plate with a square hole was carried out. When the ratio of the elastic moduli of the material and the insert is equal to 4 orders of magnitude, the values of the considered parameters of the stress-strain state are already quite close to the reference ones (Fig. 6).

When modeling cuts bounded by coordinate planes, a region with a zero elastic modulus, the question of satisfying the natural boundary conditions on the free surface of the inner contour becomes important for substantiating the reliability of the results.

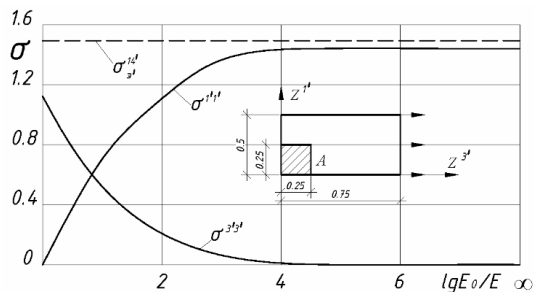


Fig. 6

Consider the stress distribution in finite elements passing through the cutout. The  $\sigma^{3'3'}$  graphs are shown in Fig. 7. indicate that the boundary conditions on the free surface are satisfied, since when approaching the contour of the hole, the value of stresses tends to zero. To confirm the results obtained by semi-analytical methods when calculating a plate with a square hole, let us compare the stress diagrams in different sections with the stresses determined in [2].

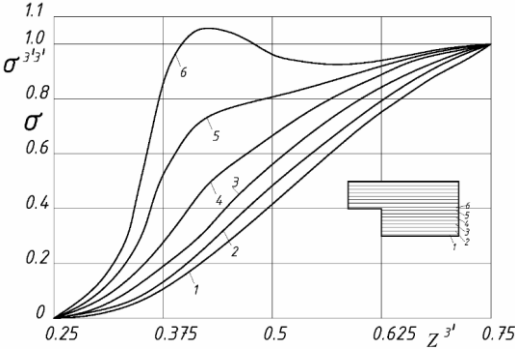


Fig. 7

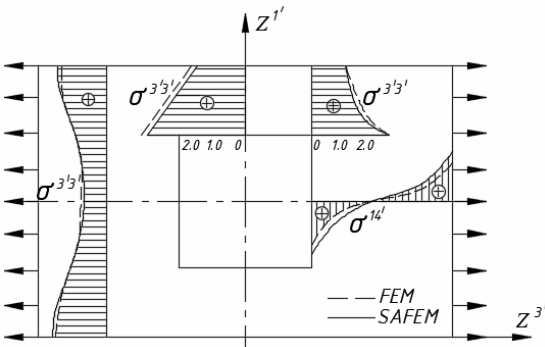


Fig. 8

The data presented indicate that SAFEM allows obtaining results with a higher accuracy than the traditional finite element method with the same number of unknowns.

Table 5

$m_3$	SAFEM		FEM	
	$V_{max}^{1'}$	%	$V_{max}^{2'}$	%
4	$7.645 \cdot 10^{-6}$	2.6	$7.452 \cdot 10^{-6}$	5.2
7	$7.913 \cdot 10^{-6}$	-0.8	$7.737 \cdot 10^{-6}$	1.44
10	$7.920 \cdot 10^{-6}$	-0.9	$7.806 \cdot 10^{-6}$	0.6

The nature of the stress-strain state of a plate with a cut depends on its linear dimensions. In Fig. 9 shows the stress diagrams  $\sigma^{1'1'}$  in the section passing through the  $Z^{3'}$  axis when the length of the cut  $l$  is changed.

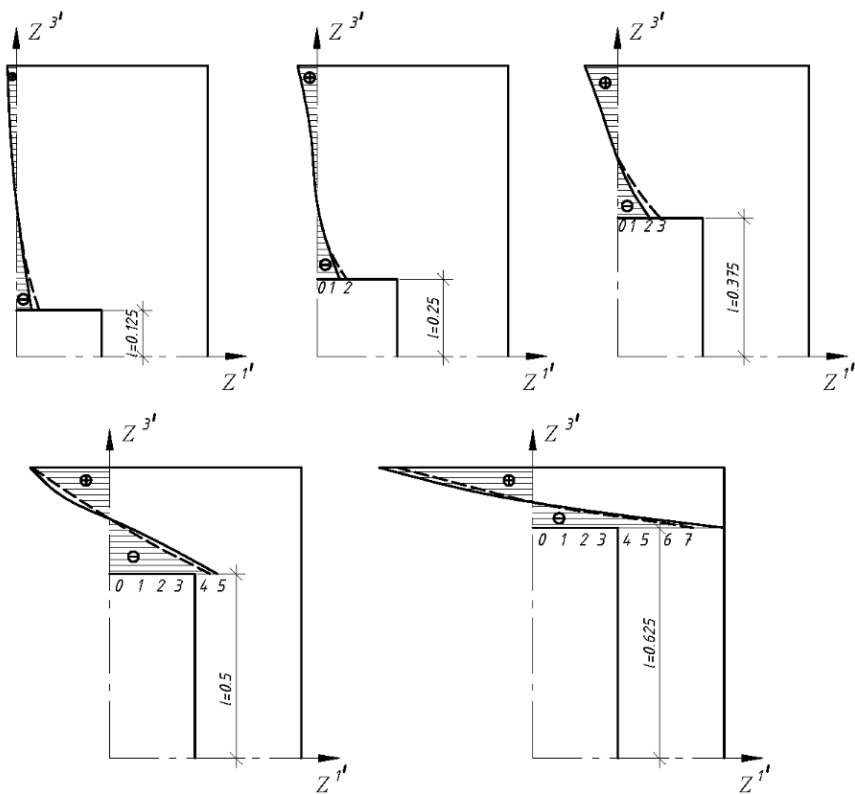


Fig. 9

Solid lines correspond to the solution obtained by the SAFEM, dashed lines - to the FEM. Both methods give similar results. With the ratio  $l/L = 5/6$  the diagram  $\sigma^{1'1'}$  is linear and the flange can be calculated as a restrained beam. In this case, in order to achieve a given accuracy with both FEM variants, it is required to keep the same number of approximating functions in the  $Z^{3'}$  direction Fig. 10.

As you can see, when considering prismatic bodies with piecewise-continuous variation of geometric and physical-mathematical

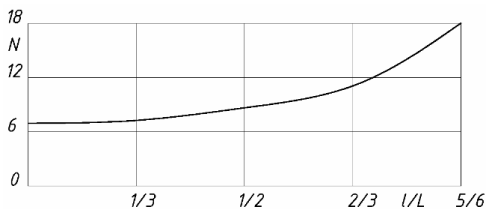


Fig. 10

parameters, the accuracy of approximating displacements by polynomial expansion is not inferior, and in some cases even exceeds piecewise-linear approximation.

The presence of plastic deformations further complicates the picture of the stress-strain state, further complicates the picture of the stress-strain state of the object.

A comparison of the convergence of the SAFEM and the FEM in this case

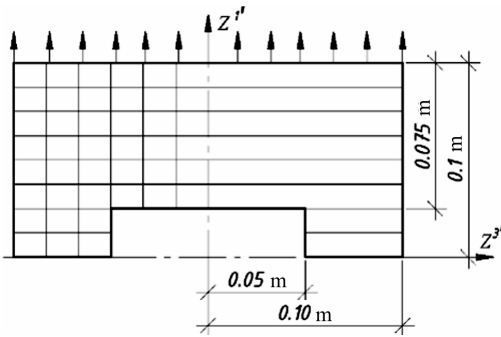


Fig. 11

was carried out using the example of elastic-plastic deformation of an infinite strip of rectangular cross-section with a notch (Fig. 11). The strip is under the influence of a load evenly distributed over the upper surface  $q = 0.5\tau_s$ . The boundary conditions at the ends are taken in the form (2).

The data in Table 6, the values of the maximum relative displacements obtained by the finite element method allow us to conclude that the solution using 289 nodes of the grid region can be taken as a reference.

Table 6

$m$	$V_{\max}^1$	%	$V_{\max}^3$	%
25	$1.460 \cdot 10^{-2}$	3.3	$-1.075 \cdot 10^{-2}$	5.2
81	$1.508 \cdot 10^{-2}$	0.6	$-1.129 \cdot 10^{-2}$	1.1
169	$1.519 \cdot 10^{-2}$	0.6	$-1.144 \cdot 10^{-2}$	1.1
289	$1.523 \cdot 10^{-2}$	-	$-1.149 \cdot 10^{-2}$	-

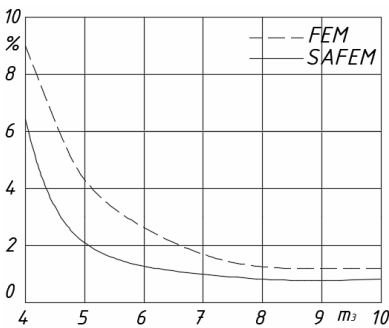


Fig. 12

Convergence studies were carried out for a fixed number of elements along  $Z^1$ , equal to 13. Graphs of changes in the error in determining the maximum displacements of the SAFEM and FEM for the elastic-plastic solution are shown in Fig. 12. The character of convergence is observed, similar to that obtained for the elastic solution.

Consequently, the accuracy of approximation of displacements in solving problems of elastic and elastic-plastic formulation for the finite element method and its semi-analytical version has the same order of magnitude.

When considering the convergence of semi-analytical [3, 5] and traditional finite element methods for a wide class of curvilinear prismatic objects with variable physical and mechanical characteristics and a rather complicated law of geometry change in problems of elastic and elastic-plastic equilibrium, the accuracy of the polynomial approximation of displacements in the  $Z^3$  'direction is not inferior, and in some cases even exceeds the piecewise linear approximation.

**Conclusion.** The use of SAFEM makes it possible to obtain solutions for objects with smoothly varying geometric and physical parameters of a given accuracy with a smaller number of unknowns than FEM. As shown earlier, the rate of convergence of the iterative process of solving systems of linear and nonlinear equations of the SAFEM [1, 4] by the method of block iterations is an order of magnitude higher than the rate of convergence of solutions of FEM systems. Thus, the efficiency of SAFEM - based solution of elastic and elastic-plastic problems for a new wide class of structures - curvilinear prismatic bodies of complex configuration with variable physical and mechanical parameters in the presence of cuts and holes exceeds the efficiency of using traditional FEM.

#### REFERENCES

1. *Bazhenov V.A.* Napivanalitichnyi metod skinchenykh elementiv u pruzhniy ta pruzhno-plastichniy postanovtsi dlia kryvoliniinykh pryzmatychnykh ob'ektiv (Semi-analytical method of finished elements in elastic and elastic-plastic position for curviline prismatic objects) / V.A. Bazhenov, A.A. Shkrii', Yu.V. Maksimyyuk, I.Yu. Martyniuk, O.V. Maksimyyuk // *Opir materialiv i teoriia sporud*– 2020. – Vyp. 105. – S. 24–32.
2. *Dluhach M.Y.* Metod setok v smeshanoi ploskoi zadache teoryy uprughosti (Mesh method in mixed plane problem of elasticity theory)- Kyev: Nauk.dumka, 1964.- 259s.
3. *Huliar O.I.* Universalnyi pryzmatychnyi skinchenyi element zahalnoho typu dlia fizychno i heometrychno neliniinykh zadach deformuvannya pryzmatychnykh til (Universal prismatic finite element of general type for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies) / O.I. Huliar, Yu.V. Maksymiiuk, A.A. Kozak, O.V. Maksymiiuk // *Budivelni konstruktsii teoriia i praktyka* – 2020. – Vyp. 6. – S. 72–84.
4. *Maksimyyuk Yu.V.* Osnovni spivvidnoshennia dlia fizychno i heometrychno neliniinykh zadach deformuvannya pryzmatychnykh til (Basic relations for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies) / Yu.V. Maksimyyuk, S.O. Pyskunov, A.A. Shkrii, O.V. Maksimyyuk // *Opir materialiv i teoriia sporud*– 2020. – Vyp. 104. – S. 255–264.
5. *Maksymiiuk Yu.V.* Alhorytm rozv'iazannia systemy liniinykh ta neliniinykh rivnian napivanalitichnym metodom skinchenykh elementiv dlia kryvoliniinykh neodnorodnykh pryzmatychnykh til (Algorithm for solving a system of linear and nonlinear equations by the semianalytic finite element method for curvilinear inhomogeneous prismatic bodies) / Yu.V. Maksymiiuk, M.V. Honcharenko, I.Iu. Martyniuk, O.V. Maksymiiuk // *Budivelni konstruktsii teoriia i praktyka* – 2020. – Vyp. 7. – S. 101–108.
6. *Peterson R.* Коэффициенты концентрации напряжений (Coefficients of stress concentration) – М.: Myr, 1977.-302s.

*Баженов В.А., Горбач М.В., Мартинюк І.Ю., Максим'юк О.В.*

### **ЗБІЖНІСТЬ МЕТОДА СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ І НАПІВНАЛІТИЧНОГО МЕТОДУ СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ПРИЗМАТИЧНИХ ТІЛ З ПЕРЕМІННИМИ ФІЗИЧНИМИ І ГЕОМЕТРИЧНИМИ ПАРАМЕТРАМИ**

В роботі виконано чисельне дослідження збіжності розв'язання, одержуваних на базі розробленого підходу [1, 3, 4, 5]. Розглянуто широке коло тестових завдань для тіл з плавно і стрибкоподібно змінюваними фізичними та геометричними характеристиками в пружній і пружно-пластичній поведінці. Розроблений в рамках напіваналітичного методу підхід до дослідження напружено-деформованого стану неоднорідних криволінійних призматичних тіл з урахуванням фізичної і геометричної нелінійності вимагає обґрунтування його ефективності по відношенню до традиційного МСЕ і підтвердження достовірності одержуваних на його основі результатів.

До числа основних показників, що дозволяють провести зіставлення НМСЕ і МСЕ, відносяться швидкість збіжності розв'язання при збільшенні числа невідомих і обсяг обчислення, пов'язаних з розв'язання лінійних і нелінійних рівнянь. Для розглянутого класу задач збіжність визначається такими факторами, як характер зміни уздовж  $Z^3$  геометричних і механічних параметрів об'єкта. Нерівномірний розподіл механічних характеристик пов'язано з наявністю початкової неоднорідності матеріалу, розвитком пластичних деформацій і залежністю властивостей матеріалу від температури. Ці ж фактори впливають і на збіжність ітераційного процесу, оскільки від них залежить обумовленість матриці НМСЕ. З метою визначення області ефективного застосування НМСЕ розглянуто широке коло контрольних прикладів.

У всіх випадках напіваналітичний метод скінчених елементів по точності апроксимації не поступається, а в деяких задачах в 1.5-2 рази перевершує традиційний метод скінчених елементів.

**Ключові слова:** метод скінчених елементів, напіваналітичний метод скінчених елементів, скінчений елемент, напружено-деформований стан, фізична і геометрична нелінійність, пружне і пружно-пластичне деформування, криволінійні призматичні тіла.

*Bazhenov V.A., Horbach M.V., Martyniuk I.Yu., Maksim'yuk O.V.*

### **CONVERGENCE OF THE FINITE ELEMENT METHOD AND THE SEMI-ANALYTICAL FINITE ELEMENT METHOD FOR PRISMATIC BODIES WITH VARIABLE PHYSICAL AND GEOMETRIC PARAMETERS**

In this paper, a numerical study of the convergence of solutions obtained on the basis of the developed approach [1, 3, 4, 5] is carried out. A wide range of test problems for bodies with smoothly and abruptly varying physical and geometric characteristics in elastic and elastic-plastic formulation are considered. The approach developed within the framework of the semi-analytical method to study the stress-strain state of inhomogeneous curvilinear prismatic bodies, taking into account physical and geometric nonlinearity, requires substantiation of its effectiveness in relation to the traditional FEM and confirmation of the reliability of the results obtained on its basis.

The main indicators that allow comparing the SAFEM and FEM include the rate of convergence of solutions with an increase in the number of unknowns and the amount of charges associated with solving linear and nonlinear equations. For the considered class of problems, the convergence is determined by such factors as the nature of the change along  $Z^3$  of the geometric and mechanical parameters of the object. The uneven distribution of mechanical characteristics is associated with the presence of the initial heterogeneity of the material, the development of plastic deformations, and the dependence of material properties on temperature. The same factors also affect the convergence of the iterative process, since the conditionality of the SAFEM matrix depends on them. In order to determine the area of effective application of the SAFEM, a wide range of test cases are considered.

In all cases, the semi-analytic finite element method is not inferior in approximation accuracy, and in some problems it is 1.5-2 times superior to the traditional method of scheduling elements. finite element method.

**Keywords:** finite element method, semi-analytical finite element method, finite element, stress-strain state, physical and geometric nonlinearity, elastic and elastic-plastic deformation, curvilinear prismatic bodies.

*Bazhenov V.A., Horbach M.V., Martyniuk I.Yu., Maksim'yuk O.V.*

### **СХОДИМОСТЬ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ПОЛУАНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ ТЕЛ С ПЕРЕМЕННЫМИ ФИЗИЧЕСКИМИ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ**

В работе выполнено численное исследование сходимости решения, получаемых на базе разработанного подхода [1, 3, 4, 5]. Рассмотрен широкий круг тестовых задач для тел с плавно и скачкообразно меняющимися физическими и геометрическими характеристиками в упругой и упруго-пластической постановке. Во всех случаях полуаналитический метод конечных элементов по точности аппроксимации не уступает, а в некоторых задачах в 1.5-2 раза превосходит традиционный метод конечных элементов.

**Ключевые слова:** метод конечных элементов, полуаналитический метод конечных элементов, конечный элемент, напряженно-деформированное состояние, физическая и геометрическая нелинейность, упругое и упруго-пластическое деформирование, криволинейные призматические тела.

УДК 539.375

*Баженів В.А., Горбач М.В., Мартинюк І.Ю., Максим'юк О.В. Збіжність метода скінчених елементів і напіваналітичного методу скінчених елементів для призматичних тіл з перемінними фізичними і геометричними параметрами // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – Київ: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 92-104.*

*В роботі виконано чисельне дослідження збіжності результатів, одержуваних на базі розробленого підходу [1, 3, 4, 5]. Розглянуто широке коло тестових завдань для тіл з плавно і стрибкоподібно змінюваними фізичними та геометричними характеристиками в пружно і пружно-пластичній постановці. У всіх випадках напіваналітичний метод скінчених елементів по точності апроксимації не поступається, а в деяких задачах в 1.5-2 рази перевершує традиційний метод скінчених елементів.*

Табл. 6. Іл. 12. Бібліогр. 6 назв.

UDC 539.375

*Bazhenov V.A., Horbach M.V., Martyniuk I.Yu., Maksymyuk O.V. Convergence of the finite element method and the semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 92-104.*

*The paper performs a numerical study of the convergence of the results obtained on the basis of the developed approach [1, 3, 4, 5]. A wide range of test tasks for bodies with smoothly and abruptly changing physical and geometric characteristics in elastic and elastic-plastic formulation is considered. In all cases, the semi-analytical method of finite elements is not inferior in accuracy of approximation, and in some problems is 1.5-2 times higher than the traditional method of finite elements.*

Табл. 6. Fig. 12. Ref. 6.

УДК 539.375

*Баженів В.А., Горбач М.В., Мартинюк І.Ю., Максим'юк О.В. Полуаналітичний метод скінчених елементів в упругій і упругопластичній постановці для криволинійних призматических об'єктів // Спротивлення матеріалів і теорія споруд: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2020. – Вип. 106. – С. 92-104.*

*В роботі виконано чисельне дослідження сходимости решения, получаемых на базе разработанного подхода [1, 3, 4, 5]. Рассмотрен широкий круг тестовых задач для тел с плавно и скачкообразно меняющимися физическими и геометрическими характеристиками в упругой и упруго-пластической постановке. Во всех случаях полуаналитический метод конечных элементов по точности аппроксимации не уступает, а в некоторых задачах в 1.5-2 раза превосходит традиционный метод конечных элементов.*

Табл. 6. Ил. 4. Библиогр. 6 назв.

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор  
*БАЖЕНОВ Віктор Андрійович*  
**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-5802-9848>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент кафедри менеджменту в будівництві КНУБА Горбач Максим Володимирович.  
**Адреса:** 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра менеджменту в будівництві.  
**Мобільний тел.:** +38(063) 262-85-26  
**E-mail:** horbach.mv@knuba.edu.ua  
**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-3784-0404>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, докторант кафедри будівельної механіки КНУБА Мартинюк Іван Юрійович.  
**Адреса:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.  
**Мобільний тел.:** +38(096) 068-00-29  
**E-mail:** ivan.martinyuk@gmail.com  
**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-7957-2068>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** аспірант Київського національного університету будівництва і архітектури Максим'юк Олександр Всеволодович.  
**Адреса:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.  
**Мобільний тел.:** +38(067) 306-17-81.  
**E-mail:** sashamaksymiuk@gmail.com  
**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-2367-3086>



UDC 539.3

**ANALYSIS OF THE STRESSED-STRAINED STATE OF THE FOUNDATION-SHELL AT INTERACTION WITH THE ELASTIC-PLASTIC MEDIUM****M.O. Vabishchevich,**

DSc, Department of Structural mechanics

**Gh.A. Zatyliuk,**

Postgraduate student, Department of Structural mechanics

*Kyiv National University of Construction and Architecture  
31, Povitroflotsky ave., Kyiv, Ukraine, 03037*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.105-112

On the basis of modern numerical implementations of the finite element method the article presents the justification of the adequacy of the method of solving the problems of structures straining in their contact interaction with the elastic-plastic nonlinear soil medium.

Taking into account the method of construction of computational models of joint straining and mutual influence of rigid structures and essentially plastic external medium allows specifying essentially the stress state of structures interacting with the soil base, and has a visible effect on the calculated level of the base bearing capacity.

**Keywords:** elastic-plastic medium, finite element method, semi-analytical finite element method, structure straining problem.

**Introduction.** Compatible calculations of structures and nonlinear bases, which are described by modern mechanical and soil models within one problem is a significant technical problem.

The solution of the assigned tasks is possible only within the framework of numerical methods, the most common of which is the finite element method (FEM) [10]. The construction of the computational finite element model raises many complex questions that require additional detailed study. In addition, the compliance with the state building norms and regulations is an important factor for further practical use.

The combination of the latest achievements in the field of structural mechanics and soil mechanics is a promising direction for the development of effective approaches to building discrete models of space systems “structure-nonlinear base” for solving applied problems.

On the basis of modern numerical implementations of the finite element method the article presents the theoretical foundations of the analysis of straining processes of machines and structures in their contact interaction with the elastic-plastic nonlinear soil medium within the three-dimensional spatial problem taking into account the previous stress state and load history. The methodology of construction of computational models of joint straining and mutual influence of rigid structures and essentially plastic external medium is developed, new special heterogeneous finite elements of SAFEM of general form with variable geometrical and physical-mechanical parameters and

arbitrary boundary conditions for approximation of arrays of hardly connected reinforced soils are developed.

The purpose of the article is to substantiate the proposed method adequacy [11] to solve the problems of structures straining in their contact interaction with the elastic-plastic nonlinear soil medium.

#### Numerical simulation of sand sample tests in a compression device.

Based on the data presented in [9], the following parameters of the soil deformation modulus  $E=5.6$  MPa, the structural strength  $\sigma_{mi}=0.03$  MPa, the compression ratio  $C_c=0.0065$ , the density  $p_0=1730$  kg/m<sup>3</sup>, the porosity  $e_0=0.68$

are accepted. In addition, it was assumed that the Poisson's ratio  $\nu=0.3$ , the specific adhesion  $c=1$  kPa and the internal friction angle  $\varphi_0=32^\circ$ . The sample dimensions are shown in Fig. 1.

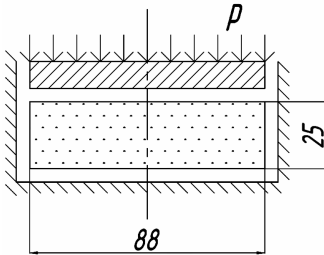


Fig. 1. Sample geometric parameters in the numerical simulation of compression tests

The difference between the computational and experimental values of porosity does not exceed 0.2% (Fig. 2, curve 1). It should be noted that the model initial variant

[2, 3, 8], where this method is not used, leads to the porosity-pressure line graph (Fig. 2, curve 2), i.e. does not even qualitatively approach the experimental data of compression tests. The comparison of the load-displacement graphs (Fig. 3) for the proposed (1) and initial (2) variants of the soil straining model shows that under conditions of heterogeneous triaxial compression when reaching the method structural strength first reduces the computational stiffness of the soil sample. Then, with increasing hydrostatic pressure, the reverse process begins - the sample stiffness increases and exceeds the initial one.

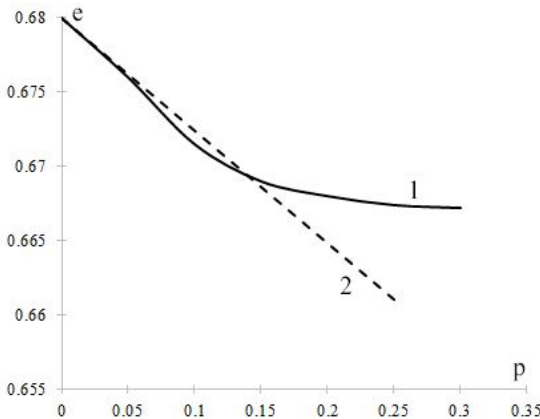


Fig. 2. Compression curve in the numerical simulation of compression tests

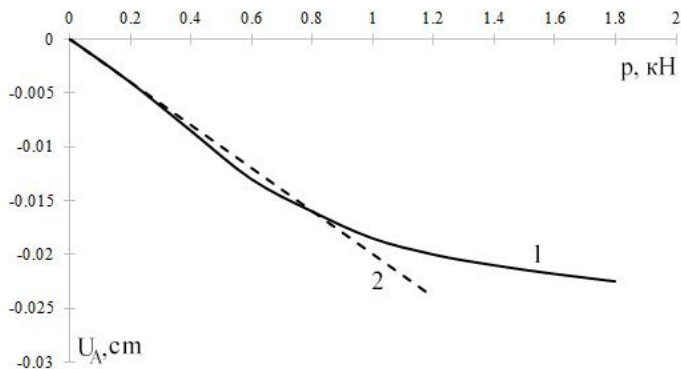


Fig. 3. Load-displacement graph in the numerical simulation of compression tests

**Foundation-shell calculation.** To demonstrate the possibilities of the developed method of numerical modeling of the structures interaction with a nonlinear base, the foundation-shell calculation was executed, the results of which are compared with the data of full-scale tests described in [7].

The conical foundation-shell (Fig. 4) with the base diameter of 3m had the conicity angle  $\alpha=5$  and the constant thickness  $h=17$  cm. The base was the loam with the internal friction angle  $\varphi_0=21^0$  and the specific adhesion  $c=3$  kPa, for which in the calculation was set: the deformation modulus  $E=45$  MPa, the Poisson's ratio  $\nu=0.3$ , the density  $p_0=1700$  kg/m<sup>3</sup>, the critical density  $p^* = 1690$  kg/m<sup>3</sup>. Before installing the shell, the layer of medium-grained sand of 10 cm thickness was laid on the soil, which was leveled according to a special template. The following physical and mechanical characteristics of sand were accepted: the internal friction angle  $\varphi_0=35^0$ , the specific adhesion  $c=1$  kPa, the deformation modulus  $E=45$  MPa, the Poisson's ratio  $\nu=0.3$ , the density  $p_0 = 1630$  kg/m<sup>3</sup>, the critical density  $p^*=1600$  kg/m<sup>3</sup>. Due to the fact that according to the tests results [7] the depletion of bearing capacity occurred at a significant intensity of the reactive pressure under the foundation glass part  $P=0.52$  MPa, the method was not taken into account.

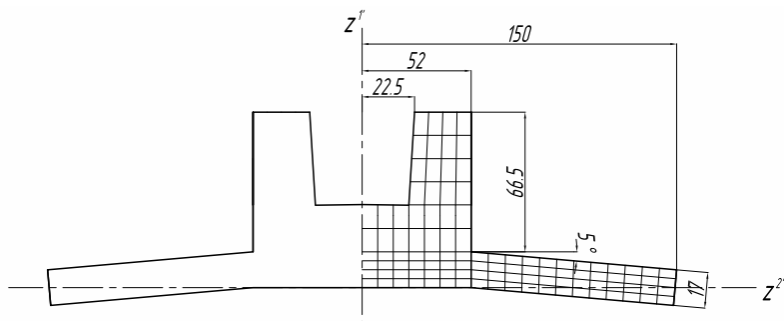


Fig. 4. Computational scheme of the foundation-shell:  
a – the discrete model; b – the structure dimensions and the CE grid

The discrete model of the foundation-shell with the adjacent area of the base, presented in Fig. 4 and 5, is developed taking into account the experience of similar calculations [1, 4, 5, 6]. In the numerical study the load was simulated by forced displacements of the foundation glass bottom with the step of  $\Delta U = 0.02$  cm. To assess the effect of nonlinear strength of materials of the structure and the base for the predicted level of bearing capacity, three calculations were executed: 1) the structure and the soils were simulated linearly elastic; 2) the plastic deformations in the structure were considered; 3) physically nonlinear work of all materials was taken into account.

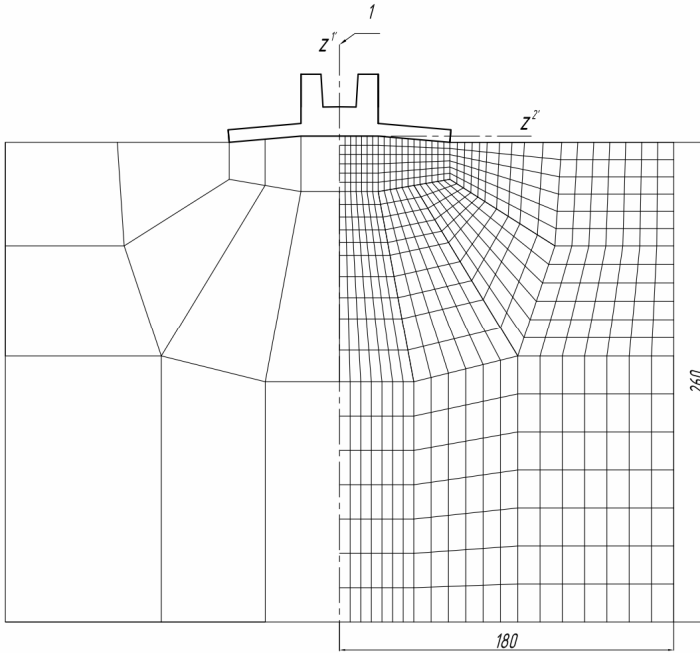


Fig. 5. Computational scheme of the foundation-shell and the adjacent area of the base (1 – rotation axis): a – the discrete model structure; b – the dimensions (in mm) and the CE grid

Analysis of the calculation results showed the following. Graphs of the function vertical load  $Q$  – the displacement of the foundation glass bottom  $U$  (Fig. 6) allow us to judge the sudden nature of the bearing capacity depletion. The calculation data of possible cracking zones agree well with the experimental ones [7]. Thus, according to the strain gauges, the first to appear were the circumferential cracks on the foundation lower surface in the area where the conical shell and the rigid glass part meet. Similar data were obtained by calculation. Moreover, the numerical method has the advantage over the natural experiment, which allows you to track not only the possible formation and development of cracks that reach the structure visible surface, or in a limited number of points where the strain gauges are installed, but also the origin and subsequent growth during loading of all possible cracking zones. Following the

first circumferential cracks in the immediate vicinity of them on the lower surface of the shell formed the zone of meridional cracks, which with increasing load rapidly progressed in the radial direction and, reaching the lower base of the cone, came to the visible surface, where they spread to the upper foundation glass base. The values of the vertical load  $Q$  and the displacement of the glass bottom  $U$ , correspond to the calculation results in the statement (3) (taking into account the plastic features of the structure and the soil).

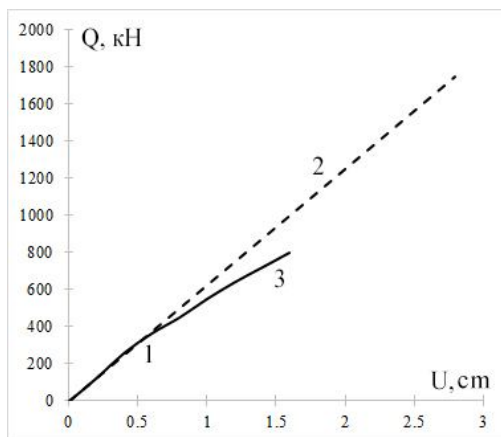


Fig. 6. The graph of the vertical load function  $Q$  – the glass bottom displacement  $U$ :  
 1 – the construction and the soil are linearly elastic; 2 - taking into account the structure plastic deformations; 3 - taking into account the plasticity of all materials

According to [7], the foundation-shell destroyed “according to the meridional scheme with the annular plastic hinge formation at the junction of the conical shell and the rigid glass part”. However, the remark of this work authors that after the experiment termination “the glass displacement (subsidence) relative to the hard disks was 0.05 - 0.08 m”, raises doubts about the plastic hinge formation. Most likely in the experiment, as well as in the calculation, the reason for the bearing capacity depletion was the destruction (cut) of the structure compressed material and the formation of the through circumferential crack in the area of the shell adjacency to the glass. Therefore, using the terminology [12], we can conclude that the reason for the bearing capacity depletion of this structure was the destruction due to the cut of the compressed concrete zone.

Table 1 shows the comparison of the computational values of the load  $Q^v$  at which the meridional crack arrays came to the upper surface of the shell, and the structure bearing capacity  $Q^*$  with the relevant experimental data.  $Q_e^v=450$  kN,  $Q_e^*=900$  kN. The minimum values of these characteristic loads are obtained under the assumption of the linear-elastic operation of the structure and the soil:  $Q_1^v=456,1$  kN,  $Q_1^*=632,5$  kN. As expected, taking into account the structure plastic deformations led to the likely redistribution of stresses, as well as to the load increase at which is possible the formation of

meridional cracks, and the bearing capacity to the values  $Q_2^v=456,1$  kN,  $Q_2^*=632,5$  kN, accordingly. Finally, the additional consideration of the physical and nonlinear work of the soil base has led to less favorable conditions for the operation of the foundation-shell structure and decrease of the control loads values:  $Q_3^v=489,5$  kN,  $Q_3^*=881,8$  kN. Therefore, upon the fullest consideration of all factors of physical nonlinear strength of structural materials and soils, the calculated level of the bearing capacity  $Q_3^*$  is only 2.0% less than the experimental value of  $Q_e^*$ .

Table 1

Graph number	$Q^v$ , кН	$\frac{Q^v - Q_e^v}{Q_e^v} \cdot 100\%$	$Q^*$ , кН	$\frac{Q^* - Q_e^*}{Q_e^*} \cdot 100\%$
1	456.1	1.4	632.5	-29.7
2	603.9	34.2	1818.5	102.1
3	489.5	8.8	881.8	-2.0

**Conclusions.** Therefore, the use of the developed method allows to significantly specify the structures stress state interacting with the soil base, and to significantly specify the impact on the calculated level of the base bearing capacity. Only the simultaneous consideration of the nonlinear resistance of the soil base together with the plasticity and the structure destruction in the numerical simulation of the foundation-shell load provided good agreement with the natural experiment data as to the type of the boundary state and the bearing capacity level.

## REFERENCES

1. *Boyandin V.S.* Non-linear processes of interaction of reinforced concrete foundations with soil / *V.S. Boyandin, I.A. Semenec, A.L. Kozak* // Problemy chislennogo modelirovaniia i avtomatizacii proektirovaniia inzhenernykh konstrukticii. Sb. tr./ Pod red. Kandaurova I I. i Snitko A.N. – Leningrad: Izd-vo LIIZHT, – 1987. – P.41-89.
2. *Boyko I.P.* Progressive methods of designing foundations and foundations on computers. / *I.P. Boyko* - Kiev: Znanie, 1986. – 20 p.
3. *Boyko I.P.* Tense-deformed state of elastic-plastic dilating base of pile foundations / *I.P. Boyko* // Osnovaniia i fundamenti'. – 1986. - Issue. 19. - P. 10-12.
4. *Boyko I.P.* Numerical modeling of the process of cracking in the reinforced concrete foundation-shell on elastic-plastic base / *I.P. Boyko, V.S. Boyandin, A.E Delnik et al.* // Issledovaniia i razrabotki po komp'iuternomu proektirovaniu fundamentov i osnovanii, – Novocherkassk, Izd-vo NPI. – 1990. – P.21-27.
5. *Boyko I.P.* The nonlinear processes during the interaction of reinforced concrete structures with the subsoil / *I.P. Boyko, V.S. Boyandin, A.E Delnik et al.* // European mechanics colliuuium/248 "Non linear Soil structures interaction"10. – April 11-14, 1989, Grenoble, France. – P.142-145.
6. *Boyko I.P.* Finite element simulation of the stable resistance in a foundation soil system / *I.P. Boyko, V.S. Boyandin, A.E. Delnik et al.* // Archive of Appl. Mech. – 1992 – N.62 – P.316-328.
7. *Climanov V.I.* Conical shell foundations. / *V.I. Climanov, A.G. Leetvinenko, V.P. Kanaeva* – M- Stroyizdat, 1988. – 128 p.
8. *Kroner E.* Elasticity theory of materials with long-range cohesive forces / *E. Kroner* // Int. J. Solids and Struct. – 1967. – N 3. – P.731-742.

9. Report on engineering and geological research at the N4 n Kiev Dairy Plant – Kiev: GPI "Iugozapadpromiaso-molprom". – Albom 2. Kn. 1. – 70 p.
10. *Schweiger H.F.* Examples of successful numerical modelling of complex geotechnical problems / *H.F. Schweiger et al.* // Innovative Infrastructure Solutions. – 2019. – Т. 4. – №. 1. – С. 2.
11. *Solodei I.I.* Nonlinear problem of structural deformation in interaction with elastoplastic medium / *I.I. Solodei, E.Yu. Petrenko, Gh.A. Zatyliuk* // Strength of Materials and the Theory of Structures. – 2020. – Issue 105. – P.49-64.
12. *Tetior A.N.* Shell foundations. / *A.N. Tetior, A.G. Leetvinenko* М.: Stroizdat, 1975. - 136 p.

*Стаття надійшла 11.03.2021*

*Вабіщевич М.О., Затилюк Г.А.*

#### **АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ФУНДАМЕНТУ-ОБОЛОНКИ ПРИ ВЗАЄМОДІЇ ІЗ ПРУЖНОПЛАСТИЧНИМ СЕРЕДОВИЩЕМ**

У статті на базі сучасних чисельних реалізацій метода скінченних елементів представлено обґрунтування адекватності методики розв'язання задач деформування конструкцій при їх контактній взаємодії із пружнопластичним нелінійним ґрунтовим середовищем.

Врахування методики побудови розрахункових моделей сумісного деформування і взаємного впливу жорстких конструкцій і суттєво пластичного зовнішнього середовища дозволяє істотно уточнити напружений стан конструкцій, взаємодіючих з ґрунтовою основою, і робить помітний вплив на розрахунковий рівень несучої здатності основи.

**Ключові слова:** пружнопластичне середовище, метод скінченних елементів, напіваналітичний метод скінченних елементів, задача деформування конструкцій.

*Vabishchevich M.O., Zatyliuk Gh.A.*

#### **ANALYSIS OF THE STRESSED-STRAINED STATE OF THE FOUNDATION-SHELL AT INTERACTION WITH THE ELASTIC-PLASTIC MEDIUM**

On the basis of modern numerical implementations of the finite element method the article presents the justification of the adequacy of the method of solving the problems of structures straining in their contact interaction with the elastic-plastic nonlinear soil medium.

Compatible calculations of structures and nonlinear bases, which are described by modern mechanical and soil models within one problem is a significant technical problem.

The solution of the assigned tasks is possible only within the framework of numerical methods, the most common of which is the finite element method (FEM). The construction of the computational finite element model raises many complex questions that require additional detailed study. In addition, the compliance with the state building norms and regulations is an important factor for further practical use.

The use of numerical methods in the calculation of machines and structures, taking into account their interaction with the elastic-plastic medium is largely determined by the complexity or even impossibility of analytical calculation due to the complexity of structural schemes, heterogeneity of material features, uneven soil layers, implementation of step-by-step work execution technologies and so on.

The combination of the latest achievements in the field of structural mechanics and soil mechanics is a promising direction for the development of effective approaches to building discrete models of space systems "structure-nonlinear base" for solving applied problems.

The use of the developed method allows to significantly specify the structures stress state interacting with the soil base, and to significantly specify the impact on the calculated level of the base bearing capacity. Only the simultaneous consideration of the nonlinear resistance of the soil base together with the plasticity and the structure destruction in the numerical simulation of the foundation-shell load provided good agreement with the natural experiment data as to the type of the boundary state and the bearing capacity level.

**Keywords:** elastic-plastic medium, finite element method, semi-analytical finite element method, structure straining problem.

Вабищевич М.О., Затылюк Г.А.

### **АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ФУНДАМЕНТА-ОБОЛОЧКИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДОЙ**

В статье на базе современных численных реализаций метода конечных элементов представлено обоснование адекватности методики решения задач деформирования конструкций при их контактном взаимодействии с упругопластической нелинейной грунтовой средой.

Учет методики построения расчетных моделей совместного деформирования и взаимного влияния жестких конструкций и существенно пластической внешней среды позволяет уточнить напряженное состояние конструкций, взаимодействующих с грунтовым основанием, и оказывает заметное влияние на расчетный уровень несущей способности основания.

**Ключевые слова:** упругопластическая среда, метод конечных элементов, полуаналитический метод конечных элементов, задача деформирования конструкций.

#### **УДК 539.3**

Вабищевич М.О., Затылюк Г.А. **Аналіз напружено-деформованого стану фундаменту-оболонки при взаємодії із пружнопластичним середовищем** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 105-112. – Англ.

*Представлено обґрунтування адекватності методики розв'язання задач деформування конструкцій при їх контактній взаємодії із пружнопластичним нелінійним ґрунтовим середовищем.*

Ил. 6. Библиогр. 12 назв.

#### **UDC 539.3**

Vabishchevich M.O., Zatyliuk Gh.A. **Analysis of the stressed-strained state of the foundation-shell at interaction with the elastic-plastic medium** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 105-112.

*Presents the justification of the adequacy of the method of solving the problems of structures straining in their contact interaction with the elastic-plastic nonlinear soil medium.*

Fig. 6. Ref. 12 titles.

#### **УДК 539.3**

Вабищевич М.О., Затылюк Г.А. **Анализ напряженно-деформированного состояния фундамента-оболочки при взаимодействии с упругопластической средой** // Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вып. 106. – С. 105-112. – Англ.

*Представлены обоснования адекватности методики решения задач деформирования конструкций при их контактном взаимодействии с упруго нелинейной грунтовой средой.*

Ил. 6. Библиогр. 12 назв.

**Автор:** доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельної механіки ВАБИЩЕВИЧ Максим Олегович

**Адреса:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

**Робочий тел.:** +38 (044) 241-55-55

**Мобільний тел.:** +38 (050) 928-40-97

**Email:** vabischevych.mo@knuba.edu.ua

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0002-0755-5186>

**Автор:** аспірант, асистент кафедри будівельної механіки ЗАТИЛЮК Герман Анатолійович  
**Адреса:** 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

**Мобільний тел.:** +38 (099) 11-00-564

**Email:** zatyliuk.ha@knuba.edu.ua

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-0392-2214>



UDC 539.3

## THE STABILITY OF ROTATING RODS UNDER THE ACTION OF VIBRO-IMPACT LOAD

**P.P. Lizunov,**

Doctor of Technical Science

**V.O. Nedin,**

Candidate of Technical Science

*Kyiv National University of Construction and Architecture,  
31, Povitroflotskiy avenue, Kyiv, Ukraine*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.113-121

The paper presents the investigation results of the vibro-impact loads' influence on the stability of vibro-drilling machine' drill-rod in the process of well in hard rock. The drilling process of such wells is significantly facilitated in case of vibro-impact action. The destroying of the rocks during the vibro-rotary drilling occurs via the complex effect of the vibration impulses and rotational motion. In this way, the task of such drill-rod study stability has actuality. In this case, the various modes of vibration and stability loss are possible. In this regard, the study was done by developed software, in which a technique of computer simulation of the oscillating motion of considerable length rotating rods under the action of axial periodic loads is implemented. Such software gives the possibility to model the oscillatory motion of rotating rods and determine the parameters by which the dynamic stability loss of the studied system can occur. Using this software the diagrams with regions of stable and unstable motion of the rotating rod were drawn for different parameters of the considered system. The process of oscillation is considered in space with account of inertia forces and geometric nonlinearity of the rod. It is shown, that on certain rotational speeds and frequencies of vibro-impact load there are ranges of unstable motion where the run of equipment can inevitably lead to destruction. The obtained results have been analyzed. The conclusion about the possibility of running the equipment in certain frequency ranges is made.

**Keywords:** numeric differentiation, complex bend forms, geometric nonlinearity, inertia forces, axial forces, vibro-impact loads, vibro-drilling, dynamic stability.

**Introduction.** The tasks of dynamics of rotating rods and rods under the action of axial periodic and impact loads have been studied by many authors. The statics and dynamics of the rod under axial loading are considered in paper [9]. The conditions for the parametric resonances appearance have been studied and the possibility of stability loss under load less than Euler force has been found. In paper [10], the dynamics of the rod during a short-term axial impact is considered. The conditions for the parametric resonance are found in the linear statement. The regions of instability in "length of the rod – loads" field are constructed and the characteristic parameters are calculated. The problem of impact by an elastic body at the end of an elastic rod is studied in paper [3]. Depending on the task parameters, the time and form of an impact impulse and the maximum amplitude of transverse oscillations by parametric resonance are theoretically and experimentally determined. In paper [4], the task of the dynamic stability of a hinged rod in case of sharp axial load is reviewed. The method of series expansion according to the forms of nature oscillations for both longitudinal and transverse oscillations is applied.

Instability regions are shown. The type of these regions depends on the spectral properties of longitudinal and transverse oscillations, values of damping and axial force. The axial impact on a thin elastic rod is considered in paper [5], which generates a periodic system of longitudinal waves in it. A strict analysis of solution is done and the value of the maximum transverse bend depended on the method of loading is found. Both, the short-term and long-term impulses are considered. In the case of suddenly applied long impulse that is less than the Euler critical force, is shown, that the development of intensive transverse oscillations is possible.

The results of numerical studies of the dynamic behavior of vibro-impact system are presented in study [1]. This system is strongly nonlinear and non-smooth discontinuous dynamic system. The results of observations of many interesting phenomena, in particular those that are unique to non-smooth systems, are presented. Regions of stable and unstable motions were found using the solution continuation method by parameter and Floke multipliers. The breaking bifurcations, hysteresis effect, scenarios of quasi-periodic transition to chaos and transition to chaos through intermittency, transient chaos, boundary crisis, rare attractor, transient modes are described. A comparative analysis of impact simulation methods in vibro-impact systems with hard and soft impact is performed.

The oscillations of rotating rods under the action of periodic loads were considered in other papers. The paper [11] presents the results of study of space bending oscillations of horizontal rod that is rotating around its axis. Rod is under the action of periodic harmonic force of self-weight per length. The task is considered taking into account gyroscopic loads, but rod is located horizontally.

In paper [14], the influence of periodic impact loads on the structural elements of drill string during longitudinal oscillations is investigated. The results reveal that a periodic impulse can mainly be determined by the nature of the rock and the impact frequency during the drilling.

In paper [16], the problem of drilling system dynamics with account of axial periodic force of impact action is considered in a nonlinear statement. The research was performed to study the vibrations that occur in the coupling. The simulations of dynamic model are researched with conditions for different hardness of rock. The results indicate that the transverse and longitudinal vibration frequencies and amplitude decrease with the rock hardness.

In paper [13], the results of investigation of the oscillations of long rotating rod are shown. The rod is modeling the drill string operation. Results are shown by possible bend forms at different moments of time after system had been out of equilibrium. It is noted that the action of an axial compressive force that is pointed to the lower end of the vertical heavy rod leads to the effect of twisting to a spiral of its lower part. This effect arises via action of gyroscopic moments, which begin to appear when the lower part of the rod starts to bend and this bending have been growing.

Paper [8] presents the results of numerical investigation of the periodic axial forces' influence on the transverse oscillations of long rotating rods. The gyroscopic inertia forces are taken to account and space oscillating process of rotating rods is considered with account of geometric nonlinearity. For investigated objects is shown that on various rotational speeds and beat frequencies the oscillatory motion of the rods occurs with different character of behavior. On certain speeds with different frequencies of axial load the oscillations have definite periodicity and occur with beats of amplitude which are the result of the periodic axial force action.

The paper [12] presents the results of investigation of the axial beat loads' influence on the transverse rotating rods' oscillations and their stability. The perforator's long drills are considered as objects of investigation. Diagrams with regions of stable and unstable motion of the rods, that were found by different parameters and boundary conditions are shown.

In this paper the dynamic behavior of vibro-drilling machine' drill-rod under action of axial impact load is investigated. Such tasks arise when the wells drill through hard rocks or grounds with inclusions of large fragments of rocks. The drilling process of these wells is significantly facilitated in the case of vibro-impact action. Since the destruction of the rock during such drilling occurs via the complex effect of the vibration impulses and rotational motion, the task of such drill-rod study stability has actuality, namely, at what rotational speeds and frequencies of vibro-impact loads the loss of stability can happened and the run of equipment can lead to its failure.

In addition to the impact load for such rods, the loss of stability is significantly influenced by own weight forces, which have a compressive nature of the load. It is due to the boundary conditions of the vertical positioned rod.

In study the dynamics of considered objects, it is interesting to note the parametric oscillations of rods under the action of periodic axial impact loads during rotation. This is due to the actuality of the vibratory drilling tasks.

**Problem statement.** In the process of oscillation of rotating rods, under the action of external periodic impact forces, the various character of the oscillatory motion are possible. It is depended on different physical, geometric and dynamic parameters.

As a dynamic model is considered rod with length  $l$  (Fig. 1) that is exposed by the action of periodic vibro-impact load  $P(t)$ .

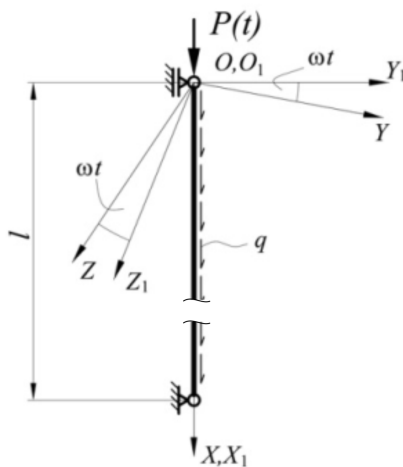


Fig. 1. Dynamic model of system

The rod is under the action of longitudinal load of own weight  $q$  and rotates on angular speed  $\omega$  around the rectilinear axis  $O_1X_1$  of the stationary coordinate system  $O_1X_1Y_1Z_1$ . The rotating coordinate system  $OXYZ$  is tied to the rod and rotates with it. The oscillatory motion of the rod in the  $OXYZ$  coordinate system is characterized by  $y(x,t)$  and  $z(x,t)$  displacements of the points, that belong to the axis of rod in the  $OY$  та  $OZ$  coordinate axes' direction, respectively.

The oscillations of rotating vertical rod in space coordinate system  $OXYZ$  are described by the corresponding system of differential equations, which taking into account the inertia forces, own weight and the axial periodic force have a form [6, 12]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{EI_{1(x)}}{\rho_1} \right) - \bar{m}r^2 \left( \frac{d^4 y}{dt^2 dx^2} + \omega^2 \frac{d^2 y}{dx^2} \right) - 2\omega \bar{m} \frac{dz}{dt} - \bar{m}\omega^2 y + \bar{m} \frac{d^2 y}{dt^2} + \\ + P(t) \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{dx} \left( \bar{m}g(l-x) \frac{dy}{dx} \right) = 0, \\ \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{EI_{2(x)}}{\rho_2} \right) - \bar{m}r^2 \left( \frac{d^4 z}{dt^2 dx^2} + \omega^2 \frac{d^2 z}{dx^2} \right) + 2\omega \bar{m} \frac{dy}{dt} - \bar{m}\omega^2 z + \bar{m} \frac{d^2 z}{dt^2} + \\ + P(t) \frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{1}{dx} \left( \bar{m}g(l-x) \frac{dz}{dx} \right) = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

where  $E$  – elastic modulus of rod's material;  $I_{1(x)}$ ,  $I_{2(x)}$  – inertia moments of rod section in mutually perpendicular planes;  $r$  – radius of gyration;  $\bar{m}$  – mass of unit per length;  $1/\rho_1$ ,  $1/\rho_2$  – main curvatures of rod's axis in mutually perpendicular planes.

The action of vibro-impact load is modeled by  $P(t)$  function [12].

**Technique.** To study of the dynamics of investigated objects in this paper the technique that is described in papers [7, 12] is used. In this technique the process of oscillation is modeled based on repeated (cyclic) solving the system of differential equations for every point of system in order to find the new coordinates of positions for these points in each next point of time  $t+\Delta t$ .

The technique is realized by computer program with graphic user interface that is developed by authors. That program lets to study the dynamics of modeled system by calculating and drawing the current bend forms of the rotating rod in oscillation. Also, program lets to make the analysis of behavior of modeled system, find the dynamic instability regions, draws the diagrams of it.

**Results.** In this paper, using said program, the study of the dynamics of the drill-rod under the action of axial vibro-impact load is done. The operation of vibro-drilling machine in range of rotational speeds  $n=40-65$  rpm and range of impact frequencies  $\theta=100...150$  s<sup>-1</sup> is considered. The rod of the work body is tubular, with outer diameter  $d=146$  mm, wall thickness  $s=8$  mm. Reviewed operation depth of well in range 20...40 m.

As results of study of investigated objects in Figures 2-5 the fields of stable and unstable oscillations are presented. These fields show unstable regions in

depends of rotational speeds  $\omega$  and impact frequencies  $\theta$ , which were found for the reviewed objects with different length of rod.

The fields of unstable oscillations are displayed filled gray. White colored regions are the fields of stable motion.

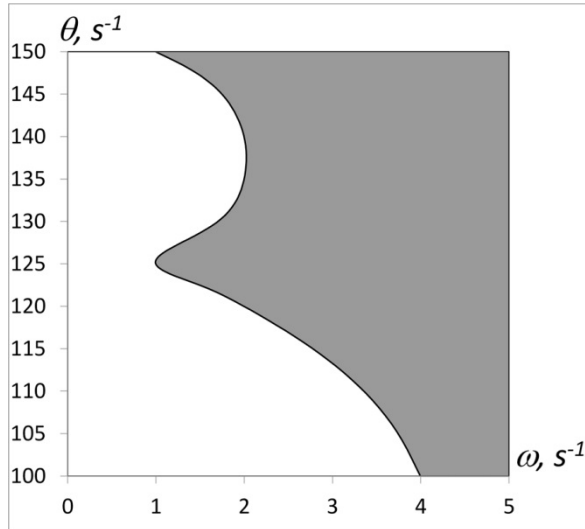


Fig. 2. Dynamic stability fields of drill-rods with length  $l = 20$  m, under action of axial vibro-impact load  $P(t)$

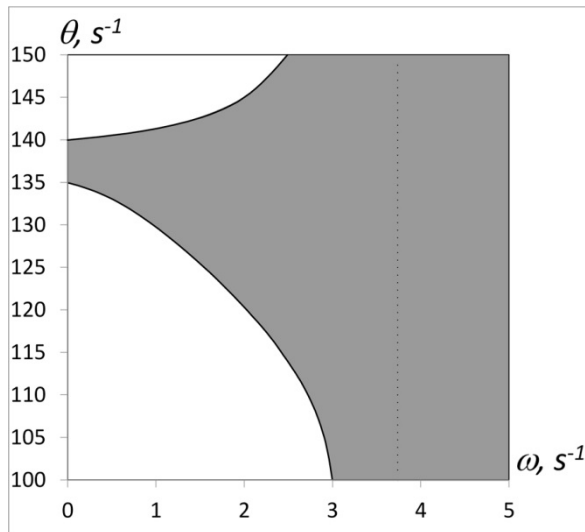


Fig. 3. Dynamic stability fields of drill-rods with length  $l = 25$  m, under action of axial vibro-impact load  $P(t)$

As we can see from diagrams, for various length of rod with their parameters, there are fields of unstable oscillation motion. Than longer the rod, that larger the area of this field.

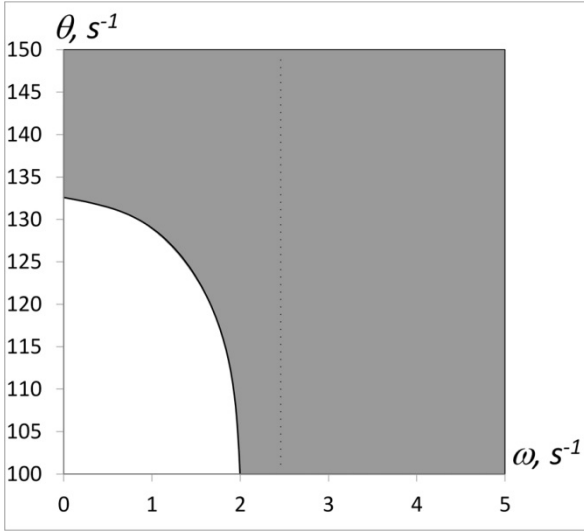


Fig. 4. Dynamic stability fields of drill-rods with length  $l = 30$  m, under action of axial vibro-impact load  $P(t)$

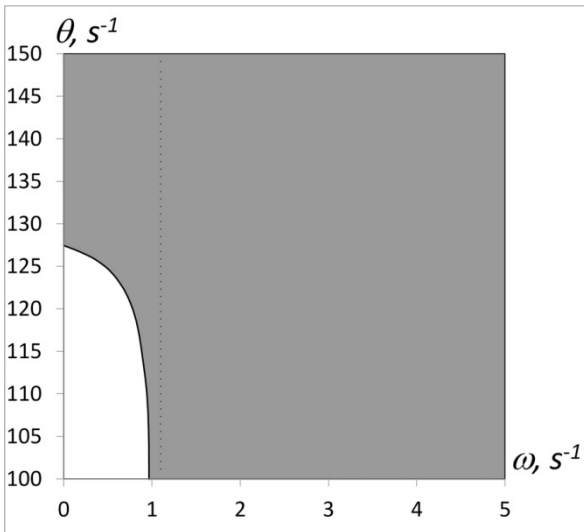


Fig. 5. Dynamic stability fields of drill-rods with length  $l = 40$  m, under action of axial vibro-impact load  $P(t)$

Common for these diagrams is that that with growth of rotational speed the limit value of the frequency of the impact load, at which the stable oscillation is possible, reduce.

For shorter rods (20, 25 m) there are ranges of vibro-impact load frequencies at which the limit value of frequency can growth at certain range of rotational speeds.

For the rod with length  $l = 20$  m there is frequency range of vibro-impact load  $\theta$  (135...140  $s^{-1}$ ), at which the instability can occur when the rotational speed is equal to 0. For longer rods that range can lie in lower values of  $\theta$  and exists in the operated range of those frequencies.

**Conclusion.** The presented researches results of axial vibro-impact loads influence on stability of rotating drill-rods show that on certain rotational speeds and frequencies of vibro-impact loads there are regions of unstable motion, where the run of equipment can inevitably lead to destruction. Secure operation of the equipment is possible in the frequency ranges which are in the fields of stable oscillations that are shown on diagrams for different lengths of drill-rod.

#### REFERENCES

1. *Bazhenov V.A., Pohorelova O.S., Postnikova T.G.* Khaos ta stenariyi perekhodu do khaosu u vibroudarniy systemi. – Kyiv: Vyd-vo «Karavela», 2019. – 146 p.p.
2. *Bakhvalov N.S., Judkov N.P., Kobelkov G.M.* Chislennyye metody. M.: BINOM, Laboratoriya znaniy, 2015, 639 pp.
3. *Belyaev A.* Dynamics of rod under axial impact by a body / Alexander K. Belyaev, Chien-Ching Ma, Nikita F. Morozov, Petr E. Tovstik, Tatiana P. Tovstik, Anatoly O. Shurpatov // Vestnik SPbGU. Matematika. Mekhanika. Astronomiya. – 2017. V. 4 (62). –P. 506-515.
4. *Belyaev A.* Dinamicheskiy podkhod k zadache Ishlinskogo–Lavrent'yeva / A.K. Belyayev, D.N. Il'in, N.F. Morozov // Mekhanika tverdogo tela. – 2013. No. 5. – P. 28-33.
5. *Belyaev A.* Parametric resonances in the problem of longitudinal impact on a thin rod / Alexander K. Belyaev, Nikita F. Morozov, Petr E. Tovstik, Tatiana P. Tovstik // Vestnik SPbGU. Matematika. Mekhanika. Astronomiya. – 2016. V. 3 (61). – P. 77-94.
6. *Bolotin V.V.* Dinamicheskaya ustoychivost uprugih system. M.: Izdatelstvo tekhniko-teoreticheskoy literatury, 1956, 600 pp.
7. *Lizunov P.P., Nedin V.O.* The gyroscopic forces influence on the oscillations of the rotating shafts // Strength of materials and theory of structures. – 2020. – Issue 105. P. 223–231.
8. *Lizunov P., Nedin V.* The parametric oscillations of rotating elastic rods under the action of the periodic axial forces // Management of Development of Complex Systems. – 2020, 44, 56–64.
9. *Morozov N.F.* Static and Dynamics of a Rod at the Longitudinal Loading / N.F. Morozov, P.E. Tovstik, T.P. Tovstik // Vestnik YUUrGU. Seriya «Matematicheskoye modelirovaniye i programmirovaniye». – 2014. – Vol. 7, No. 1. – S. 76–89.
10. *Morozov N.F.* The rod dynamics under short longitudinal impact / N.F. Morozov, P.E. Tovstik // Vestnik SPbGU. – 2013. – Vup. 3. P.131–141.
11. *Munitsyn A.I.* Prostranstvennyye izgibnyye kolebaniya sterzhnya, vrashchayushchegosya vokrug svoeoy osi (Space bending oscillations of a rod rotating around its axis) // Matematicheskoye i komp'yuternoye modelirovaniye mashin i sistem. – 2008. S. 64–67.
12. *Nedin V.O.* The parametric oscillations of rotating rods under action of the axial beat load // Strength of materials and theory of structures. – 2020. – Issue 104. P. 309 – 320.
13. *Nedin V.* Numerical differentiation of complex bend forms of long rotating rods // Management of Development of Complex Systems. – 2020, 43, 110 –115.
14. *Changgen Bu.* Arithmetic solution for the axial vibration of drill string coupling with a down-hole hammer in rock drilling / Changgen Bu, Xiaofeng Li, Long Sun and Boru Xia // Journal of Vibration and Control. – 2016, Vol. 22(13). – P. 3090-3101.

15. *Maurice Petyt*. Introduction to Finite Element Vibration Analysis. Cambridge University Press, 1990. – 558 p.
16. *Songyong Liu*. Coupling vibration analysis of auger drilling system / Songyong Liu, Xinxia Cui, Xiaohui Liu // Journal of vibroengineering. – 2013. Vol. 15. – P.1442-1453.
17. *Yimin Wei*. Influence of Axial Loads to Propagation Characteristics of the Elastic Wave in a Non- Uniform Shaft / Yimin Wei, Zhiwei Zhao, Wenhua Chen and Qi Liu // Chinese Journal of Mechanical Engineering. – 2019 – No. 32:70. P.13.

*Стаття надійшла 26.04.2021*

*Лизунов П.П., Недин В.О.*

### **СТІЙКІСТЬ СТЕРЖНІВ, ЩО ОБЕРТАЮТЬСЯ, ПІД ДІЄЮ ВІБРОУДАРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ**

В роботі наведені результати дослідження впливу віброударних навантажень на стійкість стержня робочого органа вібробуrowого агрегату при бурінні свердловин в твердих породах ґрунту. Процес буріння таких свердловин суттєво полегшується у разі віброударного впливу. Руйнування породи при вібраційно-обертальному бурінні відбувається через спільний вплив віброударних імпульсів і обертального руху. У зв'язку з цим, актуальним є питання стійкості стержня робочого органа такої установки при обертанні. При цьому можливі різноманітні форми коливань і втрати стійкості. У зв'язку з цим дослідження здійснено використовуючи розроблене програмне забезпечення, в якому реалізована методика комп'ютерного моделювання коливального руху стержнів значної довжини, що обертаються, під дією поздовжніх періодичних навантажень. Таке програмне забезпечення дозволяє моделювати коливальний рух стержнів, що обертаються, а також визначати параметри, при яких відбувається втрата динамічної стійкості змодельованої системи. За допомогою зазначеного програмного забезпечення побудовані діаграми, що відображають області стійкого та нестійкого руху стержня, яким моделюється робочий орган вібробуrowої установки, при різних параметрах системи. Процес коливального руху розглянуто у просторі з урахуванням інерційних навантажень та геометричної нелінійності стержня. Показано, що при певних значеннях швидкостей обертань і частот дії віброударного навантаження існують області нестійкого руху, при яких експлуатація обладнання може неминуче привести до його руйнування. Здійснено аналіз отриманих результатів та зроблено висновок про можливість експлуатації обладнання у певних діапазонах частот.

**Ключові слова:** чисельне диференціювання, складні форми вигину, геометрична нелінійність, інерційні навантаження, поздовжні навантаження, ударні навантаження, вібробуріння, динамічна стійкість.

*Лизунов П.П., Недин В.О.*

### **УСТОЙЧИВОСТЬ ВРАЩАЮЩИХСЯ СТЕРЖНЕЙ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВИБРОУДАРНОЙ НАГРУЗКИ**

В работе приведены результаты исследования влияния виброударных нагрузок на устойчивость стержня рабочего органа вибробуrowого агрегата при бурении скважин в твердых породах ґрунта. Процесс бурения таких скважин существенно облегчается при виброударном воздействии. Разрушение породы при вибрационно-вращательном бурении происходит при совместном влиянии виброударных импульсов и вращательного движения. В связи с этим, актуальной задачей является изучение устойчивости стержня рабочего органа такой установки при вращении. При этом возможны различные формы колебаний и потери устойчивости. В связи с этим исследование проведено с использованием разработанного для этих целей программного обеспечения, в котором реализована методика компьютерного моделирования колебательного движения вращающихся стержней значительной длины, под действием продольных периодических нагрузок. Такое программное обеспечение позволяет моделировать колебательное движение вращающихся стержней, а также определять параметры, при которых происходит потеря динамической устойчивости смоделированной системы. С помощью указанного программного обеспечения построены диаграммы, отображающие области устойчивого и неустойчивого движения стержня, которым моделируется рабочий орган вибробуrowильной установки при



различных параметрах системы. Процесс колебательного движения рассмотрен в пространстве с учетом инерционных нагрузок и геометрической нелинейности стержня. Показано, что при определенных скоростях вращения и частот действия виброударной нагрузки существуют области неустойчивого движения, при которых эксплуатация оборудования может неизбежно привести к его разрушению. Проанализированы полученные результаты и сделан вывод о возможности эксплуатации оборудования в определенных диапазонах частот.

**Ключевые слова:** численное дифференцирование, сложные формы изгиба, геометрическая нелинейность, инерционные нагрузки, продольные нагрузки, ударные нагрузки, вибробурение, динамическая устойчивость.

УДК 539.3

*Лизунов П.П., Недін В.О. Стійкість стержнів, що обертаються, під дією віброударного навантаження // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 113-121.*

*В роботі наведені результати дослідження впливу позовжених віброударних навантажень на стійкість стержнів, якими моделюється робота вібробурального агрегату.*

Табл. 0. Іл. 5. Бібліогр. 17 назв.

UDC 539.3

*Lizunov P.P., Nedin V.O. The stability of rotating rods under the action of vibro-impact load // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 113-121.*

*The paper presents the results of investigation of the axial vibro-impact loads' influence on the stability of rods that the vibro-drilling machine work body is modeled.*

Tabl. 0. Fig. 5. Ref. 17.

УДК 539.3

*Лизунов П.П., Недін В.О. Устойчивость вращающихся стержней под действием виброударной нагрузки // Спротивление материалов и теория сооружений. – 2021. – Вып. 106. – С. 113-121.*

*В работе представлены результаты исследования влияния продольных виброударных нагрузок на устойчивость стержней, которыми моделируется работа вибробурального агрегата.*

Табл. 0. Ил. 5. Библиогр. 17 назв.

**Автор (науковий ступень, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри основ інформатики КНУБА, ЛІЗУНОВ Петро Петрович.

**Адреса робоча:** 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра основ інформатики, ЛІЗУНОВ Петро Петрович.

**Адреса домашня:** Україна, м. Київ, вул. Кавказька, 12, кв. 48.

**Мобільний тел.:** +38(067) 921-70-05

**E-mail:** lizunov@knuba.edu.ua

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0003-2924-3025>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент кафедри основ інформатики КНУБА, НЕДІН Валентин Олегович.

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, НЕДІН Валентин Олегович.

**Адреса домашня:** 04213 Україна, м. Київ, вул. Північна 50, кв. 181, НЕДІН Валентин Олегович.

**Роб. тел.:** +38(044) 241-54-62;

**мобільний тел.:** +38(067) 764-95-52;

**E-mail:** nedin.vo@knuba.edu.ua

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0003-3138-2892>

UDC 539.3

## SOME ASPECTS OF CONSIDERATION OF INITIAL IMPERFECTIONS IN THE CALCULATIONS OF STABILITY OF THIN-WALLED ELEMENTS OF OPEN PROFILE

I.O. Okhten

O.O. Lukianchenko,  
Doctor of Technical Science

*Kyiv National University of Construction and Architecture  
31, Povitroflotsky ave., Kyiv, Ukraine*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.122-128

Performed analysis of the initial geometric imperfections influence on the stability of the open C-shaped bars. Imperfections are given in different formulations: the general stability loss of an ideal bar, of wavy bulging of walls and shelves, of deplanation of a bar. Researches made in with different values of the imperfection amplitude and eccentricity of applied efforts. All tasks are performed in linear and nonlinear staging. The conclusion is made regarding the influence of initial imperfections form on the critical force in nonlinear calculations. It was found that the most affected are imperfections, which are given in the form of total loss of stability. It was revealed the influence of the imperfection amplitude on the magnitude of the critical force for such imperfections. The influence of imperfections amplitude given in the form of wavy bulging walls and in the form of deplanations is not affected on the value of the critical force.

**Keywords:** thin-walled bars, geometry imperfection, eccentricity, finite element method, stability, critical force.

**Introduction.** The applying of thin-walled steel constructions in building allows to solve a wide range of problems. For these structures even founded, a separate class - light steel thin-walled structures (LSTWS). This is due to their advantages:

- Reduction of metal consumption in structures (according to 10-15%)
- Light weight of each element allows to make installation without construction cranes
- Manufacturing technology allows the use of CNC machines and ensure high manufacturing accuracy
- Manufacturing technology allows you to galvanizing elements, which significantly increases their corrosion resistance.
- Due to the high accuracy of manufacturing, it is possible to perform installation according to the principle of "designer" without the use of welding, drilling and without "wet" processes.

The most convenient in the manufacture are thin-walled cold-formed open-profile bars. Such profiles are often used as compressed elements of building structures (columns, farms, etc.). Under compression, or off-center compression, the depletion of the bearing capacity of such structures usually goes through the stability loss. The stability loss of thin-walled elements takes place in such forms: bending, torsion, bending and torsional. However, due to

the decrease in the thickness of the elements in such profiles, the features of the work begin to manifest themselves, which are not described by the theory of thin-walled bars V.Z. Vlasov [1]. Unlike classical theory, thin-walled elements have deformation of the profile, in the form of wave-like deformation of individual plates (shelves, walls, bends).

These features of the work are already widely researched. The article [2] describes the theory of coherent protrusion of thin-walled bars, which simultaneously takes into account different forms of stability loss: general (for which the contour of the profile is not deformed) and local (for which line of contact individual plates forming bars remain stationary). Such interactions are nonlinear, because in linear theory all their own forms, namely general and local, are independent (orthogonal).

**Problem statement and its solution.** However, thin-walled cold-formed profiles with an open cross-section have another feature - susceptibility to local deformations that occur during the manufacture, transportation, installation or operation of elements. Such defects can significantly affect the stability loss of the element, and, accordingly, lead to structural violations. Such defects can significantly affect the stability loss of the element and, accordingly, lead to structural damage.

Given the above, the following tasks are set:

- Investigate the impact of imperfections that are set in the overall, local and torque forms of sustainability loss.
- Investigate the impact of imperfections amplitude.
- Investigate the effect of load eccentricity.

All tasks are performed in linear and nonlinear staging.

To model imperfections, has been developed a program which for the formation of new coordinates of the nodes of the "deformed" model, the components of a vector similar to the form of stability loss are added to the corresponding coordinates of the middle surface of the bar. In this way, you can set initial imperfections in the forms of stability loss of the bar with different amplitude.

As the object of research, a common C-shaped profile 200x57x22,5x2000 was chosen. Steel «СТ3кп, ДСТУ 2651:2005 [6]» with the following mechanical characteristics is laid as the material:  $E=2.1 \cdot 10^{11}$  Pa,  $\mu=0.3$ . The imperfection amplitude is taken in proportion to the thickness of the *bar wall t*:  $\delta/t$  [0.25; 0.5; 1.0; 1.5].

**Results of the calculation and analysis of solutions.** Calculations of ideal bars in linear setting showed that the stability loss can occur in one of four forms: a total stability loss - Fig. 1(a), wave-like bulging of the walls - Fig. 1(b), bar deplanation - Fig. 1(b) and stability loss at the ends of the bar - Fig. 1(d). Similar forms are obtained in laboratory testing [3]. These calculations (see Fig. 2) showed that the range of critical forces is very "wide" (the difference between them is less than 5%). Therefore, it is necessary to take into account not only the first form, but also a number of subsequent ones when modeling imperfections in the form of forms of stability loss.

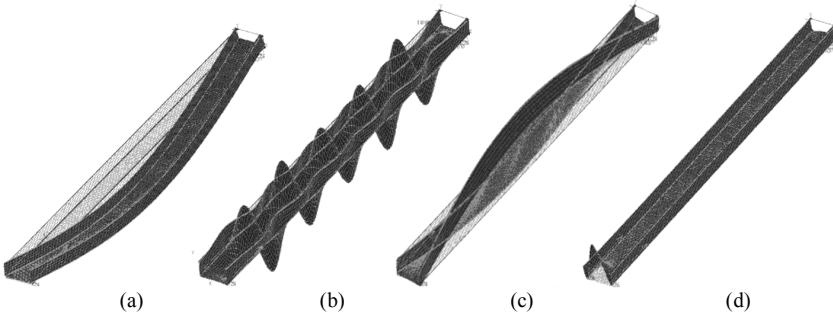


Fig. 1. Forms of stability loss of bars at linear calculation: total (a), wave-like bulging of the walls (b), bar deplanation (c), stability loss at the ends of the bar (d)

In the test tasks without eccentricity, the first form of stability loss for the ideal bar occurs in the form of a wave-like bulging of the wall and shelves (Fig. 3). This form is transformed by the above method into initial defects with different amplitudes for nonlinear calculations.

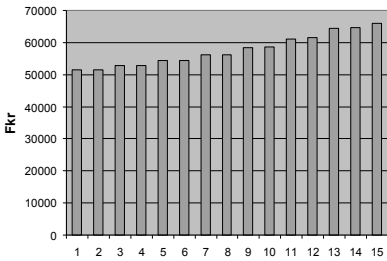


Fig. 2. The range of critical forces

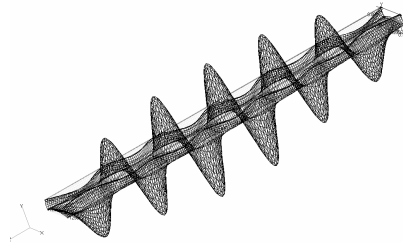


Fig. 3. the first form of stability loss for the ideal bar

In fig. 4 shows the results of such calculations. Here on the axis of abscission the amplitude of imperfections is deposited, and on the axis of ordinary – the value of critical force. The graph is divided into two parts: linear and nonlinear calculations.

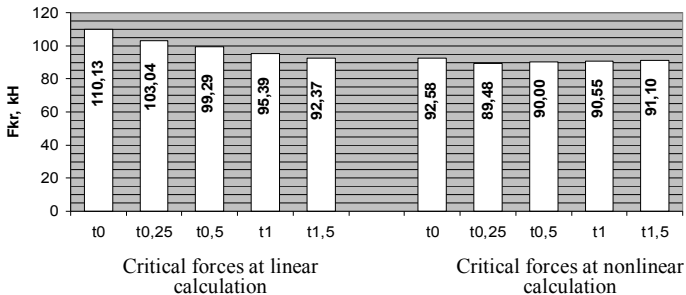


Fig. 4. The results of calculations of the centrally compressed bar

In test problems with a load applied with eccentricity  $e = 10$  mm and  $e = 20$  mm, the ideal bar has stability loss in the form of bar deplanation (first form), means twisting relative to its own axis (Fig. 9). In Fig. 5 and Fig. 6 are given the results of such calculations in the form of graphs.

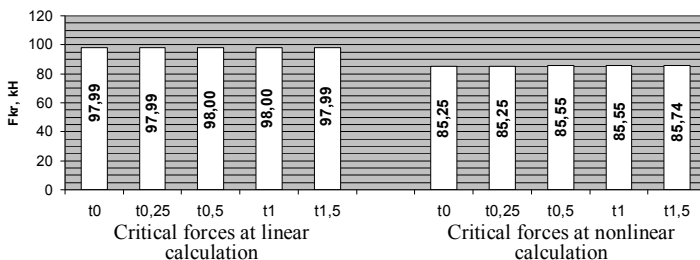


Fig. 5. The results of calculations of the eccentrically compressed bar ( $e=10$ MM)

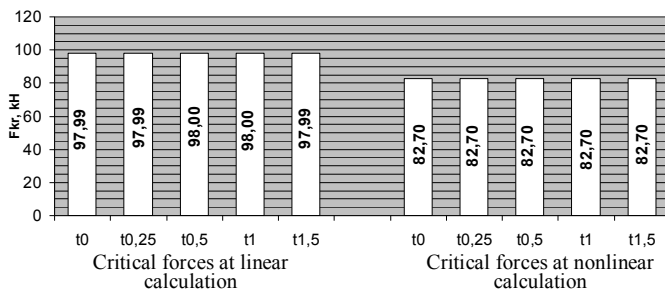


Fig. 6. The results of calculations of the eccentrically compressed bar ( $e=20$ MM)

Additionally, was researched the influence of imperfections specified in the form of a general stability loss was investigated, which, for that the bar was fifteen (the first was in the form of wave-like bulging of the walls – see Fig. 7(a) and Fig. 7(b)).

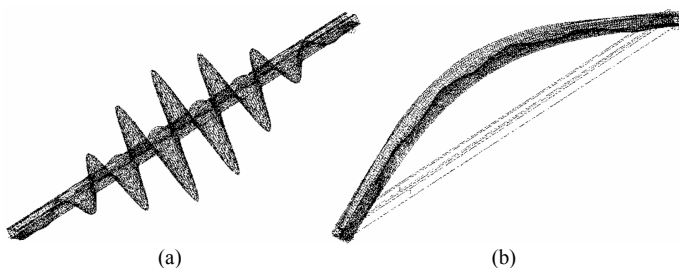


Fig. 7. Form of stability loss: (a) first, (b) fifteens

In Fig. 9 are given the results of such calculations. Here we see a dependence of the bar's stability on the amplitude of initial imperfections, which was not seen in previous test tasks – see Fig. 4, 5, 6.

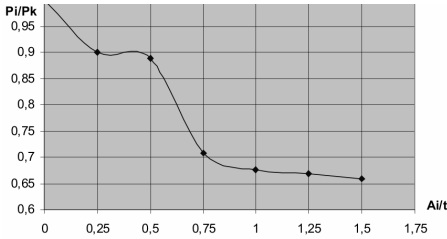


Fig. 8. The dependence of the critical force on the initial value imperfections in the general (15th) form of stability loss

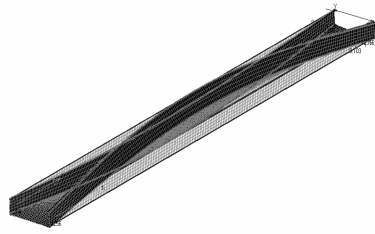


Fig. 9. The first form of stability loss of an ideal bar at eccentric compression:  $e=10$  mm та  $e=20$  mm

## Conclusions

1. Modeling imperfections in the form of general, local and torsional forms of stability loss differently affect the stability of the bars.
2. Imperfections in the form of general stability loss significantly reduce the critical load value compared to other simulated imperfections.
3. An increase in the amplitude of defects in the form of a total stability loss leads to a decrease in the magnitude of the critical force (with increasing amplitude, the critical force decreases).

## REFERENCES

1. *Vlasov V.Z.* Tonkostennyye uprugie sterzhni (Thin-walled elastic bars). - Moscow: Fizmatgiz, 1959. – 574 p.
2. *Raksha S.V.* Poterya kogerentnoy ustoychivosti i optimizatsiya vesa tonkostennykh sterzhney otkrytogo profilu (Coherent stability loss and weight optimization of thin-walled bars of an open profile). Dissertation for the degree of Doctor of Technical Sciences. Dnipro – 2003.
3. *Okhten I.O., Gotsulyak E.A., Lukianchenko O.O.* Doslidzhennia stiičnosti tonkostinnykh elementiv vidkrytoho profilu z urakhuvanniam pochatkovykh nedoskonalosti (Research of thin-walled elements firmness of an open profile taking into account initial imperfections) // Strength of Materials and Theory of Structures: The scientific and technical collected articles. - Issue. 82. - K.: KNUBA, 2008. - P. 131-136.
4. *Okhten I.O., Gotsulyak E.A., Lukianchenko O.O.* Doslidzhennia sumisnoho vplyvu pochatkovykh nedoskonalosti i ekstsentrysetu na stiičnost sterzhniv vidkrytoho profilu (Research of compatible influence of initial imperfections and eccentricity on firmness of an open profile cores) // Strength of Materials and Theory of Structures: The scientific and technical collected articles. - Issue. 83. - K.: KNUBA, 2009. - P. 126-132.
5. *Volmir A.S.* Ustoychivost deformyruemikh system (Stability of deformable systems). – Moscow: Nauka, 1967. – 984 p.
6. *Timoshenko S.P.* Ustoychivost sterzhnei, plastin i obolochek (Stability of bars, plates and shells). – Moscow: Nauka, 1971. – 807 p.
7. *Shimkovich D.G.* Raschet konstruktsiy v MSC/NASTRAN for Windows (Calculation of structures in MSC / NASTRAN for Windows). – M.: DMK Press, 2001.
8. *Lukianchenko O.O., Kostina O.V.* The finite Element Method in Problems of the Thin Shells Theory. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2019.

*Охтен І.О., Лук'янченко О.О.*

### **ДЕЯКІ АСПЕКТИ ВРАХУВАННЯ ПОЧАТКОВИХ НЕДОСКОНАЛОСТЕЙ У РОЗРАХУНКАХ СТІЙКОСТІ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ВІДКРИТОГО ПРОФІЛЮ**

У роботі досліджено вплив початкових недосконалостей форми на стійкість стержнів відкритого С-подібного профілю. Тестові задачі вирішувалися у програмному комплексі MSC Nastran, що базується на методі кінечних елементів. Геометричні недосконалості стержнів задані у формах: загальної втрати стійкості ідеального стержня, хвилеподібного випучування стінок та полиць, депланації стержня. Для моделювання недосконалостей використана програма, в якій для формування нових координат вузлів «деформованої» моделі стержня компоненти вектора подібного до форми втрати стійкості додаються до відповідних координат середньої поверхні стержня. Таки чином можна моделювати початкові недосконалості по формам втрати стійкості стержня з різними значеннями амплітуди та імпортувати отриману кінечно-елементну модель у розрахунковий комплекс. Описані дослідження стійкості стержнів з різними амплітудами недосконалостей форми та різними значеннями ексцентриситету прикладення сил виконані в лінійній і нелінійній постановках. На основі тестових задач зроблено висновок щодо впливу форми та амплітуди початкових недосконалостей на критичну силу. Визначено, що найбільший вплив мають недосконалості у формі загальної втрати стійкості. Для таких недосконалостей виявлено вплив амплітуди недосконалостей на величину критичної сили. Вплив амплітуди недосконалостей, що задані у формі хвилеподібного випучування стінок та у формі депланації, на величину критичної сили не значний.

**Ключові слова:** тонкостінні стержні, геометричні недосконалості, ексцентриситет, метод скінченних елементів, стійкість, критична сила.

*Okhten I.O., Lukianchenko O.O.*

### **SOME ASPECTS OF CONSIDERATION OF INITIAL IMPERFECTIONS IN THE CALCULATIONS OF STABILITY OF THIN-WALLED ELEMENTS OF OPEN PROFILE**

Performed analysis of the initial geometric imperfections influence on the stability of the open C-shaped bars. Test tasks were solved in MSC Nastran, which is based on the finite element method. Imperfections are given in different formulations: the general stability loss of an ideal bar, of wavy bulging of walls and shelves, of deplanation of a bar. To model imperfections, has been developed a program which for the formation of new coordinates of the nodes of the "deformed" model, the components of a vector similar to the form of stability loss are added to the corresponding coordinates of the middle surface of the bar. In this way, you can set initial imperfections in the forms of stability loss of the bar with different amplitude. Researches made with different values of the imperfection amplitude and eccentricity of applied efforts. All tasks are performed in linear and nonlinear staging. The conclusion is made regarding the influence of initial imperfections form and imperfection amplitude on the critical force in nonlinear calculations. It was found that the most affected are imperfections, which are given in the form of total loss of stability. It was revealed the influence of the imperfection amplitude on the magnitude of the critical force for such imperfections. The influence of imperfections amplitude given in the form of wavy bulging walls and in the form of deplanations is not affected on the value of the critical force.

**Keywords:** thin-walled bars, geometry imperfection, eccentricity, finite element method, stability, critical force.

УДК 539.3

*Охтен І.О., Лук'янченко О.О. Деякі аспекти врахування початкових недосконалостей у розрахунках стійкості тонкостінних елементів відкритого профілю // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К: КНУБА, 2021 – Вип. 106. – С. 122-128.*

*У роботі досліджено вплив початкових недосконалостей форми на стійкість стержнів відкритого С-подібного профілю. Геометричні недосконалості стержнів задані у формах: загальної втрати стійкості ідеального стержня, хвилеподібного випучування стінок та полиць, депланації стержня. Дослідження стійкості стержнів з різними амплітудами недосконалостей форми та ексцентриситету прикладення сил виконані в лінійній і нелінійній постановках.*

Іл. 9. Бібліогр. 8 назв.

UDC 539.3

*Okhten I.O., Lukianchenko O.O. Some aspects of consideration of initial imperfections in the calculations of stability of thin-walled elements of open profile // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 122-128.*

*Performed analysis of the initial geometric imperfections influence on the stability of the open C-shaped bars. Imperfections are given in different formulations: the general stability loss of an ideal bar, of wavy bulging of walls and shelves, of deplanation of a bar. Researches made in with different values of the imperfection amplitude and eccentricity of applied efforts. All tasks are performed in linear and nonlinear staging.*

Fig. 9. Ref. 8.

УДК 539.3

*Охтен И.А., Лукьянченко О.А. Некоторые аспекты учета начальных несовершенств в расчетах устойчивости тонкостенных элементов открытого профиля // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вип. 106. – С. 122-128.*

*В работе проведены исследования влияния начальных несовершенств формы на устойчивость стержней открытого С-образного профиля. Геометрические несовершенства заданы в разных формах: общей потере устойчивости идеального стержня, волнообразного выпучивания стенок и полок, депланации стержня. Исследования устойчивости стержней выполнены с разными значениями амплитуды несовершенств и эксцентриситета приложения усилий в линейной и нелинейной постановках.*

Ил. 9. Библиогр. 8 назв.

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** директор ТОВ «Проектна компанія «ФУТУРИСТА», ОХТЕНЬ Іван Олександрович.

**Адреса робоча:** 01001 Україна, м. Київ, провулок Рильський 10/3 Охтеню Івану Олександровичу.

**Робочий тел.:** +38(067) 785-01-01.

**Мобільний тел.:** +38(097) 640-82-82.

**E-mail:** iokhten@gmail.com

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ольга Олексіївна.

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ользі Олексіївні.

**Робочий тел.:** +38(044) 241-54-20.

**Мобільний тел.:** +38(095) 727-18-25.

**E-mail:** lukianchenko.oo@knuba.edu.ua, lukianch0907@meta.ua

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0003-1794-6030>



UDC 623.1/.7:007.52 (477)

**JUSTIFICATION OF THE REQUIREMENTS FOR THE  
CONSTRUCTION OF PROTECTIVE STRUCTURES BY MEANS  
UNDERGROUND WORKINGS IN AN EXPLOSIVE MANNER****V.I Kotsyuruba<sup>1</sup>,**

Doctor of Technical Science, Professor, Honored Inventor of Ukraine

**I.P. Datsenko<sup>1</sup>,**

candidate of Technical Science

**V.O. Dachkovsky<sup>1</sup>,**

candidate of Technical Science, Associate Professor

**M.Y. Tkach<sup>1</sup>,**

candidate of Technical Science

**O.L. Holda<sup>1</sup>,**

Candidate of military science, Associate Professor

**M.A. Holda<sup>1</sup>,****M.Y. Klontsak<sup>1</sup>,**

Candidate of military science

**A.V. Mykhailova<sup>2</sup>,**

candidate of Technical Science

<sup>1</sup>*National Defense University of Ukraine named after Ivan Chernyakhovsky,  
28, Povitroflotskiy avenu, Kyiv, Ukraine*

<sup>2</sup>*Institute of Public Administration and Research in Civil Protection, Kyiv, Ukraine*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.129-140

In the opposition of the people of Ukraine to the aggressive policy of the Russian Federation, the question of studying the experience of combat operations in the east of our state is relevant. Analysis of the losses suffered by the Armed Forces of Ukraine and the civilian population during the operation. The Joint Forces (anti-terrorist operation) in Donetsk and Luhansk region clearly point to the need to study the issue of creating safe shelters, especially for the civilian population with limited time and resources. This can be realized provided that explosive methods of underground construction are used alongside traditional earthworks.

The construction of such structures must be strong and have a sufficient internal volume and ensure the safety of the people there and allow the placement of various household and sanitary equipment.

Based on the above, it should be noted that the article considers the topical issue of arrangement of underground structures and shelters in one of the ways, namely explosive. The essence of the explosive method of arranging underground workings is that a well is arranged in the soil, in which the appropriate charge of the explosive is installed and detonation is carried out. Due to the explosion of the charge, a camouflet cavity is formed, which is used for the construction of an underground protective structure or its elements.

The use of this method can significantly reduce and sometimes completely eliminate time-consuming and unproductive work on the development and removal of soil from the slaughter. Accordingly, the conditions of camouflage of buildings are significantly improved and the terms of their construction are reduced.

The purpose of the article is to highlight the methodological approach to substantiate the requirements for the main indicators of construction of protective structures by arranging underground workings in an explosive manner.

The considered methodical approach can be used both at planning of actions for the fortification equipment of shelters for the civilian population and during carrying out scientific researches for the purpose of substantiation of requirements to the basic indicators of construction of protective constructions by arrangement of underground workings by explosive way. As a direction of further research in the subject area is the improvement of scientific and methodological approach to the calculation of a multilayer underground protective structure.

**Key words:** construction, civilian population, earthworks, blasting, dynamic loading, shock wave, soil, camouflet, deep charge, calculation methods, safety, optimization.

**Introduction.** The problematic issue in the field of civil protection and engineering support for the preservation of human life and health is relevant [1-3] in conditions of active hostilities in areas of armed conflict.

The solution to this issue becomes possible thanks to the skilful combination of the protective properties of the terrain with the construction of defensive fortifications, mainly underground. Most of the problematic issues of survivability under such conditions require in-depth study.

Fortification equipment (FE) of defensive line systems, areas and positions of troops in the formation of defense is one of the most important tasks. At the same time, the role and significance of FE in modern conditions is growing significantly. This is due to the discrepancy between the spatial scope of the conduct of hostilities and the existing forces taking part in them, as well as the discrepancy between the scope of tasks for the construction of protective structures and the capabilities of troops to create it.

Analysis of the research and publications showed [4-5] that the sufficient attention was paid to the issues of FE and especially to the protective properties of fortifications buildings. At the same time, the issue of protective properties of the structural elements of protective structures, as well as the technology of their construction currently need additional study. There are methods of substantiation of requirements to the specified constructions which are considered in some scientific works [6-7], but the results obtained differ in objectivity and reliability from the generally accepted ones. At the same time, the issue of construction of the protective structures in promising ways, namely the explosive method, is not fully investigated and not to highlight enough. Thus, there is a need in the theory of engineering support, on substantiation of requirements to processes of arrangement of underground workings by explosive way. Given the above, the purpose of the article is to highlight the methodological approach to justify the requirements for the main indicators of construction of protective structures by arranging underground workings in an explosive manner.

**The main material of the article.** During the detonation of explosive located in the soil (rock), funnels are not always formed on the soil surface. The minimum depth of the charge, at which the funnel is not formed on the free surface, but only some swelling of the soil (rock), is called the critical depth.

The charge that laid at the critical depth  $h_{\text{крит}}$  is called *the maximum charge of loosening* or the *largest camouflet*. Charges are located at the depths that

exceed the critical depth are called *camouflet*. The mass of the maximum charges of loosening (the largest *camouflet*) is determined if the explosion indicator  $n = 0$ .

These zones in the case of concentrated charges have the shape of a sphere, and in the case of elongated charges - the shape of an ellipsoid. The mechanical action of the *camouflet* explosion (Fig. 1) is shown:

in the formation of a cavity (void) or *zone of displacement* of the soil (rock);

in crushing (destruction) of soil (rock) with a violation of the connection of particles within a certain zone, which is called the *zone of destruction*;

in the shaking of the soil (rock) with the destruction or damage of structures located in it within a zone called the *zone of dangerous shaking*.

The radius of the zone of displacement of the soil (rock), which is formed by the explosion of *camouflet*  $R_v$  (in meters), is determined by the formula:

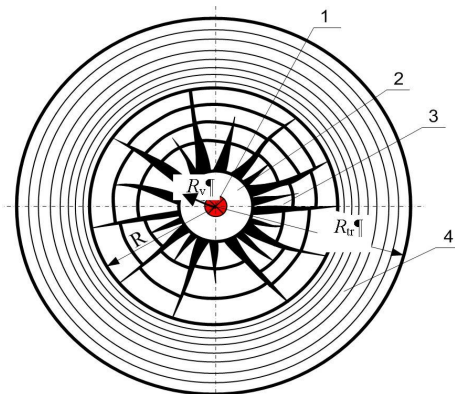


Fig. 1. Scheme of mechanical action of *camouflet* explosion: 1 – charge; 2 – zone of displacement; 3 – zone of destruction; 4 – zone of dangerous shaking

$$R_v = mr_0, \quad (1)$$

where  $m$  is the coefficient that depends on the properties of the explosive and the shape of the charge (determined from Table 1);  $r_0$  is the radius of charge in meters.

The charge radius  $r_0$  is calculated by the formula:

$$r_0 = \sqrt[3]{\frac{C_z}{18,7}}; \quad (2)$$

for elongated charges:

$$r_0 = \sqrt{\frac{C_p}{70}}. \quad (3)$$

The radius of the soil destruction zone  $R$  (in meters), which is formed during the explosion of the *camouflet*, is determined by the formula:

$$R = 1,13 \sqrt[3]{\frac{C_z}{K}}; \quad (4)$$

for elongated charges:

$$R = 1,2 \sqrt{\frac{C_p}{K}}. \quad (5)$$

The value of the radius of the dangerous shaking zone  $R_{tr}$  depends on the weight of the charge  $C_{z(p)}$ , which is detonated, on the characteristics of the soil (rock)  $K$  and on the strength of the structure located in it, for which this value must be determined.

Table 1

The value of the coefficient  $m$  (of explosive of normal power\*)

Name of soils and rocks	Value $m$	
	for concentrated charges	for elongated charges
Plastic clay	11,2–12,9	37,5–46,0
Ordinary clay	6,4–9,8	16,3–30,8
Soft marl	5,4–7,6	12,5–20,6
Scrap clay dark blue; sandy clay; heavy loam	4,8–6,6	10,4–17,1
Soft chalk, coquina	3,8–4,6	7,4–10,0
Marl of medium strength; marl dolomite; soft chalk-stone and high density	1,8–3,2	2,4–5,6
Fine-grained gypsum; strong shales; high density granite; limestone of medium density	1,8–2,9	2,4–4,9
Medium density granite; dense quartzites; dense limestone; sandstone; dolomite	1,6–2,5	2–4
Marble; strong limestones; dense granite; fine-grained gypsum; strong dolomite	1–2	1–3

\* for ammonites, the value of  $m$  decreases by 10%, and for ammonium nitrate and dynamos - by 15%.

The meaning of the explosive method of arranging underground workings is as follows. The well is arranged in the soil, in which the corresponding explosive charge is installed along the axis of the planned work and the wellhead is plugged with material (eg soil). Due to the explosion of the explosive charge, a camouflet cavity is formed, which is used for the construction of an underground protective structure or its elements.

The use of this method can significantly reduce and sometimes completely eliminate time-consuming and unproductive work on the development and removal of soil from the slaughter. Accordingly, the conditions of camouflet of buildings are significantly improved and the terms of their construction are reduced.

The disadvantages of this method include the presence in the camouflet cavities and the surrounding soil of harmful gases containing the products of the explosion. Ventilation of such cavities requires additional resources and time.

It should be noted that the main conditions for the application of this method are:

the presence of cohesive, stable and at the same time porous soils (clay, loam, etc.);

appropriate linear planning of the building;

availability of drilling wells.

Two the best common schemes for creating underground camouflet workers are known: due to the explosion of an elongated explosive charge or an explosive chain of concentrated explosive charges located along the axis of the workers at a certain distance from each other [6]. However, studies of practical experience of fortification equipment using an explosive method of soil development have confirmed the working hypothesis of sufficient efficiency of the combined scheme of formation of underground camouflet excavations by explosive method (Fig. 2).

The technology of formation of underground camouflet workings by explosive method may include [7] the following technological processes:

- well formation;
- fabrication and supply of explosive charge to the well;
- preparation of an explosive network (for example: electric networks);
- plugging wells with driving material;
- activation of the explosive network and explosion of charges;
- opening, airing and inspection of camouflet workings;
- penetration and strengthening of workings for an entrance;
- completion of camouflet cavities to the required profile, installation of excavation and removal of excess soil.

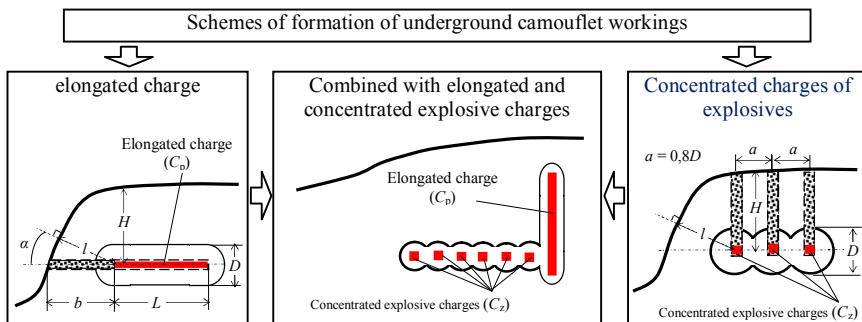


Fig. 2. Options for erection of protective structures according to different schemes by arrangement of underground camouflet workings by explosive method.

At the same time the necessary preparatory and auxiliary works are performed.

Each of these processes is characterized by heterogeneous parameters (time, labor costs, cost, probability, cost in terms of charges, detonators and other material means, etc.).

Consider the sequence of calculation of the cost of explosives for blasting in soils of different categories required for the formation of underground camouflet excavations.

The required mass of the elongated explosive charge ( $C_p$ , kg) to obtain the desired diameter of the camouflet cavity ( $D$ , m) depends on the depth of the

explosive charge, the properties of explosives and soil. The mass of explosives per 1 running meter of elongated charge is determined by empirical formula

$$C_p = 0,25K_h K_{vr} K_{gr} D^2, \quad (6)$$

where  $K_h$  is coefficient that takes into account the degree of deepening of the explosive charge in the soil;  $K_{vr}$  is coefficient that characterizing the properties of explosive (for calculations taken for TNT equal to 4.1);  $K_{gr}$  is coefficient that characterizes the properties of the soil;  $D$  - the required diameter of the camouflet cavity, m.

The value of the coefficient  $K_h$  is taken equal to the value of the established linear dependence on the depth of the explosive charge in the soil, which is presented in table 2.

The value of the coefficient  $K_{gr}$  that characterizes the properties of the soil according to [8] takes values from 0,6 to 2,4. More precisely, the value of this coefficient can be determined on the basis of experimental studies according to one - two test explosions of elongated explosive charge.

Table 2

Dependence of the coefficient  $K_h$  value on the depth of the explosive charge in the soil

Deepening of the explosive charge center ( $H, m$ )	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_h$	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8

The amount of clogging of the explosive charge in any case must be not less than 3.5 of the diameter of the production to ensure the conditions of formation of the camouflet cavity.

Taking into account the inclination of the axis of production to the daily surface, the amount of plugging is advisable to calculate

$$l_z = K_y D, \quad (7)$$

where  $K_y$  is the coefficient depending on the angle of inclination (Fig. 3);  $D$  – the required diameter of the camouflet cavity, m.

The mass of the explosive of the concentrated charge of the explosive is proposed to be defined as

$$C_z = \frac{1}{6} K_h K_{vr} K_{gr} D^3, \quad (6)$$

where  $K_h$  is the coefficient that takes into account the degree of deepening of the explosive charge in the soil;  $K_{vr}$  is coefficient that characterizing the properties of explosive;  $K_{gr}$  is coefficient that characterizes the properties of the soil;  $D$  is the required diameter of the camouflet cavity, m.

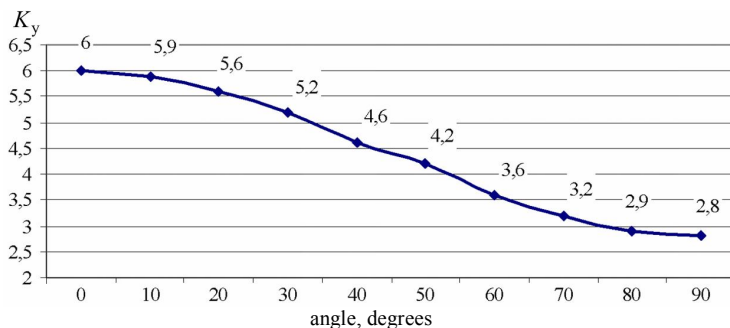


Fig. 3. The dependence of the coefficient  $K_y$  on the angle of the axis of production to the day surface

To arrange explosive cavities in the soil drill a vertical well (the depth of the well should be greater than the diameter of 100-120 times), the depth  $H$  and the diameter  $d$ , which is determined by the formulas

$$H = h + D, \quad (7)$$

$$d = 1,25 \frac{D}{m} + 0,01, \quad (8)$$

where  $H$  is well depth, m;  $d$  – well diameter in meters;  $D$  – the diameter of the required cavity (wells), m;  $h$  – the required thickness of the protective layer of soil, m;  $m$  – coefficient that depends on the properties of the soil (determined by table 1).

Depending on the mass of the chain of concentrated explosive charges, their minimum depth is defined as

$$H_{\min} = \frac{1}{10} K_n K_{vr} K_{gr} \sqrt[3]{C_z}, \quad (9)$$

where  $K_n$  is the coefficient that takes into account the number of explosive charges (Fig. 4);  $K_{vr}$  is the coefficient that characterizing the properties of explosive;  $K_{gr}$  is the coefficient that characterizes the properties of the soil;  $C_z$  is mass of one explosive charge, kg.

It should be noted that the dependences shown in Figures 3 and 4 are established on the basis of a number of experimental studies and fairly accurately reflect the studied process. The permissible error in the results of calculations using the proposed methodological approach does not exceed 5%.

It is advisable to remove the concentrated charges of explosives are considered equal

$$a = 0,8D. \quad (10)$$

Then the required number of concentrated explosive charges can be calculated by expression

$$n = L/a, \quad (11)$$

where  $L$  is the required length of the camouflet cavity, m.

The number of charges is rounded to a larger value.

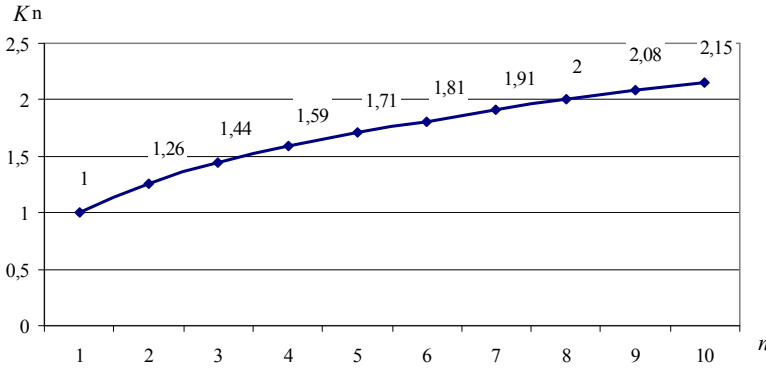


Fig. 4. Dependence of the coefficient  $K_n$  on the number of explosive charges

Here is an example of calculations using the proposed methodological approach. As initial data we will accept the following. It is necessary to substantiate the parameters of the explosive arrangement of the camouflet cavity in the soil with concentrated explosive charges with a length of 6 m and in diameter  $D=2$  m. The required thickness of the protective layer of the soil  $h=3$  m, the coefficient of the soil  $K_{gr}=1,5$ .

The depth of the well is determined by the formula (7)

$$H = 3 + 2 = 5 \text{ m.}$$

In Table 2 we determine the value of the depth factor  $K_h=1,8$ . By formula (6) we calculate the mass of explosives of one concentrated explosive charge

$$C_z = \frac{1}{6} 1,8 \cdot 4,1 \cdot 1,5 \cdot 2^3 = 14,76 \approx 15 \text{ kg.}$$

The distance between adjacent charges is calculated by formula (10):

$$a = 0,8 \cdot 2 = 1,6 \text{ m.}$$

The required number of concentrated explosive charges is calculated by formula (11):

$$n = \frac{6}{1,6} = 3,75 \approx 4.$$

The required diameter of the well is calculated by formula (8):

$$d = 1,25 \cdot \frac{2}{8} + 0,01 = 0,32 \text{ m.}$$

Calculate the minimum depth of the chain of concentrated explosive charges by formula (9):

$$H_{\min} = \frac{1}{10} 1,29 \cdot 4,1 \cdot 1,5 \cdot \sqrt[3]{15} = 1,95 \text{ m.}$$



Based on the fact that  $H > H_{\min}$ , the rate of action of the explosion  $n = 0$ , that indicates compliance with the conditions of formation of the camouflet cavity.

Additionally, according to formulas (1) - (5), the parameters of the zones of displacement, destruction and dangerous shaking, which are shown in Fig. 1, can be substantiated.

Thus, the methodological approach considered in the article can be used both when planning activities with FE and in the course of research to substantiate the requirements for the main indicators of construction of protective structures by arranging underground workings in an explosive manner. As a direction of further research in the subject area is the improvement of scientific and methodological approach to the calculation of a multilayer underground protective structure.

#### REFERENCES

1. Metodichni rekomendatsii z inzhenerneho obladnannia raioniv oborony (opornykh punktiv ta pozytsii), bazovykh taboriv, blokpostiv (Methodical recommendations on engineering equipment of defense areas (bases and positions), base camps, checkpoints). – Kyiv, 2018. – S. 221. (in Ukrainian)
2. *Nabiullin M. I.* Matematicheskaya model' rascheta amplitudy izbytochnogo davleniya na fronte vozduшной udarnoy volny (Mathematical model for calculating the amplitude of excess pressure at the front of an air shock wave) / M. I. Nabiullin, A. V. Guseva, D. YU. Verin, S. A. Vilokhin // Vestnik tekhnologicheskogo universiteta. 2017. T.20, №3 – S. 141-144. (in Russian)
3. *Tuzikov S.A.* Analiz vymoh do zakhysnykh sporud tsyvilnoho zakhystu i metodolohichni pidkhody do yikh klasyfikatsiyi (Analysis of requirements for protective structures of civil defense and methodological approaches to their classification) / S.A. Tuzikov, S.O. Kovzhoha, YE.V. Karmannyi, A.F. Lazutskyy, A.V. Pysaryev // Zbirnyk naukovykh prats KHUPS. – 2013. – №1(34). – S. 186-189. (in Ukrainian)
4. *Vasylchenko O.V.* Budivelni konstrukttsiyi ta yikh povedinka v umovakh nadzvychaynykh sytuatsiy: Navchalnyy posibnyk (Building structures and their behavior in emergency situations: a textbook) / O.V. Vasylchenko, YU.V. Kvitkovskyy, O.V. Myrhorod, O.A. Stelmakh. – Kharkiv: KHNADU, 2015. – 488s. (in Ukrainian)
5. *Kobylkin I.F.* Udarnyye i detonatsionnyye volny: Metody issledovaniya (Shock and Detonation Waves: Research Methods) / [I.F. Kobylkin, V.V. Selivanov, V.S. Solov'yev, N.N. Sysoyev]. – M.: Fizmatlit, 2004. – 375s. (in Russian).
6. *Ananich S.A.* Fortifikatsiya: uchebnyk (Fortification: textbook) / S.A. Ananich, P.K. Buznik, A.I. Sukharev. – Moskva, 1964. – 446 s.
7. *E'pov B.A.* Osnovy' vzry'vnogo dela (Blasting Basics). – Moskva: Voenizdat, 1974. – 222 s.

*Стаття надійшла 07.04.2021*

*Коцюрuba B.I., Даценко I.П., Дачковський B.O., Ткач M.Я., Голда O.Л., Голда M.A., Клонцак M.Я., Михайлоa A.B.*

#### **ОБІРУНТУВАННЯ ВИМОГ ЩОДО ЗВЕДЕННЯ ЗАХИСНИХ СПОРУД ШЛЯХОМ УЛАШТУВАННЯ ПІДЗЕМНИХ ВИРОБІТОК ВИБУХОВИМ СПОСОБОМ**

У протистоянні народу України агресивній політиці Російської Федерації є актуальним питання вивчення досвіду бойових дій на сході нашої держави. Аналіз втрат, яких зазнали Збройні Сили України та мирне населення, за час ведення операції Об'єднаних сил (антитерористичної операції) на території Донецької та Луганської областей чітко вказують на необхідність вивчення питання щодо створення безпечних укриттів в першу чергу для

цивільного населення при обмежені часу та ресурсів. Це можливо реалізувати при умові застосування на ряду з традиційними землерийними роботами вибухових способів улаштування підземних споруд.

Конструкція таких споруд повинна бути міцною і мати достатній внутрішній об'єм та забезпечувати безпеку людей що там знаходяться і дозволяти розміщення різноманітного побутове та санітарного обладнання.

Виходячи з вищезазначеного слід відмітити що в статті розглянуто актуальне питання улаштування підземних споруд та укриттів одним із способів, а саме вибуховим. Сутність вибухового способу улаштування підземних виробіток полягає втому що в ґрунті влаштовується свердловина, у яку встановлюється відповідний заряд вибухової речовини та здійснюється підрив. За рахунок вибуху заряду утворюється камуфлетна порожнина, що використовується для зведення підземної захисної споруди або її елементів.

Використання такого способу дозволяє значно понизити, а іноді й повністю виключити трудомісткі та непродуктивні роботи щодо розробки та видалення ґрунту із забою. Відповідно значно покращуються умови маскування споруд та скорочуються терміни їх зведення.

Метою статті є висвітлення методичного підходу щодо обґрунтування вимог до основних показників зведення захисних споруд шляхом улаштування підземних виробіток вибуховим способом.

Розглянутий методичний підхід може бути використаний як під час планування заходів з фортифікаційного обладнання укриттів для цивільного населення так і у ході проведення наукових досліджень з метою обґрунтування вимог до основних показників зведення захисних споруд шляхом улаштування підземних виробіток вибуховим способом. Як напрямок подальших досліджень у предметній галузі є удосконалення науково-методичного підходу щодо розрахунку багатощарової підземної захисної споруди.

**Ключові слова:** споруда, цивільне населення, землерийні роботи, вибуховий спосіб, динамічне навантаження, ударна хвиля, ґрунт, камуфлет, заглиблений заряд, розрахункові методи, безпека, оптимізація.

*Kotsiuruba V.I., Datsenko I.P., Dachkovsky V.O., Tkach M.Y., Holda O.L., Holda M.A., Klontsak M.Y., Mykhailova A.V.*

#### **JUSTIFICATION OF THE REQUIREMENTS FOR THE CONSTRUCTION OF PROTECTIVE STRUCTURES BY MEANS UNDERGROUND WORKINGS IN AN EXPLOSIVE MANNER**

In the opposition of the people of Ukraine to the aggressive policy of the Russian Federation, the question of studying the experience of combat operations in the east of our state is relevant. Analysis of the losses suffered by the Armed Forces of Ukraine and the civilian population during the operation. The Joint Forces (anti-terrorist operation) in Donetsk and Luhansk region clearly point to the need to study the issue of creating safe shelters, especially for the civilian population with limited time and resources. This can be realized provided that explosive methods of underground construction are used alongside traditional earthworks.

The construction of such structures must be strong and have a sufficient internal volume and ensure the safety of the people there and allow the placement of various household and sanitary equipment.

Based on the above, it should be noted that the article considers the topical issue of arrangement of underground structures and shelters in one of the ways, namely explosive. The essence of the explosive method of arranging underground workings is that a well is arranged in the soil, in which the appropriate charge of the explosive is installed and detonation is carried out. Due to the explosion of the charge, a camouflet cavity is formed, which is used for the construction of an underground protective structure or its elements.

The use of this method can significantly reduce and sometimes completely eliminate time-consuming and unproductive work on the development and removal of soil from the slaughter. Accordingly, the conditions of camouflage of buildings are significantly improved and the terms of their construction are reduced.

The purpose of the article is to highlight the methodological approach to substantiate the requirements for the main indicators of construction of protective structures by arranging underground workings in an explosive manner.

The considered methodical approach can be used both at planning of actions for the fortification equipment of shelters for the civilian population and during carrying out scientific researches for the purpose of substantiation of requirements to the basic indicators of construction of protective constructions by arrangement of underground workings by explosive way. As a direction of further research in the subject area is the improvement of scientific and methodological approach to the calculation of a multilayer underground protective structure.

**Key words:** construction, civilian population, earthworks, blasting, dynamic loading, shock wave, soil, camouflet, deep charge, calculation methods, safety, optimization.

УДК 623.1/.7:007.52 (477)

Коцюрuba В.І., Даценко І.П., Дачковський В.О., Ткач М.Я., Голда О.Л., Голда М.А., Клонцак М.Я., Михайлоа А.В. **Обґрунтування вимог щодо зведення захисних споруд шляхом улаштування підземних виробіток вибуховим способом** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 129-140.

*У статті висвітлюється методичний підхід щодо обґрунтування вимог до основних показників зведення захисних споруд шляхом улаштування підземних виробіток вибуховим способом.*

Бібл. 12, рис. 4, табл. 2.

UDC 623.1/.7:007.52 (477)

Kotsiuruba V.I., Datsenko I.P., Dachkovsky V.O., Tkach M.Y., Holda O.L., Holda M.A., Klontsak M.Y., Mykhailova A.V. **Justification of the requirements for the construction of protective structures by means underground workings in an explosive manner** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 129-140.

*The article highlights the methodological approach to substantiate the requirements for the main indicators of construction of protective structures by arranging underground workings in an explosive manner.*

Ref. 12, Fig. 4, Tabl. 2.

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор кафедри оперативного та бойового забезпечення Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, КОЦЮРУБА Володимир Іванович

**Адреса робоча:** 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського.

**Робочий тел.:** +38 044 271-08-68, факс +38 044 271-06-97 03680

**Мобільний тел.:** +38(050) 833-31-90,

**E-mail:** kotcuru@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-6565-9576>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, докторант Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, ДАЦЕНКО Іван Петрович

**Адреса робоча:** 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського

**Робочий тел.:** +38 044 271-08-68, факс +38 044 271-06-97 03680

**Мобільний тел.:** +38(093) 475-31-67

**E-mail:** docik\_ivan@i.ua

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-0047-413X>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри технічного забезпечення Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, ДАЧКОВСЬКИЙ Володимир Олександрович  
**Адреса робоча:** 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського.  
**Робочий тел.:** +38 044 271-06-97, факс +38 044 271-06-97 03680  
**Мобільний тел.:** +38(067) 422-21-75,  
**E-mail:** 1903vova@ukr.net  
**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-1480-5021>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, Начальник кафедри оборонного менеджменту Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, ТКАЧ Микола Ярославович  
**Адреса робоча:** 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського.  
**Робочий тел.:** +38 044 271-06-97, факс +38 044 271-06-97 03680  
**Мобільний тел.:** +38(063) 717-28-38,  
**E-mail:** nyck1985@ukr.net  
**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-8832-1268>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат військових наук, доцент кафедри сухопутних військ Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, Голда Олександр Леонідович  
**Адреса робоча:** 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського  
**Мобільний тел.:** +38(098) 406-27-26  
**E-mail:** rainbow15@i.ua  
**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-2050-3428>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** науковий співробітник науково-методичного центру організації освітньої діяльності Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, Голда Марина Анатоліївна  
**Адреса робоча:** 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського  
**Мобільний телефон:** +38(097)862-25-08  
**E-mail:** rainbow15@i.ua  
**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-6299-6446>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада) :** кандидат військових наук, професор кафедри військової підготовки Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, КЛЮНЦАК Микола Ярославович.  
**Адреса робоча:** 03049, м. Київ, Повітрофлотський проспект 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського.  
**Робочий тел.:** +38044-271-09-72, факс +38044-271-06-97.  
**Мобільний тел.:** +38(067)-866-03-59.  
**E-mail:** 0678660359@ukr.net  
**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-2848-2665>

**Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, старший науковий співробітник науково-організаційного відділу Інституту державного управління та наукових досліджень з цивільного захисту, МИХАЙЛОВА Альона Вікторівна  
**Адреса робоча:** 04074, м. Київ, вул. Вишгородська 21, Інститут державного управління та наукових досліджень з цивільного захисту  
**Робочий тел.:** +38 (044) 430-06-15  
**Мобільний тел.:** +38 (097) 253-72-42  
**E-mail:** mihajlova-a-v@ukr.net  
**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-9440-4417>

UDC 693.546

## IMPACT OF CRANKS DISPLACEMENT ANGLE ON THE MOTION NON-UNIFORMITY OF ROLLER FORMING UNIT WITH ENERGY-BALANCED DRIVE

**V. S. Loveikin<sup>1</sup>,**

Doctor of Technical Science, Professor

**K. I. Pochka<sup>2</sup>,**

Doctor of Technical Science, Associate Professor

**M. O. Prystailo<sup>2</sup>,**

Candidate of Science (Engineering), Associate Professor

**M. M. Balaka<sup>2</sup>,**

Candidate of Science (Engineering)

**O. B. Pochka<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine  
15, Heroiv Oborony St., Kyiv, Ukraine, 03041*

<sup>2</sup>*Kyiv National University of Construction and Architecture  
31, Povitroflotsky Ave., Kyiv, Ukraine, 03037*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.141-155

The impact of cranks displacement angle on the motion non-uniformity is determined for a roller forming unit with an energy-balanced drive mechanism. At the same time, the roller forming unit is presented by a dynamic model with one freedom degree, for which the differential equation of motion is write down. As a result of solving the differential equation, it has been obtained that the change function of the crank angular velocity from start-up moment and during steady motion mode. After that, we calculated the time corresponding to the angular velocity value, and obtained the change function of the crank angular acceleration from start-up moment and during steady motion mode. The motion non-uniformity of the roller forming unit has been determined by the motion non-uniformity factor, the motion dynamism factor and the extended factor of motion assessment during steady motion mode. The impact of drive cranks displacement angle on the motion non-uniformity has been traced, as a result, the specified factors have the minimum values at cranks displacement on the angle  $\Delta\varphi=60^\circ$ .

**Keywords:** roller forming unit, drive mechanism, displacement, angular velocity, acceleration, non-uniformity.

### Introduction

In the existing units for surface compacting of products from building mixtures the slider-crank or hydraulic drive at reciprocating motion of the forming trolley with the compaction rollers is used [1–4]. During continuous start-stop modes, considerable dynamic loads appear both in the drive mechanism and forming trolley elements, which may lead to the premature failure of the unit.

### Analysis of publications

In the existing theoretical and experimental studies of roller forming units designed for forming products from building mixtures, their design parameters

and productivity are substantiated [1–4]. At the same time, insufficient attention is paid to the study of the existing dynamic loads [5–14] and motion modes [15, 16], which greatly impact both the operation of the unit and the quality of the finished products. Therefore, the task of studying the motion non-uniformity of roller forming units is actual. In [16], the motion non-uniformity of a roller forming unit with an energy-balanced drive mechanism for three forming trolleys was investigated, however, the impact of cranks displacement angle on the motion non-uniformity was not taken into account.

### **Purpose of the paper**

The purpose of this paper is to research the impact of cranks displacement angle on the motion non-uniformity of the roller forming unit with energy-balanced drive mechanism.

### **Research results**

In order to reduce energy consumption in roller forming machines, a design of the roller forming unit [17, 18] was proposed to provide the compaction of products from building mixtures on a single technological line. It consists of three forming trolleys, located parallel to each other on one side of the drive shaft, which are set in reciprocating motion from the one drive. It is composed of three slider-crank mechanisms, whose cranks are rigidly fixed on one drive shaft and shifted to each other at the angle  $\Delta\varphi = 120^\circ$  (Fig. 1 (a)). Each of the forming trolleys 1, 2 and 3 is mounted on the gantry 11 and performs reciprocating motion in the guide rails 12 over the cavity of the form 13. The forming trolley 1 consists of the feeding hopper 14 and coaxial sections of the compaction rollers 15. The other two trolleys have the same design. The trolleys 1, 2 and 3 with distributive hoppers are set into reciprocating motion by a drive made in the form of three slider-crank mechanisms, whose cranks 7, 8 and 9 are rigidly fixed on one drive shaft 10 and shifted to each other at the angle  $\Delta\varphi = 120^\circ$ . The connecting rods 4, 5 and 6 are hinged to the forming trolleys 1, 2 and 3, while their other ends are connected to the cranks 7, 8 and 9. Such a design of the roller forming unit makes it possible to reduce the dynamic loads in the drive elements, extra devastating loads on the frame structure and, accordingly, to increase the unit durability as a whole. Fig. 1, b shows a kinematic scheme of the roller forming unit with energy-balanced drive for compacting reinforced concrete products on a single technological line.

In such units there is a certain motion non-uniformity of the forming trolleys during the compaction process of the building mixture, leading to reduce of product quality and arise of significant dynamic loads on the drive and unit structural elements.

The motion non-uniformity in the first approximation can be determined for the roller forming unit by the presented dynamic model with one freedom degree, where the extended coordinate is taken as the angular coordinate of the crank rotation.

For this model, we wrote down the differential equation of motion

$$J_{dr}(\varphi) \cdot \omega \cdot \frac{d\omega}{d\varphi} + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dJ_{dr}(\varphi)}{d\varphi} = M_{dr}(\omega) - M_{res}(\varphi), \quad (1)$$

where  $\varphi$ ,  $\omega$  – angular coordinate and the crank speed;  $J_{dr}(\varphi)$  – inertia moment, reduced to the crank rotation axis;  $M_{dr}(\omega)$  – driving moment on the driving electric motor shaft, reduced to the crank rotation axis;  $M_{res}(\varphi)$  – moment of all acting external forces, reduced to the crank rotation axis, taken into account the resistance force to the shift of the forming trolleys and the gravity force of the connecting rods.

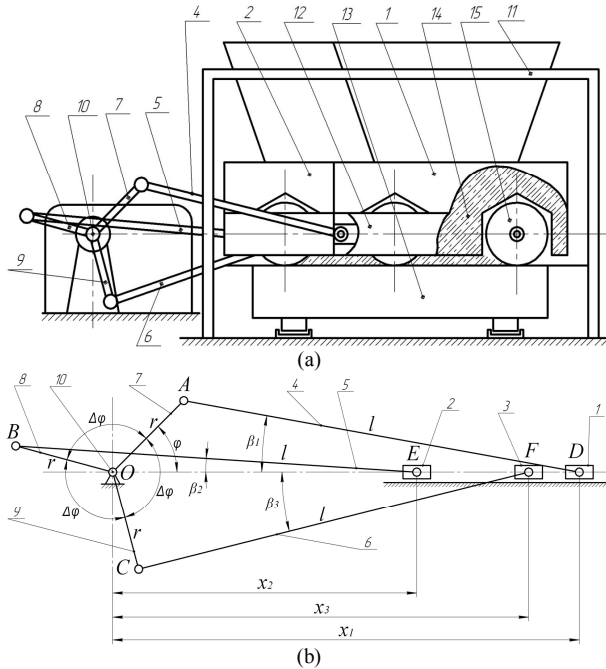


Fig. 1. Roller forming unit with an energy-balanced drive (a) and its kinematic scheme (b)

The equation (1) is a nonlinear first-order equation that cannot be analytically integrated. Therefore, the numerical method proposed by Professor Baranov was used to solve it [19]. According to this method, the equation (1) will have the look

$$2J_{dr}(\varphi) \cdot d\omega + \omega \cdot dJ_{dr}(\varphi) = 2 \frac{M_{dr}(\omega) - M_{res}(\varphi)}{\omega} \cdot d\varphi. \quad (2)$$

Having replaced in the equation (2):  $d\varphi \approx \Delta\varphi$  – integration step;  $dJ_{dr} \approx J_{dr(i+1)} - J_{dr(i)}$ ;  $d\omega = \omega_{i+1} - \omega_i$ ;  $\Delta\varphi = \varphi_{i+1} - \varphi_i$ ; we obtain

$$2 \cdot J_{dr(i)} \cdot (\omega_{i+1} - \omega_i) + \omega_i \cdot (J_{dr(i+1)} - J_{dr(i)}) = 2 \cdot \frac{M_{dr}(\omega_i) - M_{res}(\varphi_i)}{\omega_i}, \quad (3)$$

where  $\varphi_i$ ,  $\omega_i$ ,  $J_{dr(i)}$ ,  $M_{dr}(\omega_i)$ ,  $M_{res}(\varphi_i)$  – accordingly angular coordinate of the crank, angular velocity of the crank, inertia moment, driving moment and resistance forces moment, reduced to the crank rotation axis in position  $i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ );  $n$  – number of settlement points;  $\varphi_{i+1}$ ,  $\omega_{i+1}$ ,  $J_{dr(i+1)}$  – accordingly angular coordinate, speed and inertia moment of the mechanism, reduced to the crank rotation axis in position  $i+1$ .

Having solved equation (3) with respect to  $\omega_{i+1}$ , we obtain

$$\omega_{i+1} = \frac{[M_{dr}(\omega_i) - M_{res}(\varphi_i)] \Delta\varphi + \frac{(3J_{dr(i)} - J_{dr(i+1)})}{2J_{dr(i)}} \omega_i}{J_{dr(i)} \cdot \omega_i}. \quad (4)$$

To solve equation (4), all necessary characteristics of the roller forming unit were found.

The resistance forces moment, reduced to the crank rotation axis,  $M_{res} = M_{res}(\varphi)$  is determined by the dependence

$$M_{res} = F_0 \cdot \frac{\partial x_1}{\partial \varphi} + F_0 \cdot \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} + F_0 \cdot \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} + G_4 \cdot \frac{\partial y_{s4}}{\partial \varphi} + G_5 \cdot \frac{\partial y_{s5}}{\partial \varphi} + G_6 \cdot \frac{\partial y_{s6}}{\partial \varphi}, \quad (5)$$

where  $\frac{\partial x_1}{\partial \varphi}$ ,  $\frac{\partial x_2}{\partial \varphi}$ ,  $\frac{\partial x_3}{\partial \varphi}$ ,  $\frac{\partial y_{s4}}{\partial \varphi}$ ,  $\frac{\partial y_{s5}}{\partial \varphi}$ ,  $\frac{\partial y_{s6}}{\partial \varphi}$  – first transfer functions of the trolleys masses centers 1, 2 and 3, and the vertical components for first transfer functions of the connecting rods masses centers 4, 5 and 6 (Fig. 1), which are defined as follows

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_1}{\partial \varphi} &= -r \cdot \sin \varphi \cdot \left( 1 + \frac{r}{l} \cdot \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - (r^2/l^2) \cdot \sin^2 \varphi}} \right), \\ \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} &= -r \cdot \sin(\varphi + \Delta\varphi) \cdot \left( 1 + \frac{r}{l} \cdot \frac{\cos(\varphi + \Delta\varphi)}{\sqrt{1 - (r^2/l^2) \cdot \sin^2(\varphi + \Delta\varphi)}} \right), \\ \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} &= -r \sin(\varphi + 2\Delta\varphi) \cdot \left( 1 + \frac{r}{l} \cdot \frac{\cos(\varphi + 2\Delta\varphi)}{\sqrt{1 - (r^2/l^2) \cdot \sin^2(\varphi + 2\Delta\varphi)}} \right), \\ \frac{\partial y_{s4}}{\partial \varphi} &= \frac{r}{2} \cdot \cos \varphi, \quad \frac{\partial y_{s5}}{\partial \varphi} = \frac{r}{2} \cdot \cos(\varphi + \Delta\varphi), \quad \frac{\partial y_{s6}}{\partial \varphi} = \frac{r}{2} \cdot \cos(\varphi + 2\Delta\varphi). \quad (6) \end{aligned}$$

Here  $r$  – crank radius;  $l$  – length of connecting rods;  $F_0$  – resistance force to the shift of the forming trolley, which is determined by the method described in [4];  $G_4 = G_5 = G_6 = l \cdot q \cdot g$  – gravity of connecting rods 4, 5 and 6;  $q$  – length mass of the connecting rod;  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  – free fall acceleration;  $\Delta\varphi$  – crank displacement angle.

For the roller forming unit with the parameters ( $r = 0,2 \text{ m}$ ,  $l = 0,8 \text{ m}$ ,  $q = 80 \text{ kg/m}$ ) the resistance force [4]  $F_0 = 3562 \text{ N}$ , that required to move the



forming trolley with two  $R = 0,11$  m compaction rollers, was determined for the formation of products with the following characteristics: product height  $h_0 = 0,22$  m, product width  $B = 1,164$  m; compacted mixture type – fine-grained mixture; concrete mixture humidity  $W = 10\%$ ; required product compactness  $k_{comp} = 0,98$ ; value of the maximum contact pressure providing  $k_{comp} = 0,98$  at  $W = 10\%$ , according to experimental data  $p = 625$  kPa.

All external forces were reduced to the crank rotation axis and are presented as the resistance forces moment to move the forming trolley depending on the crank rotation angle (Fig. 2, a). The mean value of the resistance forces moment for one crank rotation cycle is determined

$$M_{resmean} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} M_{res}(\varphi) \cdot d\varphi = 1360,55 \text{ N}\cdot\text{m}$$

and the nominal rated power of the electric motor is determined

$$P_{nom} = \frac{M_{resmean} \cdot \omega_1}{10^3 \cdot \eta} = \frac{1360,55 \cdot 10,5}{10^3 \cdot 0,95} = 15,04 \text{ kW},$$

where  $\omega_1 = 10,5$  rad/s – crank angular velocity;  $\eta = 0,95$  – drive efficiency.

According to these data, a 4A series 4A160M6U3 basic-version asynchronous electric motor with a short-circuited rotor was chosen [20], having the parameters: electric motor power  $P = 15,0$  kW; engine rotor synchronous speed  $\omega_o = 104,72$  rad/s; engine rotor nominal speed  $\omega_{nom} = 102,1$  rad/s; engine rotor critical speed  $\omega_{crit} = 94,95$  rad/s; engine rotor inertia moment  $J_{em} = 0,183$  kg·m<sup>2</sup>; start-up moment  $M_{start} = 176,3$  N·m; nominal moment  $M_{nom} = 146,9$  N·m; critical moment  $M_{crit} = 293,8$  N·m; overload capacity  $\lambda = M_{crit} / M_{nom} = 2$ . In addition, the pin flexible coupling [21] having the nominal transfer moment  $M_{nom} = 500$  N·m and inertia moment  $J_{cth} = 0,32$  kg·m<sup>2</sup> as well as the C2-400 reducer with the transmission ratio  $i_{dr} = 9,8$  and inertia moment  $J_{red} = 0,036$  kg·m<sup>2</sup> were selected.

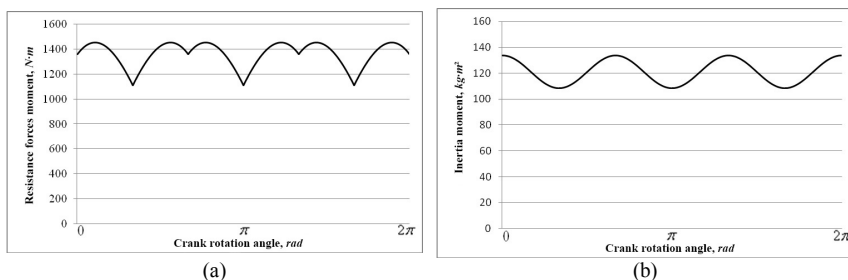


Fig. 2. Graphic dependencies of the resistance forces moment to move of forming trolleys (a) and the inertia moment (b) on the crank rotation angle of unit with energy-balanced drive

The mechanical characteristic for the selected electric motor is constructed, which is determined by the Kloss formula

$$M(\omega) = 2 \cdot M_{crit} \cdot \frac{(\omega_o - \omega) / (\omega_o - \omega_{crit})}{1 + [(\omega_o - \omega) / (\omega_o - \omega_{crit})]^2}. \quad (7)$$

From the dependence (7) we determinate the driving moment on the crankshaft

$$M_{dr} = M(\omega) \cdot i_{dr} \cdot \eta. \quad (8)$$

The inertia moment, reduced to the crank rotation axis, is determined by the dependence

$$J_{dr} = J_o i_{dr}^2 + m_1 \left( \frac{\partial x_1}{\partial \varphi} \right)^2 + m_2 \left( \frac{\partial x_2}{\partial \varphi} \right)^2 + m_3 \left( \frac{\partial x_3}{\partial \varphi} \right)^2 + l \cdot q \left[ \left( \frac{\partial x_{s4}}{\partial \varphi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y_{s4}}{\partial \varphi} \right)^2 \right] + J_{s4} \left( \frac{\partial \beta_1}{\partial \varphi} \right)^2 + l \cdot q \left[ \left( \frac{\partial x_{s5}}{\partial \varphi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y_{s5}}{\partial \varphi} \right)^2 \right] + J_{s5} \left( \frac{\partial \beta_2}{\partial \varphi} \right)^2 + l \cdot q \left[ \left( \frac{\partial x_{s6}}{\partial \varphi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y_{s6}}{\partial \varphi} \right)^2 \right] + J_{s6} \left( \frac{\partial \beta_3}{\partial \varphi} \right)^2, \quad (9)$$

where  $J_o = J_{em} + J_{cth} + J_{red} = 0,183 + 0,32 + 0,036 = 0,539 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  – inertia moment of the drive mechanism (electric motor, pin flexible coupling, reducer) relative to the crank rotation axis;  $m_1 = m_2 = m_3 = 1000 \text{ kg}$  – masses of the forming trolleys 1, 2 and 3;  $J_{s4} = J_{s5} = J_{s6} = (q \cdot l^3) / 12$  – proper inertia moment of

connecting rods 4, 5 and 6 with respect to their masses centers;  $\frac{\partial x_{s4}}{\partial \varphi}$ ,  $\frac{\partial x_{s5}}{\partial \varphi}$ ,

$\frac{\partial x_{s6}}{\partial \varphi}$ ,  $\frac{\partial \beta_1}{\partial \varphi}$ ,  $\frac{\partial \beta_2}{\partial \varphi}$ ,  $\frac{\partial \beta_3}{\partial \varphi}$  – horizontal components of the first transfer

functions for the masses centers of the connecting rods 4, 5 and 6, and the first transfer functions of their angular arrangement relative to the horizontal line, which are determined as follows

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_{s4}}{\partial \varphi} &= -r \cdot \sin \varphi \cdot \left( 1 + \frac{r}{2 \cdot l} \cdot \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - (r^2 / l^2) \cdot \sin^2 \varphi}} \right), \\ \frac{\partial x_{s5}}{\partial \varphi} &= -r \cdot \sin(\varphi + \Delta \varphi) \cdot \left( 1 + \frac{r}{2 \cdot l} \cdot \frac{\cos(\varphi + \Delta \varphi)}{\sqrt{1 - (r^2 / l^2) \cdot \sin^2(\varphi + \Delta \varphi)}} \right), \\ \frac{\partial x_{s6}}{\partial \varphi} &= -r \cdot \sin(\varphi + 2 \cdot \Delta \varphi) \cdot \left( 1 + \frac{r}{2 \cdot l} \cdot \frac{\cos(\varphi + 2 \cdot \Delta \varphi)}{\sqrt{1 - (r^2 / l^2) \cdot \sin^2(\varphi + 2 \cdot \Delta \varphi)}} \right), \quad (10) \\ \frac{\partial \beta_1}{\partial \varphi} &= \frac{r}{l} \cdot \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - (r^2 / l^2) \cdot \sin^2 \varphi}}, \quad \frac{\partial \beta_2}{\partial \varphi} = \frac{r}{l} \cdot \frac{\cos(\varphi + \Delta \varphi)}{\sqrt{1 - (r^2 / l^2) \cdot \sin^2(\varphi + \Delta \varphi)}}, \\ \frac{\partial \beta_3}{\partial \varphi} &= \frac{r}{l} \cdot \frac{\cos(\varphi + 2 \cdot \Delta \varphi)}{\sqrt{1 - (r^2 / l^2) \cdot \sin^2(\varphi + 2 \cdot \Delta \varphi)}}. \end{aligned}$$

On the basis of the above dependencies we construct a change graph of the inertia moment, reduced to the crank rotation axis, on the crank rotation angle for one cycle (Fig. 2 (b)).

The time, respondent to value  $\omega_{i+1}$  angular velocity, can be determined by the dependence

$$t_{i+1} = t_i + \frac{2 \cdot \Delta\varphi}{\omega_i + \omega_{i+1}}, \quad (11)$$

by means of which we obtain the crank angular acceleration

$$\varepsilon_i = \frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{t_{i+1} - t_i}, \quad (12)$$

where  $t_i, t_{i+1}$  – motion time value in crank positions  $i$  and  $i+1$ .

Having substitute, the obtained dependences into equation (4) for each settlement point, starting from the rest state ( $i = 0$ ), we obtain a change graph of the crank angular velocity on the crank rotation angle (Fig. 3 (a)). Using dependence (12), we construct a change graph of the crank angular acceleration on the crank rotation angle (Fig. 3 (b)).

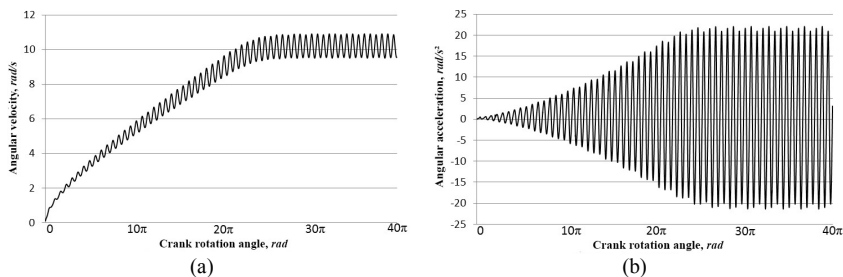


Fig. 3. Graphic dependencies of the crank angular velocity (a) and the crank angular acceleration (b) on the crank rotation angle

After analysis of graphic dependencies (Fig. 3), it can be seen that during of 13 crank rotations its angular velocity is constantly increase, and the angular acceleration is constantly increase its amplitude. After 13 crank rotations, the angular velocity and angular acceleration are change within certain limits (Fig. 4), that is the crank rotation reaches a steady motion mode. This means that the roller forming unit enters the steady motion mode for 13 full crank rotations from start-up moment.

After entering the steady motion mode, the crank rotates with a certain angular velocity (Fig. 4 (a)), which varies from  $\omega_{\min} = 9,714$  rad/s to  $\omega_{\max} = 10,845$  rad/s. In this case, the average value of angular velocity is equal to  $\omega_{\text{mean}} = 10,263$  rad/s, and the motion non-uniformity factor is determined by the dependence [19]

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{mean}}} = \frac{10,845 - 9,714}{10,263} = 0,11. \quad (13)$$

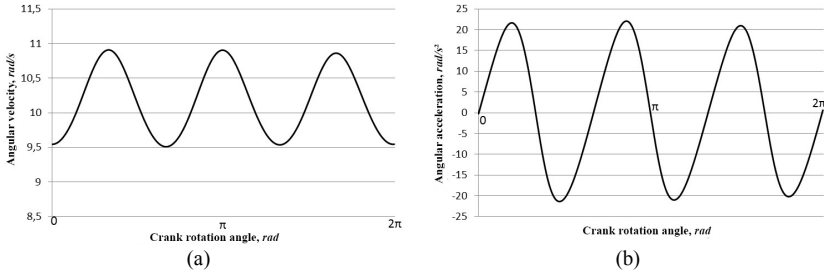


Fig. 4. Graphic dependencies of the crank angular velocity (a) and the crank angular acceleration (b) on the crank rotation angle during steady motion mode

The angular acceleration at a steady motion mode of the crank varies from  $\varepsilon_{\min} = -17,307 \text{ rad/s}^2$  to  $\varepsilon_{\max} = 17,778 \text{ rad/s}^2$  (Fig. 4, b). In this case, the motion dynamism factor will have the look [19]

$$\chi = \frac{|\varepsilon_{\max}|}{\omega_{\text{mean}}^2} = \frac{17,778}{10,263^2} = 0,169. \quad (14)$$

For the total assessment of technological and dynamic properties of the roller forming unit, we use the extended factor of motion assessment [22]

$$k_p = \frac{(\omega_{\max} - \omega_{\min})^2}{\omega_{\text{mean}}^2} + \frac{|\varepsilon_{\max}|}{\omega_{\text{mean}}^2} = \frac{(10,845 - 9,714)^2}{10,263^2} + \frac{17,778}{10,263^2} = 0,181. \quad (15)$$

The determined factor of motion non-uniformity, the motion dynamism factor and the extended factor of motion assessment are meet to the roller forming unit with energy-balanced drive in which the cranks displacement angle  $\Delta\varphi = 120^\circ$ . Into dependencies to determine of the resistance forces moment and the inertia moment, whose reduced to the crank rotation axis, we substitute different values of the angle  $\Delta\varphi$  from  $\Delta\varphi = 0^\circ$  to  $\Delta\varphi = 120^\circ$  with a step  $10^\circ$ , to set the impact of cranks displacement angle on the motion uniformity of the roller forming unit.

The graphic dependencies of crank angular velocity and crank angular acceleration on the crank rotation angle are constructed at these values of the resistance forces moment and the inertia reduced moment. After that, the motion non-uniformity factor, the motion dynamism factor and the extended factor of motion assessment are determined. The settlement results are shown in Table 1. The change graphs of the crank angular velocity (Fig. 5) and the crank angular acceleration (Fig. 6) during steady motion mode at different values of the crank displacement angle  $\Delta\varphi$  are also resulted.

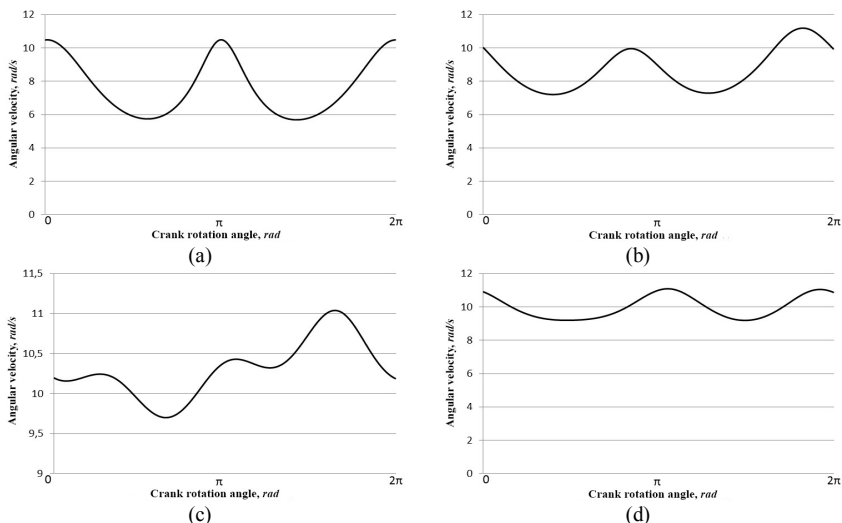


Fig. 5. Graphic dependencies of the crank angular velocity on the crank rotation angle during steady motion mode at different values of the crank displacement angle:

(a) –  $\Delta\varphi = 0^\circ$ ; (b) –  $\Delta\varphi = 30^\circ$ ; (c) –  $\Delta\varphi = 60^\circ$ ; (d) –  $\Delta\varphi = 90^\circ$

On the basis of Table 1 data, we construct graphic dependencies of the motion non-uniformity factor (Fig. 7 (a)), the motion dynamism factor (Fig. 7 (b)) and the extended factor of motion assessment (Fig. 7 (c)) from cranks displacement angle depending.

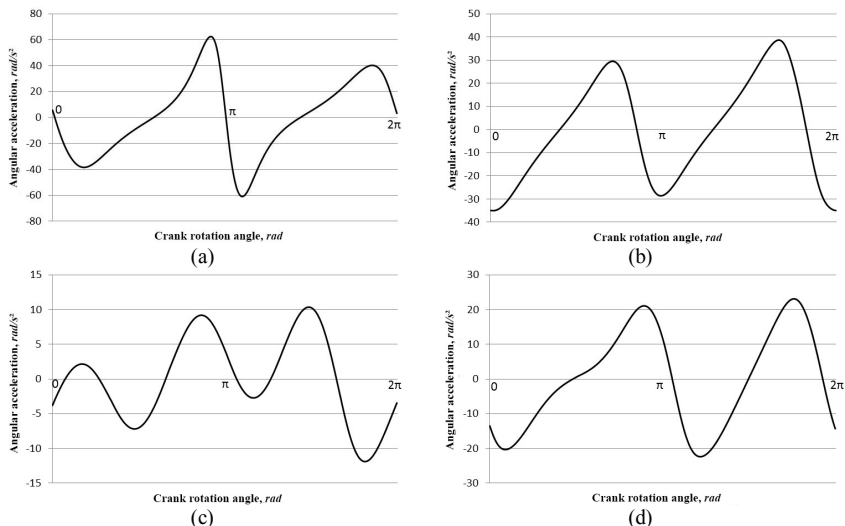


Fig. 6. Graphic dependencies of the crank angular acceleration on the crank rotation angle during steady motion mode at different values of the crank displacement angle:

(a) –  $\Delta\varphi = 0^\circ$ ; (b) –  $\Delta\varphi = 30^\circ$ ; (c) –  $\Delta\varphi = 60^\circ$ ; (d) –  $\Delta\varphi = 90^\circ$

Table 1

$\Delta\varphi, ^\circ$	$\omega_{\min}, \text{rad/s}$	$\omega_{\max}, \text{rad/s}$	$\omega_{\text{mean}}, \text{rad/s}$	$\delta$	$\varepsilon_{\min}, \text{rad/s}^2$	$\varepsilon_{\max}, \text{rad/s}^2$	$\chi$	$k_p$
0	5,688	10,486	7,6767	0,625	-60,9412	62,4776	1,060169	1,450804
10	5,921	10,6648	7,68	0,6177	-56,1148	57,6416	0,977268	1,358799
20	6,3252	10,7094	8,0571	0,5441	-41,7004	42,3337	0,652122	0,948211
30	7,203	11,1871	8,7296	0,4564	-35,0305	38,6718	0,507465	0,715756
40	8,461	11,7789	9,6724	0,343	-34,4285	33,5395	0,368002	0,485669
50	9,5214	11,7132	10,2357	0,2141	-25,7271	22,4492	0,245559	0,291412
60	9,6998	11,0392	10,311	0,1299	-11,8928	10,3499	0,111862	0,128736
70	9,368	10,7795	10,2584	0,1376	-13,705	15,5615	0,147874	0,166806
80	9,1653	10,9716	10,1092	0,1787	-17,5584	18,7243	0,18322	0,215146
90	9,1906	11,0884	9,9874	0,19002	-22,3837	23,0898	0,231481	0,267588
100	9,0535	11,1918	10,0084	0,2136	-27,1379	27,2824	0,272366	0,318013
110	9,2219	11,1994	10,1349	0,1951	-27,4193	26,8982	0,266942	0,305013
120	9,5087	10,9078	10,1752	0,1375	-21,3797	22,0726	0,21319	0,232097

The analysis of settlement results (Table 1) and graphic dependencies (Fig. 7) shows that the motion non-uniformity factor takes the minimum value  $\delta = 0,1299$  when shift to crank angle  $\Delta\varphi = 60^\circ$ , which is 5,8 % less than at  $\Delta\varphi = 120^\circ$ ; the motion dynamism factor takes the minimum value  $\chi = 0,111862$  at  $\Delta\varphi = 60^\circ$ , which is 1,906 less than at  $\Delta\varphi = 120^\circ$ ; the extended factor of motion assessment takes the minimum value  $k_p = 0,128736$  at the cranks displacement angle  $\Delta\varphi = 60^\circ$ , which is 1,802 less than at  $\Delta\varphi = 120^\circ$ .

### Conclusions

As a result of researches, the change functions of the crank angular velocity and the crank angular acceleration for the roller forming unit with energy-balanced drive are obtained, and the motion non-uniformity

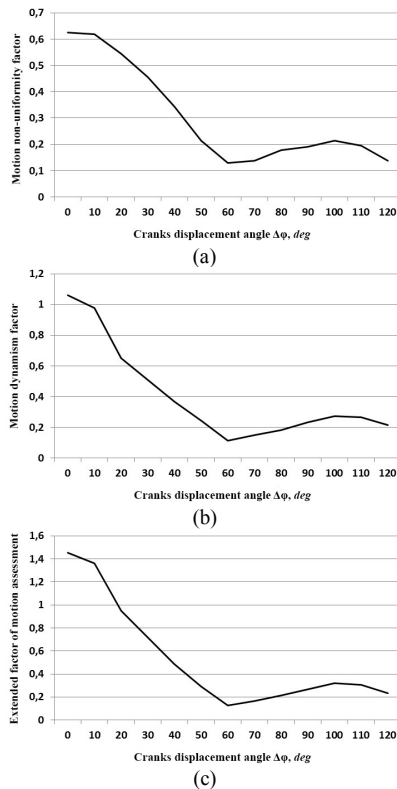


Fig. 7. Graphic dependencies of the motion non-uniformity factor (a), the motion dynamism factor (b) and the extended factor of motion assessment (c) on the crank displacement angle

factor, the motion dynamism factor and the extended factor of motion assessment were calculated. The impact of the crank displacement angle on the motion uniformity of the roller forming unit is analyzed. It is established that the minimum values for the motion non-uniformity factor, the motion dynamism factor and the extended factor of motion assessment are observed at the values of cranks displacement angle  $\Delta\varphi = 120^\circ$ . The work results may in the future are used to refine and improve the existing engineering methods for estimating the drive mechanisms of roller forming machines, both at design stages and in practical use.

## REFERENCES

1. Harnets V. M. Prohresyvni betonoformuiuchi ahrehaty i komplekxy (Progressive concrete-forming units and complexes). Kyiv: Budivelnyk, 1991. 144 p. [in Ukrainian].
2. Harnets V. M., Zaichenko S. V., Chovniuk Yu. V., Shalenko V. O., Prykhodko Ya. S. Betonofornuvalni ahrehaty. Konstruktyvno-funktsionalni skhemy, pryntsyyp dii, osnovy teorii: Monohrafiia (Concrete-forming units. Structural and functional schemes, operation principle, theory basics: Monograph). Kyiv: Interservis, 2015. 238 p. [in Ukrainian].
3. Kuzin V. N. Tehnologija rolkovogo formovaniya ploskikh izdelii iz melkozernistykh betonov (Roller forming technology of flat products from fine-grained concrete: Extended abstract of candidate's thesis). Moscow, 1981. 20 p. [in Russian].
4. Rjushin V. T. Issledovanie rabocheho processa i razrabotka metodiki rascheta mashin rolkovogo formovaniya betonnykh smesey (Working process research and methodology development of calculating machines for concrete mixtures roller forming: Extended abstract of candidate's thesis). Kyiv, 1986. 20 p. [in Russian].
5. Loveikin V. S., Pochka K. I. Dynamichnyi analiz rolykovoi formovochnoi ustanovky z rekuperatsiynym pryvodom (Dynamic analysis of roller forming unit with recuperative drive). *Dynamika, mitsnist i nadiinist silskohospodarskykh mashyn: materialy pershoi Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii (Dynamics, Strength and Reliability of Agricultural Machinery: Proceedings of the 1st International Scientific and Technical Conference (DSR AM-I))*. Ternopil, 2004. P. 507–514 (in Ukrainian).
6. Nazarenko I. I., Smirnov V. M., Pelevin L. Ye., Fomin A. V., Sviderskyi A. T., Kosteniuk O. O., Ruchynskyi M. M., Diedov O. P., Harkavenko O. M., Martyniuk I. Yu. Osnovy teorii rukhu zemlerynykh i uschilniuvalnykh mashyn budindustrii z kerovanymy u chasi optymalnymy parametramy: Monohrafiia (Motion theory fundamentals of earthmoving and compaction machines for building industry with time-controlled optimal parameters: Monograph). Kyiv: MP Lesia, 2013. 188 p. (in Ukrainian).
7. Zaichenko S., Shalenko V., Shevchuk N., Vapnichna V. Development of a geomechanic complex for geotechnical monitoring contour mine groove. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. Vol. 3/9 (87). P. 19–25. DOI: 10.155/1729-4061.2017.102067.
8. Harnets V. M., Chovniuk Yu. V., Zaichenko S. V., Shalenko V. O., Prykhodko Ya. S. Teoriia i praktyka stvorennia betonofornuvalnykh ahrehativ (BFA) (Theory and practice of creating concrete-forming units). *Hirnychi, budivelni, dorozhni ta melioratyvni mashyny*. 2014. Issue 83. P. 49–54 (in Ukrainian).
9. Harnets V. M., Zaichenko S. V., Prykhodko Ya. S., Shalenko V. O. Rozrobka naukovopraktychnykh rekomendatsii po stvorenniu betonofornuvalnykh ahrehativ (BFA) (Development of scientific and practical recommendations for the creation of concrete-forming). *Hirnychi, budivelni, dorozhni ta melioratyvni mashyny*. 2012. Issue 79. P. 46–52 (in Ukrainian).
10. Zaichenko S. V., Shevchuk S. P., Harnets V. M. Enerhetychnyi analiz protsesu rolykovoho uschilnennia (Energy analysis of the roller compaction process). *Enerhetyka: Ekonomika, tekhnolohiia, ekolohiia*. 2012. Vol. 1 (30). P. 77–83 (in Ukrainian).
11. Zaichenko S. V., Shevchuk S. P., Harnets V. M. Tryvymirne modeliuvannia protsesu rolykovoho uschilnennia stovburnoho kriplennia (Three-dimensional modeling of roller

- compaction process of the trunk). *Hirnychi, budivelni, dorozhni ta melioratyvni mashyny*. 2012. Issue 79. P. 40–45 (in Ukrainian).
12. Prykhodko Ya. S., Harnets V. M. Vzaiemouzgodzhenist roboty mekhanizmiv pry rolyko-ekstruziionomu formuvanni bahatopustotnykh vyrobiv (Mutual coherence of mechanisms in roller-extrusion forming of multi-hollow products). *Haluzeve mashynobuduvannia, budivnytstvo*. 2012. Vol. 1 (31). P. 305–310. (in Ukrainian).
  13. Loveikin V. S., Pochka K. I., Romasevych Yu. O., Pochka O. B. Dynamichnyi analiz rolykovoї formovalnoi ustanovky z kryvoshypno-shatunnym pryvidnym mekhanizmom (Dynamic analysis of roller forming unit with crank drive mechanism). *Opir materialiv i teoriia sporud*. 2019. Issue 102. P. 91–108. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.102.91-108 (in Ukrainian).
  14. Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Pochka O. B. Dynamichne zrivnovazhennia pryvidnoho mekhanizmu rolykovoї formovalnoi ustanovky z enerhetychno zrivnovazhenym pryvodom (Drive mechanism dynamic balancing of roller forming unit with energy-balanced drive). *Opir materialiv i teoriia sporud*. 2019. Issue 103. P. 112–130. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.103.112-130 (in Ukrainian).
  15. Loveikin V. S., Pochka K. I. Sintez kulachkovogo privodnogo mehanizma rolikovoj formovochnoj ustanovki s kombinirovannym rezhimom dvizhenija po uskoreniju tret'ego porjadka (Synthesis of a cam drive mechanism for roller forming unit with combined third-order acceleration mode). *Nauka i tehnika*. Minsk, 2017. Vol. 16 (3). P. 206–214. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-3-206-214 (in Russian).
  16. Loveikin V. S., Pochka K. I. Analiz nerivnomirnosti rukhu rolykovoї formovalnoi ustanovky z enerhetychno zrivnovazhenym pryvodom (Motion non-uniformity analysis of roller forming unit with energy-balanced drive). *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiakh*. 2010. Vol. 4 (60). P. 20–29 (in Ukrainian).
  17. Loveikin V. S., Pochka K. I. Obgruntuvannia parametriv enerhetychno zrivnovazhenoho pryvodu rolykovoї formovalnoi ustanovky (Parameters substantiation of energy-balanced drive for roller forming unit). *Tekhnika budivnytstva*. 2014. Issue 32. P. 25–32 (in Ukrainian).
  18. Pat. 50032 U Ukraine, IPC B28B 13/00. Ustanovka dlia formuvannia vyrobiv z betonnykh sumishei (Forming unit for products from concrete mixtures) / Loveikin V. S., Pochka K. I. Publ. 25.05.2010 (in Ukrainian).
  19. Artobolevskij I. I. Teoriia mehanizmov i mashin (Mechanisms and machines theory). Moscow, 1975. 640 p. (in Russian).
  20. Orlov I. N. Jelektrotehnicheskij spravochnik (Electrotechnical handbook)/ (Vol. 1–3). Vol. 2. Jelektrotehnicheskije izdelija i ustrojstva (Electrical products and devices). Moscow, 1986. 712 p. (in Russian).
  21. Shejnblit A. E. Kursovoe proektirovanie detalej mashin (Course design of machine parts). Moscow, 1991. 432 p. (in Russian).
  22. Loveikin V. S. Ocenka dvizhenija mehanizmov i mashin (Motion assessment of mechanisms and machines). *Podъемno-transportnoe oborudovanie*. Kyiv: Tehnika, 1989. P. 16–18 (in Russian).

Стаття надійшла до редакції 24.12.2020

Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Balaka M. M., Pochka O. B.

### **ВПЛИВ КУТА ЗМІЩЕННЯ КРИВОШИПІВ НА НЕРІВНОМІРНІСТЬ РУХУ РОЛИКОВОЇ ФОРМУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ З ЕНЕРГЕТИЧНО ВРІВНОВАЖЕНИМ ПРИВОДОМ**

Для роlikової формувальної установки з енергетично зрівноваженим привідним механізмом для трьох формувальних візків визначено вплив кута зміщення кривошипів на нерівномірність руху. При цьому вказана установка представлена динамічною моделлю з одним ступенем вільності, де за узагальнену координату прийнято куту координату повороту кривошипу. Для такої моделі записано диференціальне рівняння руху, для розв'язку якого було використано чисельний метод. При розв'язку диференціального рівняння руху було визначено зведений момент інерції всієї установки, зведений до осі повороту кривошипа момент сил опору переміщенню формувальних візків при формуванні виробів з будівельних сумішей, розраховано номінальну розрахункову потужність



привідного двигуна. За розрахованими даними вибрано асинхронний електродвигун з короткозамкненим ротором, для якого за формулою Клосса побудовано механічну характеристику. Розв'язавши диференціальне рівняння руху з усіма визначеними характеристиками, отримано функцію зміни кутової швидкості кривошипу з моменту пуску і при усталеному режимі руху. Після цього розраховано час, що відповідає значенню кутової швидкості, та отримано функцію зміни кутового прискорення кривошипу з моменту пуску і при усталеному режимі руху. Нерівномірність руху установки на усталеному режимі руху оцінена коефіцієнтом нерівномірності руху, коефіцієнтом динамічності руху та узагальненим коефіцієнтом оцінки руху. Отримані результати можуть бути у подальшому використані для уточнення та вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку приводних механізмів машин роликотого формування як на стадіях проектування, так і у режимах реальної експлуатації.

**Ключові слова:** роликотва формувальна установка, приводний механізм, зміщення, кутова швидкість, прискорення, нерівномірність.

*Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Balaka M. M., Pochka O. B.*

#### **IMPACT OF CRANKS DISPLACEMENT ANGLE ON THE MOTION NON-UNIFORMITY OF ROLLER FORMING UNIT WITH ENERGY-BALANCED DRIVE**

The impact of the cranks displacement angle on the motion non-uniformity is determined for three forming trolleys of a roller forming unit with an energy-balanced drive mechanism. At the same time, the specified unit is presented by a dynamic model with one freedom degree, where the extended coordinate is taken as the angular coordinate of the crank rotation. For such a model, a differential equation of motion is written, for solved which a numerical method was used. The inertia reduced moment of the whole unit, and the resistance forces moment, reduced to the crank rotation axis, to move of forming trolleys during the formation of products from building mixtures are determined, and also the nominal rated power of the electric motor was calculated, when solved a differential equation of motion. According to these data, asynchronous electric motor with a short-circuited rotor was chosen, for which a mechanical characteristic is constructed by the Kloss formula. Having solved the differential equation of motion with all defined characteristics, we obtain the change function of the crank angular velocity from start-up moment and during steady motion mode. After that, we calculated the time corresponding to the angular velocity value, and obtained the change function of the crank angular acceleration from start-up moment and during steady motion mode. The motion non-uniformity of the roller forming unit has been determined by the motion non-uniformity factor, the motion dynamism factor and the extended factor of motion assessment during steady motion mode. The impact of drive cranks displacement angle on the motion non-uniformity has been traced, as a result, the specified factors have the minimum values at cranks displacement on the angle  $\Delta\varphi=60^\circ$ . The results may in the future are used to refine and improve the existing engineering methods for estimating the drive mechanisms of roller forming machines, both at design stages and in practical use.

**Keywords:** roller forming unit, drive mechanism, displacement, angular velocity, acceleration, non-uniformity.

*Ловеикін В. С., Почка К. І., Пристайло Н. А., Балака М. М., Почка О. Б.*

#### **ВЛИЯНИЕ УГЛА СМЕЩЕНИЯ КРИВОШИПОВ НА НЕРАВНОМЕРНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ РОЛИКОВОЙ ФОРМОВОЧНОЙ УСТАНОВКИ С ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ УРАВНОВЕШЕННЫМ ПРИВОДОМ**

Для роликотвой формовочной установки с энергетически уравновешенным приводным механизмом для трёх формовочных тележек определено влияние угла смещения кривошипов на неравномерность движения. При этом указанная установка представлена динамической моделью с одной степенью свободы, где в качестве обобщённой координаты принято угловую координату поворота кривошипа. Для такой модели записано дифференциальное уравнение движения, для решения которого использован численный метод. При решении дифференциального уравнения движения определены приведенный момент инерции всей установки, приведенный к оси вращения кривошипа момент сил сопротивления перемещению формовочных тележек при формировании изделий из строительных смесей, рассчитана номинальная расчётная мощность приводного двигателя. По рассчитанным данным выбран асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым

ротором, для которого по формуле Клосса построена механическая характеристика. Решив дифференциальное уравнение движения со всеми определёнными характеристиками, получена функция изменения угловой скорости кривошипа с момента пуска и при установившемся режиме движения. После этого рассчитано время, соответствующее значению угловой скорости, и получена функция изменения углового ускорения кривошипа с момента пуска и при установившемся режиме движения. Неравномерность движения установки на установившемся режиме движения оценена коэффициентом неравномерности движения, коэффициентом динамичности движения и обобщённым коэффициентом оценки движения. Отслежено влияние угла смещения кривошипов привода на неравномерность движения, в результате чего установлено, что указанные коэффициенты имеют минимальные значения при смещении кривошипов на угол  $\Delta\varphi=60^\circ$ . Полученные результаты могут быть в дальнейшем использованы для уточнения и совершенствования существующих инженерных методов расчёта приводных механизмов машин роликового формирования как на стадиях проектирования, так и в режимах реальной эксплуатации.

**Ключевые слова:** роликовая формовочная установка, приводной механизм, смещение, угловая скорость, ускорение, неравномерность.

УДК 693.546

*Ловейкін В. С., Почка К. І., Пристайло М. О., Балака М. М., Почка О. Б. Вплив кута зміщення кривошипів на нерівномірність руху роликової формувальної установки з енергетично врівноваженим приводом // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. зб. – 2021. – Вип. 106. – С. 141–155.*

*Досліджується вплив кута зміщення кривошипів на нерівномірність руху роликової формувальної установки з енергетично врівноваженим приводом.*

Табл. 1. Іл. 7. Бібліогр. 22.

UDC 693.546

*Loveikin V. S., Pochka K. I., Prystailo M. O., Balaka M. M., Pochka O. B. Impact of cranks displacement angle on the motion non-uniformity of roller forming unit with energy-balanced drive // Strength of Materials and Theory of Structure: Scientific-and-technical collected articles. – 2021. – Issue 106. – P. 141-155.*

*The influence of the crank displacement angle on the non-uniformity of the movement of the roller forming unit with the energy-balanced drive is investigated.*

Table 1. Fig. 7. Ref. 22.

УДК 693.546

*Ловейкін В. С., Почка К. І., Пристайло Н. А., Балака М. Н., Почка О. Б. Влияние угла смещения кривошипов на неравномерность движения роликовой формовочной установки с энергетически уравновешенным приводом // Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.-техн. сб. – 2021. – Вип. 106. – С. 141-155.*

*Исследуется влияние угла смещения кривошипа на неравномерность движения роликов формовочной установки с энергетично уравновешенным приводом.*

Табл. 1. Ил. 7. Библиогр. 22.

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України ЛОВЕЙКІН Вячеслав Сергійович

**Адреса робоча:** 03041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, навчальний корпус № 11, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, ЛОВЕЙКІНУ Вячеславу Сергійовичу

**Робочий тел.:** +38(044) 527-87-34

**Мобільний тел.:** +38(097) 349-14-53

**E-mail:** lovvs@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-4259-3900>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, доцент, завідувач кафедри професійної освіти КНУБА ПОЧКА Костянтин Іванович

**Адреса робоча:** 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра професійної освіти, ПОЧЦІ Костянтину Івановичу

**Робочий тел.:** +38(044) 248-69-25

**Мобільний тел.:** +38(097) 212-86-29

**E-mail:** shanovniy@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-0355-002X>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельних машин КНУБА ПРИСТАЙЛО Микола Олексійович

**Адреса робоча:** 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, ПРИСТАЙЛУ Миколі Олексійовичу

**Мобільний тел.:** +38(097) 495-07-50

**E-mail:** pristaylo\_na@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-3151-4680>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельних машин КНУБА БАЛАКА Максим Миколайович

**Адреса робоча:** 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельних машин, БАЛАЦІ Максиму Миколайовичу

**Мобільний тел.:** +38(067) 995-53-89

**E-mail:** balaka.mm@knuba.edu.ua

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-4142-9703>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** асистент кафедри теплогазопостачання і вентиляції КНУБА ПОЧКА Ольга Богданівна

**Адреса робоча:** 03037, Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теплогазопостачання і вентиляції, ПОЧЦІ Ользі Богданівні

**Мобільний тел.:** +38(097) 196-92-04;

**E-mail:** zasedkoolga@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-5701-978X>

UDC 539.3

## INVESTIGATION OF THE SECOND MAIN PROBLEM OF ELASTICITY FOR A LAYER WITH $N$ CYLINDRICAL INCLUSIONS

V.Yu. Miroshnikov<sup>1</sup>,

Ph.D. in Technical Sciences, Associate Professor

T.V. Denysova<sup>2</sup>,

Ph.D. in Technical Sciences, Associate Professor

<sup>1</sup>National Aerospace University "KhAI", Kharkiv, Ukraine

<sup>2</sup>Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, Kharkiv, Ukraine

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.156-166

The analysis of the stress-strain state for a layer with  $N$  longitudinal cylindrical inclusions, when the specified displacements are given, has been carried out. The solution of the spatial problem has been obtained by the generalized Fourier method with respect to the system of Lamé's equation in cylindrical coordinates associated with inclusions and Cartesian coordinates associated with layer boundaries. Infinite systems of linear algebraic equations obtained by satisfying the boundary conditions and conjugation conditions of a layer with inclusions have been solved by the reduction method. As a result, stresses have been obtained at various points of the elastic body. A numerical study compares the options of the layer stress-strain state with one and three cylindrical elastic inclusions.

**Keywords:** layer with cylindrical inclusions, Lamé's equation, generalized Fourier method, infinite systems of linear algebraic equations.

### Introduction

Determination of the stress-strain state of a body is the main task in the design of various kinds of structures, buildings, and underground communications. When designing the listed objects, computational schemes, where a layer densely reinforced with longitudinal bars becomes the main design element, are often encountered. At present, the mutual influence of these bars has been little studied, and there is no technique for high-precision solution of such computational schemes at all.

However, there are works close to the task at hand in the scientific literature. Thus, in [1–4], problems are solved for a layer with cavities perpendicular to its boundaries.

Stationary problems of diffraction of elastic waves with cylindrical cavities parallel to the layer boundaries are considered in [5–7], where the generalized Fourier method is used in combination with the image method.

For elastic bodies with several limiting surfaces, the generalized Fourier method [8], which is based on the addition theorems for the basic solutions of Lamé's equation, is used.

Using this method, the following problems have been solved: for a layer with a spherical cavity [9], for a half-space with longitudinal cylindrical cavities [10–11], for a cylinder with cylindrical cavities and inclusions [12–

16]. Problems for a layer with one or several cylindrical cavities are considered in [17 – 20], for a layer with an elastic inclusion—in [21, 22].

For a layer with several cylindrical inclusions and displacements specified on limiting surfaces, there are no ready-made algorithms in the spatial version, so the problem of calculating such problems is urgent.

The purpose of this work is:

- development of an analytical-numerical method for calculating the second main problem of elasticity (displacements are specified on all limiting surfaces) for a layer with N cylindrical inclusions that are parallel to the surfaces of the layer and to each other;

- to analyze the influence of inclusions on the stress state of the layer, as well as on each other.

**Problem statement**

There are N circular cylindrical inclusions with radius  $R_p$  in an elastic homogeneous layer (Fig. 1).

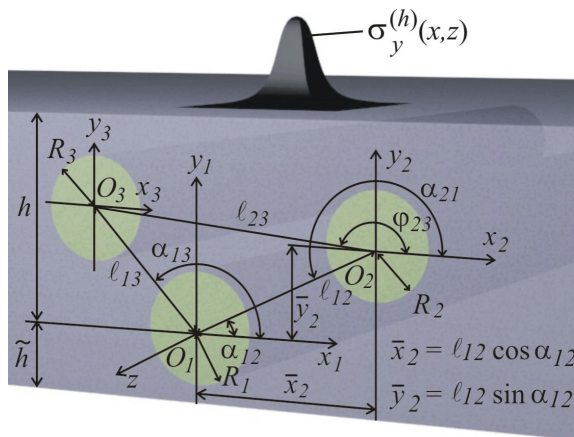


Fig. 1. Layer with cylindrical inclusions

The inclusion will be considered in local cylindrical coordinate systems  $(\rho_p, \varphi_p, z)$ , the layer will be considered in the Cartesian coordinate system  $(x, y, z)$  connected to the inclusion coordinate system with the number  $p = 1$ . The layer boundaries are located at the distance  $y = h$  and  $y = -\tilde{h}$ .

It is necessary to find a solution of Lamé's equation  $\Delta \vec{U} + (1-2\sigma)^{-1} \nabla \text{div} \vec{U} = 0$  provided that displacements are specified at the boundaries of the layer:

$$\vec{U}_0(x, z)|_{y=h} = \vec{U}_h^0(x, z), \vec{U}_0(x, z)|_{y=-\tilde{h}} = \vec{U}_{\tilde{h}}^0(x, z),$$

where  $\vec{U}_0$  —displacements in the layer;

$$\begin{aligned} \vec{U}_h^0(x, z) &= U_x^{(h)} \vec{e}_x + U_y^{(h)} \vec{e}_y + U_z^{(h)} \vec{e}_z \\ \vec{U}_h^0(x, z) &= U_x^{(\tilde{h})} \vec{e}_x + U_y^{(\tilde{h})} \vec{e}_y + U_z^{(\tilde{h})} \vec{e}_z \end{aligned} \tag{1}$$

known functions, which will be considered to be as rapidly decreasing to zero at long distances from the origin along the  $x$  and  $z$  coordinates.

At the boundaries of the contact between the layer and the inclusions, the specified matching conditions

$$\vec{U}_0(\varphi_p, z)|_{\rho_p=R_p} = \vec{U}_p(\varphi_p, z)|_{\rho_p=R_p}, \tag{2}$$

$$F\vec{U}_0(\varphi_p, z)|_{\rho_p=R_p} = F\vec{U}_p(\varphi_p, z)|_{\rho_p=R_p}, \tag{3}$$

where  $\vec{U}_p$  —displacements in cylindrical inclusion with number  $p$ ;

$$F\vec{U} = 2G\left[\frac{\sigma}{1-2\sigma} \vec{n} \operatorname{div} U + \frac{\partial}{\partial n} \vec{U} + \frac{1}{2}(\vec{n} \times \operatorname{rot} \vec{U})\right]; \quad G = \frac{E}{2(1+\sigma)}; \quad \sigma, \quad E -$$

Poisson's ratio and elasticity modulus.

**Problem solving**

Let us choose the basic solutions of Lamé's equation for the indicated coordinate systems in the form [8]:

$$\begin{aligned} \vec{u}_k^\pm(x, y, z; \lambda, \mu) &= N_k^{(d)} e^{i(\lambda z + \mu x) \pm i\gamma y}; \\ \vec{R}_{k,m}(\rho, \varphi, z; \lambda) &= N_k^{(p)} I_m(\lambda \rho) e^{i(\lambda z + m\varphi)}; \\ \vec{S}_{k,m}(\rho, \varphi, z; \lambda) &= N_k^{(p)} \left[ (\operatorname{sign} \lambda)^m K_m(|\lambda \rho|) \cdot e^{i(\lambda z + m\varphi)} \right] \quad k=1, 2, 3; \end{aligned} \tag{4}$$

$$N_1^{(d)} = \frac{1}{\lambda} \nabla; \quad N_2^{(d)} = \frac{4}{\lambda} (\sigma - 1) \vec{e}_2^{(1)} + \frac{1}{\lambda} \nabla(y); \quad N_3^{(d)} = \frac{i}{\lambda} \operatorname{rot}(\vec{e}_3^{(1)}); \quad N_1^{(p)} = \frac{1}{\lambda} \nabla;$$

$$N_2^{(p)} = \frac{1}{\lambda} \left[ \nabla \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + 4(\sigma - 1) \left( \nabla - \vec{e}_3^{(2)} \frac{\partial}{\partial z} \right) \right]; \quad N_3^{(p)} = \frac{i}{\lambda} \operatorname{rot}(\vec{e}_3^{(2)}),$$

where  $\gamma = \sqrt{\lambda^2 + \mu^2}$ ,  $-\infty < \lambda, \mu < \infty$ ;  $I_m(x)$ ,  $K_m(x)$ —modified Bessel functions;  $\vec{R}_{k,m}$ ,  $\vec{S}_{k,m}$ ,  $k=1, 2, 3$ —the internal and external solutions of Lamé's equation for the cylinder respectively;  $\vec{u}_k^{(-)}$ ,  $\vec{u}_k^{(+)}$ —solutions of Lamé's equation for the layer.

We represent the solution to the problem in the form:

$$\vec{U}_0 = \sum_{p=1}^N \sum_{k=1}^3 \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{k,m}^{(p)}(\lambda) \cdot \vec{S}_{k,m}(\rho_p, \varphi_p, z; \lambda) d\lambda + \tag{5}$$

$$+ \sum_{k=1}^3 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( H_k(\lambda, \mu) \cdot \vec{u}_k^{(+)}(x, y, z; \lambda, \mu) + \tilde{H}_k(\lambda, \mu) \cdot \vec{u}_k^{(-)}(x, y, z; \lambda, \mu) \right) d\mu d\lambda,$$

$$\vec{U}_p = \sum_{k=1}^3 \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{k,m}^{(p)}(\lambda) \cdot \vec{R}_{k,m}(\rho_p, \varphi_p, z; \lambda) d\lambda, \tag{6}$$

where  $\bar{S}_{k,m}(\rho, \varphi, z; \lambda)$ ,  $\bar{u}_k^{(+)}(x, y, z; \lambda, \mu)$  and  $\bar{u}_k^{(-)}(x, y, z; \lambda, \mu)$  — basic solutions, which are given by formulas (4), and unknown functions  $H_k(\lambda, \mu)$ ,  $\tilde{H}_k(\lambda, \mu)$ ,  $B_{k,m}^{(p)}(\lambda)$ , and  $A_{k,m}^{(p)}(\lambda)$  should be found based on boundary conditions and matching conditions.

In order to pass the basic solutions between coordinate systems, we use the formulas [20]:

- to go from solutions  $\bar{S}_{k,m}$  of a cylindrical coordinate system to solutions of the layer  $\bar{u}_k^{(-)}$  (when  $y > 0$ ) and  $\bar{u}_k^{(+)}$  (when  $y < 0$ )

$$\begin{aligned} \bar{S}_{k,m}(\rho_p, \varphi_p, z; \lambda) &= \frac{(-i)^m}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega_{\mp}^m \cdot e^{-i\mu \bar{x}_p \pm \bar{y}_p} \cdot \bar{u}_k^{(\mp)} \cdot \frac{d\mu}{\gamma}, \quad k=1, 3, \\ \bar{S}_{2,m}(\rho_p, \varphi_p, z; \lambda) &= \frac{(-i)^m}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega_{\mp}^m \cdot \left( (\pm m \cdot \mu - \frac{\lambda^2}{\gamma} \pm \lambda^2 \bar{y}_p) \bar{u}_1^{(\mp)} \mp \lambda^2 \bar{u}_2^{(\mp)} \pm \right. \\ &\quad \left. \pm 4\mu(1-\sigma) \bar{u}_3^{(\mp)} \right) \cdot \frac{e^{-i\mu \bar{x}_p \pm \bar{y}_p} d\mu}{\gamma^2}, \end{aligned} \quad (7)$$

where  $\gamma = \sqrt{\lambda^2 + \mu^2}$ ,  $\omega_{\mp}(\lambda, \mu) = \frac{\mu \mp \gamma}{\lambda}$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  ;

- for the transition from solutions  $\bar{u}_k^{(+)}$  and  $\bar{u}_k^{(-)}$  of the layer to solutions  $\bar{R}_{k,m}$  of the cylindrical coordinate system:

$$\bar{u}_k^{(\pm)}(x, y, z) = e^{i\mu \bar{x}_p \pm \bar{y}_p} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} (i \cdot \omega_{\mp})^m \bar{R}_{k,m}, \quad k=1, 3,$$

$$\bar{u}_2^{(\pm)}(x, y, z) = e^{i\mu \bar{x}_p \pm \bar{y}_p} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[ (i \cdot \omega_{\mp})^m \cdot \lambda^{-2} \left( (m \cdot \mu + \bar{y}_p \cdot \lambda^2) \cdot \bar{R}_{1,m} \pm \gamma \cdot \bar{R}_{2,m} + 4\mu(1-\sigma) \bar{R}_{3,m} \right) \right], \quad (8)$$

where  $\bar{R}_{k,m} = \bar{b}_{k,m}(\rho_p, \lambda) \cdot e^{i(m\varphi_p + \lambda z)}$ ;  $\bar{b}_{1,n}(\rho, \lambda) = \bar{e}_\rho \cdot I'_n(\lambda\rho) + i \cdot I_n(\lambda\rho) \cdot \left( \bar{e}_\varphi \frac{n}{\lambda\rho} + \bar{e}_z \right)$ ;

$\bar{b}_{2,n}(\rho, \lambda) = \bar{e}_\rho \cdot \left[ (4\sigma - 3) \cdot I'_n(\lambda\rho) + \lambda\rho I''_n(\lambda\rho) \right] + \bar{e}_\varphi \cdot i \cdot m \left( I'_n(\lambda\rho) + \frac{4(\sigma - 1)}{\lambda\rho} I_n(\lambda\rho) \right) + \bar{e}_z \cdot i\lambda\rho I'_n(\lambda\rho)$ ;

$\bar{b}_{3,n}(\rho, \lambda) = - \left[ \bar{e}_\rho \cdot I_n(\lambda\rho) \frac{n}{\lambda\rho} + \bar{e}_\varphi \cdot i \cdot I'_n(\lambda\rho) \right]$ ;  $\bar{e}_\rho$ ,  $\bar{e}_\varphi$ ,  $\bar{e}_z$  - unitary vectors of a cylindrical coordinate system;

- for passing from solutions of the cylinder with number  $p$  to solutions of the cylinder with number  $q$ :

$$\bar{S}_{k,m}(\rho_p, \varphi_p, z; \lambda) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{b}_{k,pq}^{mn}(\rho_q) \cdot e^{i(n\varphi_q + \lambda z)}, \quad k=1, 2, 3, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \bar{b}_{1,pq}^{mn}(\rho_q) &= (-1)^n \tilde{K}_{m-n}(\lambda \ell_{pq}) \cdot e^{i(m-n)\alpha_{pq}} \cdot \bar{b}_{1,n}(\rho_q, \lambda), \\ \bar{b}_{3,pq}^{mn}(\rho_q) &= (-1)^n \tilde{K}_{m-n}(\lambda \ell_{pq}) \cdot e^{i(m-n)\alpha_{pq}} \cdot \bar{b}_{3,n}(\rho_q, \lambda), \\ \bar{b}_{2,pq}^{mn}(\rho_q) &= (-1)^n \left\{ \tilde{K}_{m-n}(\lambda \ell_{pq}) \cdot \bar{b}_{2,n}(\rho_q, \lambda) - \frac{\lambda}{2} \ell_{pq} \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot [\tilde{K}_{m-n+1}(\lambda \ell_{pq}) + \tilde{K}_{m-n-1}(\lambda \ell_{pq})] \cdot \bar{b}_{1,n}(\rho_q, \lambda) \right\} \cdot e^{i(m-n)\alpha_{pq}}, \end{aligned}$$

where  $\alpha_{pq}$  - the angle between the  $x_p$  axis and the segment  $\ell_{qp}$ ;

$$\tilde{K}_m(x) = (\text{sign}(x))^m \cdot K_m(|x|).$$

The distance and angle between the parallel displaced cavities shall be calculated by the formulas:

$$\begin{aligned} L_{pq} &= \begin{cases} \sqrt{L_{1p}^2 + L_{1q}^2 - 2 \cdot L_{1p} \cdot L_{1q} \cdot \cos(\alpha_{1q} - \alpha_{1p})}, & \text{at } \alpha_{1q} \geq \alpha_{1p} \\ \sqrt{L_{1p}^2 + L_{1q}^2 - 2 \cdot L_{1p} \cdot L_{1q} \cdot \cos(\alpha_{1p} - \alpha_{1q})}, & \text{at } \alpha_{1q} < \alpha_{1p} \end{cases}, \\ \alpha_{pq} &= \begin{cases} \alpha_{1p} - \arcsin(L_{1q} \cdot \sin(\alpha_{1q} - \alpha_{1p}) / L_{pq}) + \pi, & \text{at } \alpha_{1q} \geq \alpha_{1p} \\ \alpha_{1p} - \arcsin(L_{1q} \cdot \sin(\alpha_{1q} - \alpha_{1p}) / L_{pq}) - \pi, & \text{at } \alpha_{1q} < \alpha_{1p} \end{cases}. \end{aligned}$$

In order to fulfill the boundary conditions at the layer boundaries, we are rewritten the vectors  $\vec{S}_{k,m}$  in (5), using the transition formulas (7), in the Cartesian coordinate system through the basic solutions  $\vec{u}_k^{(-)}$  for  $y=h$  and for  $y=-\tilde{h}$ . We equate the obtained vectors with the given  $\vec{U}_h^0(x, z)$  when  $y=h$  and  $\vec{U}_{\tilde{h}}^0(x, z)$  when  $y=-\tilde{h}$  (1), represented through double Fourier integral.

From the obtained equations, we find the functions  $H_k(\lambda, \mu)$  and  $\tilde{H}_k(\lambda, \mu)$ , using  $B_{k,m}^{(p)}(\lambda)$ .

In order to satisfy the matching conditions of the layer and the inclusion  $p$  in the displacements (2), we rewrite them in solutions  $\vec{u}_k^{(+)}$  and  $\vec{u}_k^{(-)}$  in  $\vec{U}_0(\varphi_p, z)|_{p_p=R_p}$  in terms of basic solutions  $\vec{R}_{k,m}(\rho_p, \varphi_p, z; \lambda)$  (8), and also for each inclusion  $\neq p$ , we rewrite the solutions  $\vec{S}_{k,m}(\rho_q, \varphi_q, z; \lambda)$ , using the solutions  $\vec{S}_{k,m}(\rho_p, \varphi_p, z; \lambda)$ , according to formulas (9). So we get three equations for each inclusion in the displacements. Applying the stress operator to each obtained expression, we can write three more equations for each inclusion in the form of stresses (2). Thus, we obtain  $N \cdot 6$  infinite equations with  $(N+1) \cdot 6$  unknowns  $H_k(\lambda, \mu)$ ,  $\tilde{H}_k(\lambda, \mu)$ ,  $B_{k,m}^{(p)}(\lambda)$ ,  $A_{k,m}^{(p)}(\lambda)$ . If we now exclude from these equations  $H_k(\lambda, \mu)$ ,  $\tilde{H}_k(\lambda, \mu)$  found earlier, using



$B_{k,m}^{(p)}(\lambda)$ , get rid of the series in  $m$  and integrals in  $\lambda$ , then we get  $N \cdot 6$  infinite systems of linear algebraic equations of the second kind for determining the unknowns  $B_{k,m}^{(p)}(\lambda)$ ,  $A_{k,m}^{(p)}(\lambda)$ .

The determinant of this system of equations coincides with [22].

These systems can be solved by the reduction method, and there is a convergence of approximate solutions to the exact one. As a result, we find the unknown  $B_{k,m}^{(p)}(\lambda)$ ,  $A_{k,m}^{(p)}(\lambda)$ . Now we substitute  $B_{k,m}^{(p)}(\lambda)$  in the expressions for  $H_k(\lambda, \mu)$  and  $\tilde{H}_k(\lambda, \mu)$ , this will define all the unknown problems.

### Numerical studies of the stress state

We have a homogeneous isotropic layer (ABS plastic)  $\sigma_0 = 0.38$ ,  $E_0 = 1,700 \text{ N/mm}^2$ , which has three longitudinal cylindrical inclusions (steel)  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0.21$ ,  $E_1 = E_2 = E_3 = 200,000 \text{ N/mm}^2$ . Geometric characteristics of the section:  $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \text{ mm}$ ,  $h = 20 \text{ mm}$ ,  $\tilde{h} = 40 \text{ mm}$ ,  $L_{12} = L_{13} = 30 \text{ mm}$ ,  $\alpha_{12} = 0$ ,  $\alpha_{13} = \pi$ .

Displacements are set on the upper boundary  $U_y^{(h)}(x, z) = -10^8 \cdot (z^2 + 10^2)^{-2} \cdot (x^2 + 10^2)^{-2}$ ,  $U_x^{(h)} = U_z^{(h)} = 0$ , there are no displacements on the lower boundary of the layer  $U_x^{(\tilde{h})} = U_y^{(\tilde{h})} = U_z^{(\tilde{h})} = 0$ .

The infinite system of equations was reduced to a finite one— $m=6$ . The integrals are calculated using the Philo quadrature formulas (for oscillating functions) and Simpson (for functions without oscillations). The accuracy of the boundary conditions at the specified values of geometric parameters is  $10^{-2}$ .

In comparison, the problem for a layer with one cylindrical inclusion has been calculated [22].

Figure 2 shows the stress state on the cylindrical mating surface of the layer and the first inclusion (in the body of the layer), at  $z = 0$ , MPa.

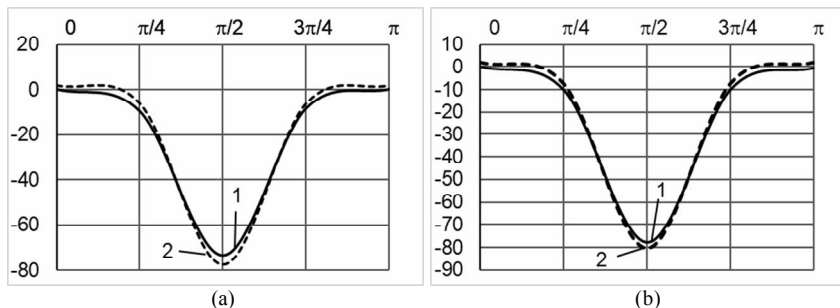


Fig. 2. Stress state on the mating surface (in the body of the layer):

(a) –  $\sigma_0$ ; (b) –  $\sigma_z$ ; 1 – three inclusions; 2 – one inclusion

With an increase in the number of longitudinal bars, the maximum stresses in the layer body decrease slightly (Fig. 2).

The maximum stresses occur in the upper part of the layer. In the lower part of the layer, the stresses are relatively small; therefore, they are not shown in Figure 2.

The stresses in the body of inclusions are shown in Figure 3.

The maximum negative stresses  $\sigma_\varphi$  (Fig. 3 (a)) arise at  $\varphi = \pi/4$  and  $\varphi = 3\pi/4$  in the upper part of the inclusion.

The largest stresses  $\sigma_z$  are positive, the maximum values of which arise in the lower part of the inclusion at  $\varphi = 6\pi/4$  (Fig. 3 (b)). Negative stress values  $\sigma_z$  appear in the upper part of the inclusion at  $\varphi = \pi/2$ .

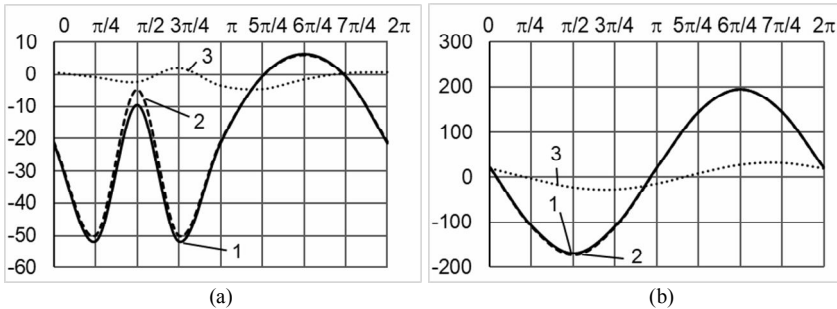


Fig. 3. Stress state on the mating surface (in the body of the layer):

(a) –  $\sigma_\varphi$ ; (b) –  $\sigma_z$ ; 1 – in the body of the first inclusion; 2 – option with one inclusion; 3 – in the body of the second and the third inclusions

The greatest tangent stresses  $\tau_{\rho\varphi}$  on the mating surface arise in its upper part at  $\varphi = \pi/4$  and  $\varphi = 3\pi/4$ .

### Conclusions

Based on the generalized Fourier method, an analytical-numerical algorithm for calculating the second main spatial problem of elasticity for the layer with N cylindrical inclusions that are parallel to the layer surfaces has been developed. The problem is reduced to a set of infinite systems of linear algebraic equations.

On the strength of numerical studies of the algebraic system, it can be argued that the solution of this system can be found with any degree of accuracy by the reduction method. This is confirmed by the high accuracy of fulfilling the boundary conditions.

A comparative analysis of the layer stress state with one and three inclusions has been carried out. When the inclusions are located close, an increase in stresses  $\sigma_\varphi$  in their bodies is revealed.

Further studies in this direction are relevant for a layer lying on an elastic foundation (conjugate with a half-space) and having several longitudinal cylindrical inclusions.

## REFERENCES

1. *Guz' A. N., Kosmodamianskiy A. S., Shevchenko V. P. and others.* Mekhanika kompozitov (Mechanics of composites). Vol 7. Kонтсentratsiya napryazheniy (Concentration of stresses). Kiev: Nauk. Dumka. – 1998. – P. 114 – 137. (In Russian).
2. *Vaysfel'd N., Popov G., Reut V.* The axisymmetric contact interaction of an infinite elastic plate with an absolutely rigid inclusion / Acta Mech. – 2015. – vol. 226. – P. 797–810. doi: <https://doi.org/10.1007/s00707-014-1229-7>
3. *Popov G., Vaysfel'd N.* Osesimmetrichnaya zadacha teorii uprugosti dlya beskonechnoy plity s tsilindricheskim vklyucheniym pri uchete yeye udel'nogo vesa (The axisymmetric problem of the theory of elasticity for an infinite plate with a cylindrical inclusion, taking into account its specific gravity) / Prikladnaya mekhanika (Applied mechanics). – 2014. – Vol. 50, № 6. – P. 27–38.
4. *Bobyleva T.* Approximate Method of Calculating Stresses in Layered Array / Procedia Engineering. – 2016. – Vol.153. – P.103 – 106. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.087>
5. *Guz' A.N., Kubenko V. D., Cherevko M. A.* Difraktsiya uprugikh voln (Diffraction of elastic waves). – Kiev: Nauk. Dumka. – 1978. – 307 p. (In Russian).
6. *Grinchenko V.T., Meleshko V. V.* Garmonicheskiye kolebaniya i volny v uprugikh telakh (Harmonic vibrations and waves in elastic bodies). – Kiev: Nauk. Dumka. – 1981. – 284 p. (In Russian).
7. *Volchkov V. V., Vukolov D. S., Storogev V. I.* Difraktsiya voln sdviga na vnutrennikh tunnel'nykh tsilindricheskikh neodnorodnostyakh v vide polosti i vklyucheniya v uprugom sloye so svobodnymi granyami (Diffraction of shear waves by internal tunneling cylindrical non-homogeneities in the form of a cavity and inclusion in an elastic layer with free faces) / Mekhanika tverdogo tela (Solid mechanics). – 2016. – Vol. 46. – P. 119 – 133. (In Russian).
8. *Nikolaev A. G., Protsenko V. S.* Obobshchenny metod Fur'ye v prostranstvennykh zadachakh teorii uprugosti (Generalized Fourier method in spatial problems of the theory of elasticity). – Kharkov: Nats. aerokosm. universitet im. N.Ye. Zhukovskogo «KHAІ» (National Aerospace University "KhAI"). 2011. – 344 p. (In Russian).
9. *Protsenko V. S., Nikolaev A. G.* Prostranstvennaya zadacha Kirsha (Kirsch spatial problem) / Matematicheskiye metody analiza dinamicheskikh sistem (Mathematical methods for analyzing dynamic systems). – 1982. – Vol. 6. – P. 3 – 11. (In Russian).
10. *Protsenko V. S., Ukrainec N. A.* Primeneniye obobshchennogo metoda Fur'ye k resheniyu pervoy osnovnoy zadachi teorii uprugosti v poluprostranstve s tsilindricheskoy polost'yu (Application of the generalized Fourier method to the solution of the first main problem of the theory of elasticity in a half-space with a cylindrical cavity) / Visnyk Zaporiz'koho natsional'nogo universytetu (Bulletin of Zaporizhzhya National University). 2015. Vol. 2. P. 193–202. (In Russian).
11. *Nikolaev A. G., Orlov E. M.* Resheniye pervoy osesimmetrichnoy termouprugoy kravevoy zadachi dlya transversal'no-izotropnogo poluprostranstva so sferoidal'noy polost'yu (Solution of the first axisymmetric thermoelastic boundary value problem for a transversely isotropic half-space with a spheroidal cavity) / Problemy obchyslyval'noyi mekhaniky i mitsnosti konstruktivnykh (Problems of Computational Mechanics and Strength of Structures). – 2012. – Vol.20. – P. 253-259. (In Russian).
12. *Nikolaev A. G., Tanchik E. A.* Uprugaya mekhanika mnogokomponentnykh tel (Elastic mechanics of multicomponent bodies). – Kharkov: Nats. aerokosm. universitet im. N.Ye. Zhukovskogo «KHAІ» (National Aerospace University "KhAI"), – 2014. – 272 p.
13. *Nikolaev A. G., Tanchik E. A.* The first boundary-value problem of the elasticity theory for a cylinder with N cylindrical cavities / Numerical Analysis and Applications. – 2015. – Vol. 8. – P. 148–158.
14. *Nikolaev A. G., Tanchik E. A.* Stresses in an Infinite Circular Cylinder with Four Cylindrical Cavities / Journal of Mathematical Sciences. –2016. – Vol. 217, Iss. 3. – P. 299–311.
15. *Nikolaev A. G., Tanchik E. A.* Model of the Stress State of a Unidirectional Composite with Cylindrical Fibers Forming a Tetragonal Structure / Mechanics of Composite Materials. – 2016. –Vol. 52. – P. 177–188.

16. Nikolaev A. G., Tanchik E. A. Stresses in an elastic cylinder with cylindrical cavities forming a hexagonal structure / Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2016. – Vol. 57. – P. 1141–1149.
17. Miroshnikov V. Yu. The study of the second main problem of the theory of elasticity for a layer with a cylindrical cavity / Strength of Materials and Theory of Structures. – 2019. – №102. – P. 77–90. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2019.102.77-90>
18. Miroshnikov V. Y. Stress State of an Elastic Layer with a Cylindrical Cavity on a Rigid Foundation / International Applied Mechanics. – 2020. – №56(3). – P. 372–381.
19. Miroshnikov V. Determination of the stress state of a layer with a cylindrical cavity, located on an elastic base and given boundary conditions in the form of displacements / European Journal of Technical and Natural Sciences. Section 3. Machinery construction. – 2019. – №5-6. – P.21–25 <https://doi.org/10.29013/EJTNS-19-5.6-21-26>
20. Miroshnikov V. Yu., Protsenko V.S. Determining the stress state of a layer on a rigid base weakened by several longitudinal cylindrical cavities / Journal of Advanced Research in Technical Science. – 2019. – Iss. 17. – P.11–21 <https://doi.org/10.26160/2474-5901-2019-17-11-21>
21. Miroshnikov V., Denysova T., Protsenko V. The study of the first main problem of the theory of elasticity for a layer with a cylindrical cavity / Strength of Materials and Theory of Structures. – 2019. – №103. – P. 208–218. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2019.103.208-218>
22. Miroshnikov V. Yu., Medvedeva A. V., Oleshkevich S. V. Determination of the Stress State of the Layer with a Cylindrical Elastic Inclusion / Materials Science Forum. – 2019. – Vol. 968. – pp. 413-420. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.968.413>

Стаття надійшла 15.02.2021

Мірошніков В.Ю., Денисова Т. В.

### ДОСЛІДЖЕННЯ ДРУГОЇ ОСНОВНОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ДЛЯ ШАРУ З ЦИЛІНДРИЧНИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

При проектуванні конструкцій у вигляді армованого шару доводиться стикатися з ситуацією, коли стержні армування розташовані близько один до одного. У цьому випадку зростає вплив їх один на одного. Для отримання напружено-деформованого стану в зоні контакту шару і включення необхідно мати метод, який би дозволяв отримати результат з високою точністю.

У цій роботі запропоновано аналітико-чисельний підхід до вирішення просторової задачі теорії пружності для шару з заданою кількістю поздовжніх циліндричних включень і заданих на межах шару переміщеннях.

Розв'язок задачі отримано на основі узагальненого методу Фур'є щодо системи рівнянь Ламе в локальних циліндричних координатах, пов'язаних з включеннями і декартових координатах, пов'язаних з межами шару. Нескінченні системи лінійних алгебраїчних рівнянь, які отримані в результаті задоволення граничних умов і умов сполучення шару з включеннями, розв'язано методом редукції. В результаті отримані переміщення і напруження в різних точках розглянутого середовища. При порядку системи рівнянь 6, точність виконання граничних умов склала  $10^{-3}$  для значень від 0 до 1.

Чисельні дослідження алгебраїчної системи рівнянь дають підстави стверджувати, що її рішення може бути з будь-яким ступенем точності знайдено методом редукції, що підтверджується високою точністю виконання граничних умов.

У чисельному аналізі порівнювалися варіанти шару з одним і з трьома включеннями. Результат показав, що близьке розташування стержнів армування збільшує напруження на поверхні цих включень. Також були отримані значення напружень на поверхнях контактів шару з включеннями.

Запропонований алгоритм розв'язання можна використовувати при проектуванні конструкцій, розрахунковою схемою яких є шар з поздовжніми циліндричними включеннями і заданими на межах шару переміщеннях.

**Ключові слова:** шар з циліндричними включеннями, рівняння Ламе, узагальнений метод Фур'є, нескінченні системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

*Miroshnikov V. Yu., Denysova T. V.*

### **INVESTIGATION OF THE SECOND MAIN PROBLEM OF ELASTICITY FOR A LAYER WITH $N$ CYLINDRICAL INCLUSIONS**

When designing structures in the form of a reinforced layer, one has to deal with the situation when the reinforcement bars are located close to each other. In this case, their influence on each other increases. In order to obtain the stress-strain state in the contact zone of the layer and the inclusion, it is necessary to have a method that would allow obtaining a result with high accuracy.

In this work, an analytical-numerical approach to solving the spatial problem of the theory of elasticity for a layer with a given number of longitudinal cylindrical inclusions and displacements given at the boundaries of the layer has been proposed.

The solution of the problem has been obtained by the generalized Fourier method with respect to the system of Lamé's equation in local cylindrical coordinates associated with inclusions and Cartesian coordinates associated with layer boundaries. Infinite systems of linear algebraic equations obtained by satisfying the boundary conditions and conjugation conditions of a layer with inclusions have been solved by the reduction method. As a result, displacements and stresses have been obtained at different points of the considered medium. When the order of the system of equations is 6, the accuracy of fulfilling the boundary conditions was  $10^{-2}$  for values from 0 to 1.

Numerical studies of the algebraic system of equations give grounds to assert that its solution can be found with any degree of accuracy by the reduction method, which is confirmed by the high accuracy of fulfilling the boundary conditions.

In the numerical analysis, variants of the layer with 1 and 3 inclusions have been compared. The result has shown that close placement of reinforcement bars increases stresses  $\sigma_{\varphi}$  on the surface of these inclusions. The values of stresses on the layer contact surfaces with inclusions have also been obtained.

The proposed solution algorithm can be used in the design of structures, the computational scheme of which is the layer with longitudinal cylindrical inclusions and displacements specified at the layer boundaries.

**Keywords:** layer with cylindrical inclusions, Lamé's equations, generalized Fourier method, infinite systems of linear algebraic equations.

УДК 539.3

*Мирошніков В.Ю., Денисова Т.В. Дослідження другої основної задачі теорії пружності для шару з  $N$  циліндричними включеннями // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 156-166.*

*Досліджено напружено – деформований стан шару з декількома циліндричними включеннями, коли на межах шару задані переміщення.*

Табл. 0. Іл. 3. Бібліогр. 22 назв.

UDC 539.3

*Miroshnikov V. Yu., Denisova T. V. Investigation of the second main problem of elasticity for a layer with  $n$  cylindrical inclusions // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. - Kyiv: KNUBA, 2021. - Issue 106. - P. 156-166.*

*The stress - strain state of a layer with several cylindrical inclusions when displacements are set at the layer boundaries is investigated.*

Tabl. 0. Fig. 3. Ref. 22.

УДК 539.3

*Мирошніков В.Ю., Денисова Т.В. Исследование второй основной задачи теории упругости для слоя с  $N$  цилиндрическими включениями // Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.-техн. сборн. - К.: КНУСА, 2021. - Вип. 106. - С. 156-166.*

*Исследовано напряженно - деформированное состояние слоя с несколькими цилиндрическими включениями, когда на границах слоя заданы перемещения.*

Табл. 0. Ил. 5. Библиогр. 18 назв.

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** *Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри міцності літальних апаратів Національного аерокосмічного університету ім. М. Є. Жуковського «ХАІ» Мірошніков Віталій Юрійович*

**Адреса робоча:** *61000, Україна, м. Харків, вул. Чкалова 17, Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «ХАІ», Мірошнікову Віталію Юрійовичу*

**Мобільний. тел.:** +38 067 7893333

**E-mail:** m0672628781@gmail.com

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0002-9491-0181>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** *Кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики та економіко-математичних методів Харківського національного економічного університету імені Семена Кузнеця Денисова Тетяна Володимирівна*

**Адреса робоча:** *61166, Україна, м. Харків, пр. Науки, 9а, Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця, Денисовій Тетяні Володимирівні*

**Мобільний. тел.:** +380936997803

**E-mail:** tetiana.denysova@hneu.net

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0001-7254-0901>.

UDC 515.2+563.3

## DETERMINATION OF LOAD DISTRIBUTION IN A GIVEN MEDIUM ACCORDING TO THE VALUES OF THE LOADS AT CERTAIN POINTS

**O.V. Mostovenko,**

Candidate of technical sciences, Associate professor

**S.M. Kovalov,**

Doctor of technical sciences, Professor

**S.I. Botvinovska,**

Doctor of technical sciences, Professor

*Kyiv national university of construction and architecture,  
31, Povitroflotskyi Ave., Kyiv, Ukraine, 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.167-175

Taking into account force, temperature and other loads, the stress and strain state calculations methods of spatial structures involve determining the distribution of the loads in the three-dimensional body of the structure [1, 2].

In many cases the output data for this distribution can be the values of loadings in separate points of the structure. The problem of load distribution in the body of the structure can be solved by three-dimensional discrete interpolation in four-dimensional space based on the method of finite differences, which has been widely used in solving various engineering problems in different fields. A discrete conception of the load distribution at points in the body or in the environment is also required for solving problems by the finite elements method [3-7].

From a geometrical point of view, the result of three-dimensional interpolation is a multivariate of the four-dimensional space [8], where the three dimensions are the coordinates of a three-dimensional body point, and the fourth is the loading at this point. Such interpolation provides for setting of the three coordinates of the point and determining the load at that point. The simplest three-dimensional grid in the three-dimensional space is the grid based on a single sided hypercube. The coordinates of the nodes of such a grid correspond to the numbering of nodes along the coordinate axes.

Discrete interpolation of points by the finite difference method is directly related to the numerical solutions of differential equations with given boundary conditions and also requires the setting of boundary conditions.

If we consider a three-dimensional grid included into a parallelepiped, the boundary conditions are divided into three types: 1) zero-dimensional (loads at points), where the three edges of the grid converge; 2) one-dimensional (loads at points of lines), where the four edges of the grid converge; 3) two-dimensional (loads at the points of faces), where the five edges of the grid converge. The zero-dimensional conditions are boundary conditions for one-dimensional interpolation of the one-dimensional conditions, which, in turn, are boundary conditions for two-dimensional conditions, and the two-dimensional conditions are boundary conditions for determining the load on the inner points of the grid.

If a load is specified only at certain points of boundary conditions, then the interpolation problem is divided into three stages: one-dimensional load interpolation onto the line nodes, two-dimensional load interpolation onto the surface nodes and three-dimensional load interpolation onto internal grid nodes.

The proposed method of discrete three-dimensional interpolation allows, according to the specified values of force, temperature or other loads at individual points of the three-dimensional body, to interpolate such loads on all nodes of a given regular three-dimensional grid with cubic cells.

As a result of interpolation, a discrete point framework of the multivariate is obtained, which is a geometric model of the distribution of physical characteristics in a given medium according to the values of these characteristics at individual points.

**Key words:** three-dimensional interpolation, method of finite differences, four-dimensional space, load, point, grid, boundary conditions.

## Introduction

The result of the three-dimensional interpolation, from a geometric point of view, is a multivariate of the four-dimensional space [8], where three dimensions are the coordinates of the point of a three-dimensional body, and the fourth is the load at this point. Such interpolation involves setting three coordinates of a point and determining the load at that point. The simplest three-dimensional grid in three-dimensional space is a grid based on a single-side hypercube. The coordinates of the nodes of such a grid correspond to the numeration of nodes along the coordinate axes.

Discrete interpolation of points by the method of finite difference is directly related to the numerical solutions of differential equations with given boundary conditions and also requires the setting of boundary conditions. If we consider a three-dimensional grid bounded by a parallelepiped (Fig. 1(a)), the boundary conditions are divided into three types:

- zero-dimensional (loads at points  $A, C, H, F, V, X, Z, S$ ), where the three edges of the grid converge;

- one-dimensional (loads at the points of the lines  $AC, AF, FH, CH$ , etc.), where the four edges of the grid converge;

- two-dimensional (loads at the points of the faces), where the five edges of the grid converge.

The zero-dimensional conditions are the boundary conditions for one-dimensional interpolation of one-dimensional conditions, which, in turn, are boundary conditions for two-dimensional conditions, and two-dimensional conditions are boundary conditions for determining the load onto the inner points of the grid.

If a load is given only at certain points of boundary conditions, then the interpolation problem is divided into three stages:

- 1) one-dimensional load interpolation onto the line nodes;

- 2) two-dimensional load interpolation onto the surface nodes;

- 3) three-dimensional load interpolation onto the internal nodes of the grid.

The problem of discrete interpolation of the load  $U_i$  on the grid with a uniform unit step in the first stage is solved on the basis of a system of finite and difference equations that connect the loads to adjacent points of the boundary edge of the grid:

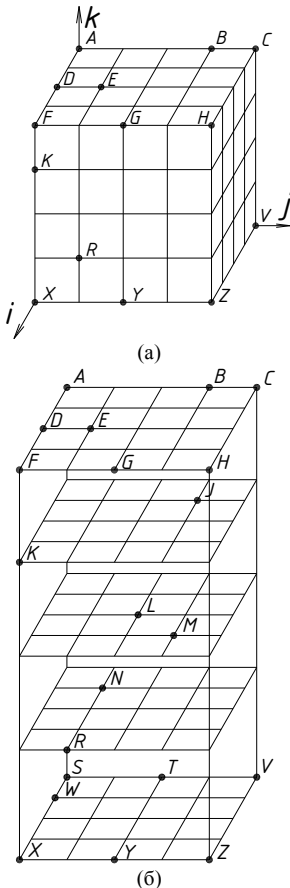


Fig. 1



$$U_{i-1} - 2U_i + U_{i+1} + P_i = 0, \quad (1)$$

where  $i$  - is the grid node number;  $P$  - the value of the finite difference.

In the interval  $AB$  (Fig. 2), the system (1) has  $m - 2$  equations with  $m - n - 2$  of unknown ordinates, where  $n$  is the number of given intermediate nodes (point  $C$ ). The number of equations of system (1) and the number of unknown coordinates  $U_i$  can be compared due to the unknown parameters of  $P_i$ .

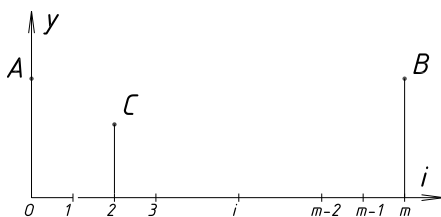


Fig. 2

It is known [9, 10] that if the graph of the distribution of the parameter  $P_i$  has a overfall, or individual values of  $P_i$  are not functionally related to the adjacent values of  $P_{i-1}$  and  $P_{i+1}$ , then the Discretely Presented Curve (DPC) in such places has a break. If the graph of the distribution of the parameter  $P_i$  has a break, then the DPC consists of smooth joint (in the discrete sense) curves. Therefore, it is proposed to form the distribution of the parameter  $P_i$  on the principle of the DPC formation, introducing additional parameters  $Q_i$ :

$$P_{i-1} - 2P_i + P_{i+1} + Q_i = 0. \quad (2)$$

In fig. 3 three graphs are shown where the graph of the change of the parameter  $Q$  at the point  $M''$  has a difference, the graph of the change of the parameter  $P$  at the point  $M'$  has a break, and the graph of the change of the coordinate  $U$  at the point  $M$  is a smooth junction of the two DPCs.

When solving discrete interpolation problems the parametric analysis of the initial conditions becomes important, as the number of unknowns in systems (1) and (2) has to be equal to the number of equations. The tables show the correspondence of the number of equations (1) and (2) to the number of the unknown  $U_i$ ,  $P_i$  and  $Q_i$  with the arbitrary number  $0 \leq n \leq m-2$  of the given intermediate nodes in the interval that has  $(m-1)$  steps.

Table

$n$	Number of equations (1)	Number of equations (2)	Number of unknown $y_i$	Number of unknown $P_i$	Number of unknown $Q_i$
0	$m-1$ ( $P_i=0$ )	0	$m-1$	0	0
1	$m-1$ ( $P_i=P$ )	0	$m-3$	$m-1$	0
2	$m-1$	$m-3$	$m-4$	$m-1$	1
3	$m-1$	$m-3$	$m-5$	$m-1$	2
4	$m-1$	$m-3$	...	...	...
...	...	...	1	$m-1$	$m-2$
$m-2$	$m-1$	$m-3$			

The first row of the table shows the case when no intermediate nodes are specified. Then the equation (1) takes the form:

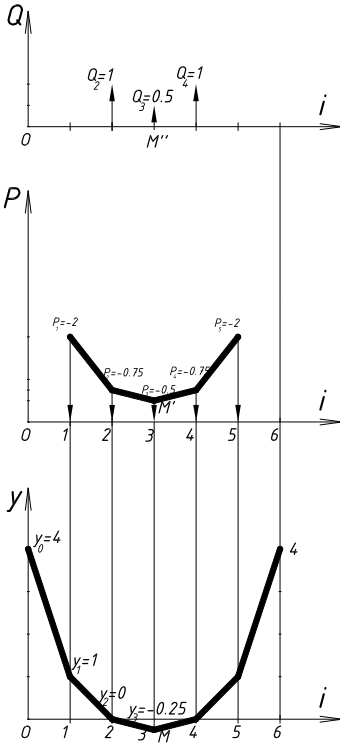


Fig. 3

$$U_{i-1} - 2U_i + U_{i+1} = 0$$

and the DPC is a uniform series of points on the line connecting the endpoints *A* and *B*.

The second row of the table shows the case when one intermediate point is given, and the unknown parameter *P* is the same in all equations (1):

$$U_{i-1} - 2U_i + U_{i+1} + P = 0.$$

The third row of the table (*n* = 2) shows that for two given intermediate points, the equation (2) takes the form:

$$P_{i-1} - 2P_i + P_{i+1} = 0.$$

The numbers of the equations (1) and (2) are shown in the last row of the table, if one node's coordinate of the DPC is unknown, and all others are given.

This principle of one-dimensional interpolation can be used for the problem solving of the two-dimensional and multidimensional interpolation of points on a uniform grid.

In the second stage, the two-dimensional interpolation completes the difference equations (1) and (2), and they, respectively, take the form:

$$U_{i-1,j} + U_{i+1,j} + U_{i,j-1} + U_{i,j+1} - 4U_{i,j} + P_{i,j} = 0, \tag{3}$$

$$P_{i-1,j} + P_{i+1,j} + P_{i,j-1} + P_{i,j+1} - 4P_{i,j} + Q_{i,j} = 0, \tag{4}$$

where the results of the one-dimensional interpolation of the contour DPC are accepted as boundary conditions for two-dimensional interpolation

The systems of equations (3) and (4) are formed for all the internal nodes of the grid. For a grid having *m* x *n* cells, we have (*m*-1)(*n*-1) of the equations (3), which have (*m*-2)(*n*-2)-*l* of the variable parameters *U<sub>i,j</sub>*, where *l* - is the number of given parameters *U<sub>i,j</sub>* of the internal nodes. The equations of system (4) are also compiled for all the internal nodes of the grid, and *P<sub>i,0</sub>*=*P<sub>i,m</sub>*=*P<sub>0,j</sub>*=*P<sub>n,j</sub>*=0 in order to include the parameters *P<sub>1,1</sub>*; *P<sub>m-1,1</sub>*; *P<sub>1,n-1</sub>* i *P<sub>m-1,n-1</sub>* to this system.

Then the system (4) calculates the equation (*m*-2)(*n*-2) and has (*m*-2)(*n*-2) of the virables of *P<sub>i,j</sub>* parameters and (*m*-2)(*n*-2) of the variables of *Q<sub>i,j</sub>* parameter. Together, the systems (3) and (4) have 2(*m*-2)(*n*-2) equations and have 3(*m*-2)(*n*-2)-*l* of variables. In order for the number of variables to be equal to the number of equations, the system (4) requires the number (*m*-2)(*n*-2) of *Q<sub>i,j</sub>* variables to be reduced to 1. This can be done by adding to the systems (3) and (4) the equations (*m*-2)(*n*-2)-*l* of the type *Q<sub>i-1,j</sub>*=*Q<sub>i,j</sub>*, or *Q<sub>i,j</sub>*=*Q<sub>i,j-</sub>*

In the third stage, three-dimensional interpolation is performed, the boundary conditions for which are the two-dimensional grids obtained in the second stage. For all the internal nodes of the three-dimensional grid the finite-difference equations are formed:

$$\begin{aligned} U_{i-1,j,k} + U_{i+1,j,k} + U_{i,j-1,k} + U_{i,j+1,k} + U_{i,j,k-1} + U_{i,j,k+1} - 6U_{i,j,k} + P_{i,j,k} &= 0, \\ P_{i-1,j,k} + P_{i+1,j,k} + P_{i,j-1,k} + P_{i,j+1,k} + P_{i,j,k-1} + P_{i,j,k+1} - 6P_{i,j,k} + Q_{i,j,k} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

The number of the variables  $Q_{i,j,k}$  must be equal to the number of specified parameters  $U_{i,j,k}$  of the internal nodes of the three-dimensional grid.

**Example** (Fig. 1).

It is given the uniform three-dimensional grid in a limited space  $0 \leq i \leq 4; 0 \leq j \leq 4; 0 \leq k \leq 4$ .

We are given the coordinates  $i, j, k, U$  of the nodes  $A, B, \dots, Z$ :  $A(0; 0; 4; 8.94), B(0; 3; 4; 9.43), C(0; 4; 4; 9.8), D(2; 0; 4; 7.21), E(2; 1; 4; 7.28), F(4; 0; 4; 5.66), G(4; 2; 4; 6), H(4; 4; 4; 6.93), J(1; 3; 3; 8.19), K(4; 0; 3; 5), L(2; 2; 2; 6.63), M(3; 3; 2; 6.16), N(1; 1; 1; 7.14), R(4; 1; 1; 4.24), S(0; 0; 0; 8), T(0; 2; 0; 8.25), V(0; 4; 0; 8.94), W(1; 0; 0; 7), X(4; 0; 0; 4), Y(4; 2; 0; 4.47), Z(4; 4; 0; 5.66)$ . We need to determine the value of the parameter  $U_{i,j,k}$  in the other nodes of the grid.

In the first stage, the interpolation of one-dimensional elements  $AC, AF, FH, CH, SV, SX, VZ, XZ, FX, AS, CV, HZ$  according to formulas (1) and (2) is performed.

In the second stage, according to the known values of the parameter  $U_{i,j,k}$  of the vertices of one-dimensional elements the values of the parameter  $U_{i,j,k}$  are defined for the nodes of two-dimensional boundaries  $ACHF, XSVZ, ASXF, ACVS, HCVZ, FHZX$  when compiling and solving systems of equations (3) and (4).

In the third stage, according to the known values of the parameters  $U_{i,j,k}$  of the points of two-dimensional elements of the boundaries the values of the parameter  $U_{i,j,k}$  are defined for internal nodes of the given three-dimensional grid when solving the system (5).

According to the results of calculations in Fig. 4, a discrete framework of the hypersurface  $U_{i,j,k} = f(i,j,k)$  is constructed in layers, which illustrates the load distribution in a given volume.

### Conclusions

The proposed method of discrete three-dimensional interpolation allows, according to the specified values of force, temperature or other loads at individual points of the three-dimensional body,

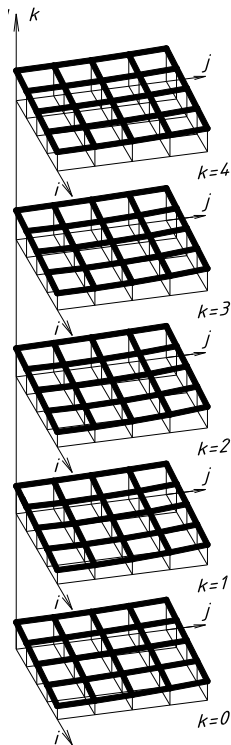


Fig. 4

to interpolate these loads on all nodes of a given regular three-dimensional grid with cubic cells. As a result of the interpolation, a discrete point framework of the multivariate is obtained, which is a geometric model of the distribution of physical characteristics in a given medium according to the values of these characteristics at individual points.

## REFERENCES

1. *Bazhenov V.A.* Vyznachennia oblasti vidmovy naftovoho rezervuara z nedoskonalostiamy stinky pry kombinovanomu navantazhenni (Definition of the failure region of the oil tank with wall imperfections in combined loading) / V.A. Bazhenov, O.O. Lukianchenko, O.V. Kostina // Strength of Materials and Theory of Structures. 2018. № 100–2018. - Vip.100. – P. 27 - 39.
2. *Solodei I.I.* Vyznachennia navantazhen vid masvyu gruntovykh supychykh porid pry proektuvanni pidzemnykh sporud (Determination of loads from array of runningsoil when designing underground structures) / I.I. Solodei, H.A. Zatiliuk. // Opir materialiv i teoriya sporud. – 2016. – №97. – P. 145–154.
3. *Bazhenov V.A.* Osobennosti yspolzovaniya momentnoy skhemy konechnykh elementov (MSKE) pry nelineynykh raschetakh obolochek i plastyn (Peculiarities of using the finite element moment scheme (FEMS) in nonlinear calculations of shells and plates) / V.A. Bazhenov, O.S. Saharov, O.I. Gulyar, C.O. Piskunov, Yu.V. Maksimyuk // Opir materialiv i teoriya sporud. – 2017. - Vip.92. – P. 3-16.
4. *Bazhenov V.A.* Napivalnitychniy metod skinchennykh elementiv u zadachakh ruinovannia zvychainykh tverdykh til (Semi-analytic method of finite elements in problems of destruction of ordinary solids) / [Bazhenov V.A., Hulyar O.I., Pyskunov S.O., Sakharov O.S.] – K., KNUBA, 2005. – 298 p.
5. *Bazhenov V.A.* Chyiselne modeliuvannia ruinovannia zalizobetonykh konstruksii metodom skinchennykh elementiv (Numerical modeling of the destruction of reinforced concrete structures using the finite element method) / [Bazhenov V.A., Gulyar A.I., Kozak A.L., Rutkovskiy V.A., Sakharov A.S.] – K., Naukova dumka, 1996. – 360 p.
6. *Hlushchenkov V.A.* Chyiselne doslidzhennya protsesiv vysokoshyvykiskinoho deformuvannia na osnovi metodu skinchennykh elementiv (Numerical study of high-speed deformation processes based on finite element method) / [Hlushchenkov V.A. etc.] // Mashynovedenye. 1986. №4. P.146-151.
7. *Maksimyuk Yu.V.* Kintsevyi element zahalnoho typu dlia rozv'iazannia osesymetrychnoi zadachi pro nestatsionarnu teploprovodnist (A finite element of general type for the solution of an axisymmetric problem of non-stationary heat conductivity) / Yu.V. Maksimyuk // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tehn. zbirnik / Vidp. red. V.A.Bazhenov. –K.:KNUBA, Vip.96, 2015. P. 148-157.
8. *Pugachev E.V.* Dyskretna interpolatsiia dyskretno predstavlenykh hiperpoverkhon v chotyryvymirnomu evklidovomu prostori (Discrete interpolation of discretely represented hypersurfaces in four-dimensional Euclidean space) /E.V. Pugachev / Interdepartmental Scientific and Tech. collection "Applied Geometry and Eng. graphics". Issue 67. Editor-in-Chief V.Ye. Mikhailenko.– K. : KNUBA, 2000.- P. 96-99.
9. *Kovalov S.M.* Statychna ta heometrychna interpretatsiia trytochkovykh riznytsevykh operatoriv dlia odnovymirnoi priamoï ta zvorotnoi interpolatsii (Static and geometric interpretation of three-point difference operators for one-dimensional forward and backward interpolation) / S.M. Kovalov, V.O. Vyazankin, S.I. Pustylga // Proceedings of the Tavriya State Agrotechnical Academy. - Melitopol, 2004. - Issue. 4, v. 28. - P. 21-25.
10. *Zolotova A.V.* Odnovymirna dyskretna interpolatsiia tochk na ploshchyni (One-dimensional discrete interpolation of points on the plane) / A.V. Zolotova // Scientific notes. Interuniversity collection (in the field of "Engineering Mechanics"). Vip. 22, part 2. - Lutsk, 2008. - P. 125-130.

*Мостовенко О.В., Ковальов С.М., Ботвіновська С.І.*

### **ВИЗНАЧЕННЯ РОЗПОДІЛУ НАВАНТАЖЕНЬ У ЗАДАНОМУ СЕРЕДОВИЩІ ЗА ЗНАЧЕННЯМИ ТАКИХ НАВАНТАЖЕНЬ В ОКРЕМИХ ТОЧКАХ**

Методи розрахунків напружено-деформованого стану просторових конструкцій з урахуванням силових, температурних та інших навантажень передбачають визначення розподілу таких навантажень у тривимірному тілі конструкції [1, 2].

Вихідними даними для такого розподілу у багатьох випадках можуть бути значення навантажень в окремих точках тіла конструкції. Задачу розподілу навантажень у тілі конструкції можна розв'язати за допомогою тривимірної дискретної інтерполяції у чотиривимірному просторі на основі методу скінчених різниць, який набув широкого використання при вирішенні різноманітних інженерних задач у різних галузях. Дискретне уявлення розподілу навантаження у точках тіла або середовища потрібно також для розв'язання задач методом скінчених елементів [3-7].

Результат тривимірної інтерполяції, з геометричної точки зору, є багатовидом чотиривимірного простору [8], де три виміри є координатами точки тривимірного тіла, а четвертий – навантаження у цій точці. Така інтерполяція передбачає задання трьох координат точки і визначення навантаження у цій точці. Найпростішою тривимірною сіткою у тривимірному просторі є сітка на основі гіперкуба з однією стороною. Координати вузлів такої сітки відповідають нумерації вузлів уздовж координатних осей.

Дискретна інтерполяція точок методом скінчених різниць має безпосередній зв'язок з чисельним розв'язанням диференціальних рівнянь з заданими крайовими умовами і так само потребує задання крайових умов.

Якщо розглядати тривимірну сітку, обмежену паралелепіпедом, то крайові умови поділяються на три типи: 1) нульвимірні (навантаження в точках), де сходяться по три ребра сітки; 2) одновимірні (навантаження в точках ліній), де сходяться по чотири ребра сітки; 3) двовимірні (навантаження в точках граней), де сходяться по п'ять ребер сітки. Нульвимірні умови є крайовими для одновимірної інтерполяції одновимірних умов, які в свою чергу є крайовими умовами для двовимірних умов, а двовимірні умови є крайовими умовами для визначення навантаження на внутрішні точки сітки.

Якщо задано навантаження тільки в окремих точках крайових умов, то задача інтерполяції поділяється на три етапи: одновимірна інтерполяція навантаження на вузли ліній, двовимірна інтерполяція навантаження на вузли поверхонь та тривимірна інтерполяція навантаження на внутрішні вузли сітки.

Запропонований спосіб дискретної інтерполяції дозволяє за заданими значеннями силових, температурних або інших навантажень в окремих точках тривимірного тіла проінтерполювати такі навантаження на всі вузли заданої регулярної тривимірної сітки з кубічними клітинами. У результаті інтерполяції отримується дискретний точковий каркас багатовиду, який є геометричною моделлю розподілу фізичних характеристик у заданому середовищі за значеннями таких характеристик в окремих точках.

**Ключові слова:** тривимірна інтерполяція, метод скінчених різниць, чотиривимірний простір, навантаження, точка, сітка, крайові умови.

*Мостовенко А.В., Ковалев С.Н., Ботвиновская С.И.*

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗКИ В ЗАДАНОЙ СРЕДЕ ПО ЗНАЧЕНИЯМ ТАКИХ НАГРУЗОК В ОТДЕЛЬНЫХ ТОЧКАХ**

Методы расчета напряженно-деформированного состояния пространственных конструкций с учетом силовых, температурных и других нагрузок предусматривают определение распределения таких нагрузок в трехмерном теле конструкции [1, 2].

Исходными данными для такого распределения во многих случаях могут быть значения нагрузок в отдельных точках тела конструкции. Задачу распределения нагрузок в теле конструкции можно решить с помощью трехмерной дискретной интерполяции в четырехмерном пространстве на основе метода конечных разностей, который получил широкое использование при решении различных инженерных задач в различных областях. Дискретное представление распределения нагрузки в точках тела или среды нужно также для решения задач методом конечных элементов [3-7].

Результат трехмерной интерполяции, с геометрической точки зрения, является многообразием четырехмерного пространства [8], где три измерения являются координатами точки трехмерного тела, а четвертым - нагрузка в этой точке. Такая интерполяция предусматривает задания трех координат точки и определения нагрузки в этой точке. Простой трехмерной сеткой в трехмерном пространстве есть сетка на основе

гиперкуба с единичной стороной. Координаты узлов такой сетки соответствуют нумерации узлов вдоль координатных осей.

Дискретная интерполяция точек методом конечных разностей имеет непосредственную связь с численным решением дифференциальных уравнений с заданными краевыми условиями и так же требует задания краевых условий.

Если рассматривать трехмерную сетку, ограниченную параллелепипедом, то краевые условия делятся на три типа: 1) нульмерные (нагрузка в точках), где сходятся по три ребра сетки; 2) одномерные (нагрузка в точках линий), где сходятся по четыре ребра сетки; 3) двумерные (нагрузка в точках граней), где сходятся по пять ребер сетки. Нульмерные условия являются краевыми для одномерной интерполяции одномерных условий, которые в свою очередь являются краевыми условиями для двумерных условий, а двумерные условия являются краевыми условиями для определения нагрузки на внутренние точки сетки.

Если задана нагрузка только в отдельных точках краевых условий, то задача интерполяции делится на три этапа: одномерная интерполяция нагрузки на узлы линий, двумерная интерполяция нагрузки на узлы поверхностей и трехмерная интерполяция нагрузки на внутренние узлы сетки.

Предложенный способ дискретной трехмерной интерполяции позволяет по заданным значениям силовых, температурных или других нагрузок в отдельных точках трехмерного тела проинтерполировать такие нагрузки на все узлы заданной регулярной трехмерной сетки с кубическими клетками. В результате интерполяции получается дискретный точечный каркас гиперповерхности, который является геометрической моделью распределения физических характеристик в заданной среде по значениям таких характеристик в отдельных точках.

**Ключевые слова:** трехмерная интерполяция, метод конечных разностей, четырехмерное пространство, нагрузка, точка, сетка, краевые условия.

УДК 515.2+563.3

*Мостовенко О.В., Ковальов С.М., Ботвіновська С.І. Визначення розподілу навантажень у заданому середовищі за значеннями таких навантажень в окремих точках // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – Київ: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 167-175.– Engl.*

*Методи розрахунків напружено-деформованого стану просторових конструкцій з урахуванням силових, температурних та інших навантажень передбачають визначення розподілу таких навантажень у тривимірному тілі конструкції.*

Табл. 1. Іл. 4. Бібліогр. 10 назв.

UDC 515.2+563.3

*Mostovenko O.V., Kovalov S.N., Botvinovska S.I. Determination of load distribution in a given medium according to the values of the loads at certain points // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. - Kyiv: KNUBA, 2021. - Issue 106. - P. 167-175.*

*Taking into account force, temperature and other loads, the stress and strain state calculations methods of spatial structures involve determining the distribution of the loads in the three-dimensional body of the structure.*

Tabl. 1. Fig. 4. Ref. 10.

УДК 515.2+563.

*Мостовенко О.В., Ковальов С.М., Ботвіновська С.І.*

**Определение распределения нагрузки в заданной среде по значениям таких нагрузок в отдельных точках// Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – Київ: КНУБА, 2021. – Вып. 106. – С. 167-175.–Engl.**

*Методы расчета напряженно-деформированного состояния пространственных конструкций с учетом силовых, температурных и других нагрузок предусматривают определение распределения таких нагрузок в трехмерном теле конструкции.*

Табл. 1. Рис. 4. Библиогр. 10 назв.

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент, докторант кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки КНУБА МОСТОВЕНКО Олександр Володимирович.

**Адреса:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський просп., 31, КНУБА, кафедра нарисної геометрії та інженерної графіки, Мостовенку Олександру Володимировичу.

**Робочий тел.:** +38(044) 241-55-47

**Мобільний тел.:** +38(050) 609-90-97

**E-mail:** a.mostovenko25@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-3423-4126>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор, професор кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки КНУБА КОВАЛЬОВ Сергій Миколайович.

**Адреса:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський просп., 31, КНУБА, кафедра нарисної геометрії та інженерної графіки, Ковальову Сергію Миколайовичу.

**Робочий тел.:** +38(044) 241-55-47

**Мобільний тел.:** +38(066) 103-64-35

**E-mail:** snkovalov41@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-7713-1768>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор, завідувачка кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки КНУБА БОТВИНОВСЬКА Світлана Іванівна.

**Адреса:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський просп., 31, КНУБА, кафедра нарисної геометрії та інженерної графіки, Ботвіновській Світлані Іванівні.

**Робочий тел.:** +38(044) 241-55-47

**Мобільний тел.:** +38(066) 213-02-58

**E-mail:** botvinovska@ua.fm

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-1832-1342>

УДК 624.046.2: 628.014

## ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ МЕТАЛЕВИХ ДИМОВИХ І ВЕНТИЛЯЦІЙНИХ ТРУБ ТА ЇХ НЕСУЧИХ ВЕЖ

**С.М. Яровий<sup>1</sup>**,  
д-р техн. наук, професор

**М.В. Савицький<sup>2</sup>**,  
д-р техн. наук, професор

**С.О. Слободянюк<sup>2</sup>**,  
д-р техн. наук, професор

<sup>1</sup>*Харківський національний університет будівництва і архітектури, Харків*

<sup>2</sup>*ДВНЗ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», Дніпро*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.176-200

Проблема забезпечення надійності в роботі металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж в останній час здобула особливу значимість в зв'язку з великою кількістю випадків аварій на промислових підприємствах. Це пов'язано з тим, що багато металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж випрацювала свій проектний ресурс (50 років), під час експлуатації утворилось багато дефектів та пошкоджень. Все це потребує проведення діагностики і визначення дійсного технічного стану конструкцій, оцінки довговічності і залишкового ресурсу, виконання ремонтних робіт і забезпечення нормальної експлуатації або надійності таких споруд.

**Ключові слова:** металеві димові і вентиляційні труби, несучі вежі, надійність, навантаження, впливи, пошкодження, напруження, деформації, довговічність, залишковий ресурс.

**Вступ.** Забезпечення надійності є одним із основних завдань при проектуванні, будівництві і експлуатації будівель та споруд. В останній час проблеми надійності для металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж здобула особливу значимість в зв'язку з великою кількістю випадків аварій на промислових підприємствах в Україні та закордоном.

Крім того, велика кількість металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж випрацювала свій проектних ресурс (50 років), під час експлуатації змінився режим їх роботи, підвищились навантаження та утворилось багато дефектів та пошкоджень. Все це потребує негайного проведення діагностики і визначення дійсного технічного стану конструкцій, проведення аналізу їх надійності.

**1. Постановка задачі. Аналіз публікацій.** Забезпечити надійність металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж, що експлуатуються тривалий час в складних умовах. Їх забезпечення, як правило, проводиться на основі здобутих даних при технічному обстеженні, визначенні причин виникнення пошкоджень і прогнозування їх розвитку, оцінці довговічності і залишкового ресурсу, виконанні ремонтних робіт і забезпеченні нормальної експлуатації. В основі



методології управління старінням металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж прийняті основні положення теорії надійності структурно-складних механічних систем, що взаємодіють із зовнішнім середовищем.

Визначаюче значення при оцінці надійності димових і вентиляційних труб та їх несучих веж має вихідна інформація про геометричні характеристики конструкцій, дійсні навантаження та розподіл зусиль, інформація про технічний стан та виявленні дефекти та пошкодження, чутливість металу конструкцій до динамічних, температурних і корозійних впливів і т.п.

Розвитку сучасних методів розрахунку і забезпеченню надійності будівельних конструкцій, будівель і споруд присвятили свої праці відомі вітчизняні вчені, такі як: М.С. Барабаш [1], О.П. Воскобойнік [2], О.С. Городецький, Є.А. Єгоров, А.І. Лантух-Лященко, А.В. Перельмутер, С.Ф. Пічугін [3], В.А. Пашинський [11], М.В. Савицький [12], Т.В. Нікіфорова [10], В.О. Семко [14], О.В.Семко і інші.

У відомих роботах не наводяться дані щодо оцінок надійності металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж, не розроблені методи оцінки довговічності та залишкового ресурсу таких конструкцій.

**2. Загальна методологія оцінки надійності і управління старінням елементів металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж.** В основі методології управління старінням металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж (МДВТіНВ) прийняті основні положення теорії надійності структурно-складних механічних систем, що взаємодіють із зовнішнім середовищем. Складовими частинами розробленої методології є [19]:

- загальна методологія управління старінням і продовження терміну експлуатації металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж (МДВТіНВ);

- класифікація впливів середовища експлуатації МДВТіНВ і методи оцінки їх впливу на розвиток процесів старіння матеріалів елементів МДВТіНВ;

- процедури моніторингу, діагностики, методи виявлення процесів старіння матеріалів елементів МДВТіНВ, включаючи руйнівний і неруйнівний контроль матеріалів;

- процедура аналізу та оцінки технічного стану МДВТіНВ;

- методики прогнозу кінетики розвитку процесів деградації матеріалів МДВТіНВ, їх впливу на зміну будівельно-технічних властивостей матеріалів і функціональних властивостей МДВТіНВ;

- підходи до розробки додаткових заходів щодо впливу на процеси деградації МДВТіНВ в результаті старіння;

- порядок організації, планування та реалізації додаткових заходів щодо управління старінням МДВТіНВ.

Основні терміни та визначення понять і показників, прийнятих в теорії надійності, а також методи їх розрахунку прийняті відповідно до нормативних документів [15], [16].

Надійність - властивість конструкцій зберігати в часі у встановлених межах значення всіх параметрів, що характеризують здатність виконувати необхідні функції в заданих умовах експлуатації при встановленій системі технічного обслуговування і ремонту. Надійність є комплексним поняттям і включає властивості безвідмовності, довговічності, ремонтпридатності і зберігання.

Безвідмовність - властивість конструкції безупинно зберігати працездатність протягом деякого періоду часу.

Кількісними показниками безвідмовності є ймовірність безвідмовної роботи, інтенсивність відмов.

Ймовірність безвідмовної роботи - ймовірність того, що в заданому інтервалі часу не виникає відмова конструкції:

$$P(t) = P\{T > t\}, \quad (1)$$

де  $t$  - поточний час;  $T$  - термін служби.

Ймовірність відмови:

$$F(t) = 1 - P(t). \quad (2)$$

Щільність розподілу ймовірності відмови:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}. \quad (3)$$

Інтенсивність відмов - умовна щільність ймовірності виникнення відмов, визначається для даного моменту часу за умови, що до цього моменту відмова не виникла:

$$h(t) = \frac{f(t)}{P(t)}. \quad (4)$$

Довговічність - властивість конструкції зберігати працездатність до настання граничного стану (відмови), тобто протягом усього періоду експлуатації при встановленій системі технічного обслуговування і ремонту.

Кількісними показниками довговічності є середній термін служби, гамма-процентний термін служби (ресурс).

Середній термін служби  $\bar{T}$  - математичне очікування тривалості від початку експлуатації конструкції до досягнення граничного стану.

Гамма-процентний термін служби (ресурс)  $T_\gamma$  - тривалість експлуатації, протягом якої конструкція досягає граничного стану із заданою ймовірністю  $\gamma$ , вираженою у відсотках.

Дані про безвідмовність, що містяться в точкових показниках  $\bar{T}$ ,  $T_\gamma$  менш інформативні, ніж інформація про будь-яку з функцій  $P(t)$ ,  $F(t)$ ,  $f(t)$ ,  $h(t)$ . Зазначені функції є функціями часу, кожна з яких однозначно характеризує розподіл випадкової величини (терміну служби). Знаючи одну з функцій, можливо обчислити всі інші.

Функції  $P(t)$  і  $F(t)$  являють собою інтегральні характеристики. Так як вони монотонні для будь-яких законів розподілу, то часто неможливо виявити особливість різних типів законів розподілу.

Функція  $f(t)$  є більш інформативною і характеризує різні властивості розподілу (розташування області можливих значень на осі часу, наявність і розподіл найбільш ймовірних значень, ступеня розсіювання, симетричності і ін.).

Функція  $h(t)$  являє собою узагальнену характеристику розподілу, яка несе інформацію відразу про дві функції  $f(t)$  і  $P(t)$ , або  $F(t)$ . Тому функція інтенсивності відмов є ще більш виразною характеристикою закону розподілу в порівнянні з  $f(t)$ . Функція  $h(t)$  є одним з найважливіших критеріїв при виборі теоретичної моделі розподілу терміну служби.

Показники надійності експлуатованих будівельних конструкцій, що експлуатуються, можливо отримати чотирма основними методами: 1) статистичним; 2) фізико-статистичним; 3) експертних оцінок; 4) випробування навантаженням.

Статистичний метод полягає в накопиченні та обробці даних про відмови масових однотипних конструкцій. Так як відмов будівельних конструкцій за першою групою граничних станів зазвичай не допускають, то отримати статистику відмов будівельних конструкцій за першою групою граничних станів не представляється можливим. Можливе отримання закономірностей відмов конструкцій тільки за другою групою граничних станів (наприклад, прогини і ін.). Тому в подальшому для управління старінням будівельних конструкцій МДВТіНВ цей метод не використовується.

Фізико-статистичний метод оцінки і прогнозу надійності будівельних конструкцій заснований на вивченні фізико-хімічних і механічних процесів деградації матеріалів, що відбуваються під впливом зовнішнього несприятливого середовища експлуатації конструкцій («фізики відмов») і формуванні моделі відмов на основі отриманих закономірностей.

Метод експертних оцінок технічного стану конструкцій ґрунтується на реєстрації сукупності ознак зносу будівельних конструкцій і відповідно цими ознаками деякої інтегральної оцінки.

Метод випробування та оцінки технічного стану будівельних конструкцій навантаженням полягає в отриманні інформації, що дозволяє виконати оцінку випробувань конструкції шляхом порівняння фактичних результатів з контрольними. Головним змістом інформації є залежність між величиною деформації і навантаженням на всіх етапах навантаження і екстраполяції результатів до стадії руйнування.

В основу методології оцінки надійності і управління старінням металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж (МДВТіНВ) прийнятий фізико-статистичний метод.

**2.1. Фізико-статистичний метод оцінки надійності елементів металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж.** В основу фізико-статистичного методу оцінки надійності і довговічності конструкцій МДВТіНВ покладено такі передумови [20]:

1). У відповідності з дійсністю враховується розвиток деградаційних процесів в матеріалах конструкцій при несприятливому впливі середовища, тобто розрахунок конструкцій, що взаємодіють з середовищем, виконується з урахуванням кінетики розвитку процесів деградації матеріалів.

2). Вплив середовища оцінюється за критерієм впливу на функціональні властивості несучих конструкцій.

3). Фактор часу вводиться в розрахунок в явному вигляді: регламентується термін служби конструкцій або при заданих параметрах визначається довговічність конструкцій.

4). Розглядається надійність конструкції тільки за внутрішніми властивостями у припущенні, що граничне розрахункове значення навантаження або граничні значення показників, що регламентуються нормами проектування, забезпечують функціональну надійність.

5). Закладається принцип рівнонадійності конструкцій, що проектуються для різних умов експлуатації: до кінця терміну служби або міжремонтного періоду, конструкції, які проектуються для умов експлуатації при несприятливому впливі середовища повинні мати таку ж надійність, що і конструкції, які проектуються для нормальних умов експлуатації.

6). Процес деградації конструкцій, перехід з одного дискретного технічного стану в інший описується марковським процесом або процесом Пуассона з дискретними станами і безперервним часом.

Основою фізико-статистичного методу визначення, прогнозу і забезпечення надійності конструкцій є:

а) результати досліджень фізико-хімічних процесів зміни властивостей матеріалів конструкцій в часі при впливі несприятливих середовищ;

б) детерміновані залежності, що зв'язують показники властивостей конструкцій з їх параметрами і зовнішніми факторами - навантаженням і середовищем;

в) статистичні дані про мінливість параметрів, що визначають властивості конструкцій;

г) математичні методи теорії надійності, що дозволяють отримати розподіл випадкових функцій при відомих розподілах аргументів;

д) техніко-економічна та інша інформація, що обґрунтовує той чи інший рівень надійності властивості конструкцій.

Відмови механічних систем до яких відносяться металеві димові і вентиляційні труби та їх несучі вежі (конструкції) діляться на поступові (зносні) і раптові. Основною ознакою поступової відмови є те, що ймовірність його виникнення протягом заданого періоду часу від  $t_1$  до  $t_2$  залежить від тривалості попередньої роботи системи  $t_1$ . Основною

ознакою раптової відмови є незалежність ймовірності його виникнення протягом заданого періоду часу від  $t_1$  до  $t_2$ , від тривалості попередньої роботи системи  $t_1$ .

Далі розглядається надійність конструкцій тільки за внутрішніми властивостями в припущенні, що граничне розрахункове значення навантаження або граничні значення параметрів забезпечують функціональну безвідмовність. Отже, відмови конструкцій, що експлуатуються в умовах впливу несприятливих середовищ, можна віднести до категорії поступових. У загальному випадку, з урахуванням характеру дії навантаження, відмови будівельних конструкцій відносяться до складних відмов, які включають в себе особливості двох попередніх.

Залежність деякої властивості конструкцій МДВТіНВ від їх параметрів описується деякою системою рівнянь або алгоритмом:

$$y_j = y_j(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{mj}), \quad (5)$$

де  $y_j$  - властивість конструкцій МДВТіНВ,  $x_{ij}$  - розрахункові параметри конструкцій.

Вплив несприятливого середовища експлуатації призводить до зміни властивостей матеріалів, що призводить до зміни деяких розрахункових параметрів конструкцій. Внаслідок цього вони є функцією цілого ряду характеристик матеріалу, зовнішніх впливів середовища і часу  $t$ :

$$x_{pj} = x_{pj}(z_{1j}, z_{2j}, \dots, z_{lj}, t). \quad (6)$$

В силу стохастичної природи характеристик матеріалів, впливів середовища, впливу технологічних факторів в процесі виробництва, транспортування і монтажу конструкцій їх параметри є випадковими величинами  $x_{ij}$  або випадковими функціями часу (6). В результаті цього і деяка властивість конструкції також буде випадковою функцією часу:

$$Y_j(t) = Y_j[X_{1j}, X_{2j}, \dots, X_{ij}, \dots, X_{pj}(Z_{1j}, Z_{2j}, \dots, Z_{lj}, t), \dots, X_{mj}]. \quad (7)$$

Умова функціональної придатності конструкцій МДВТіНВ задається у вигляді обмеження:

$$Y_j(t) \geq S_j(t), \quad (8)$$

де  $S_j(t)$  - граничне значення властивості, регламентований нормами проектування або величиною зовнішніх впливів. Ці обмеження виділяють область безвідмовної роботи.

Надійність конструкцій МДВТіНВ щодо параметричних відмов (тут маються на увазі вихідні, функціональні параметри або властивості) виражається ймовірністю задоволення умови:

$$P_j(t) = P[Y_j(t) \geq S_j(t)] = P[Y_j(t) - S_j(t) \geq 0]. \quad (9)$$

Задача визначення параметричної надійності конструкцій з тої чи іншої властивості зводиться до отримання  $m$ -мірної функції щільності розподілу випадкового процесу. Імовірність безвідмовної роботи визначається як  $m$ -мірний інтеграл від згаданої функції щільності розподілу:

$$P_j(t) = \iint \dots \int_{Y_j(t) - S_j(t) \geq 0} f(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{ij}, \dots, z_{1j}, z_{2j}, \dots, z_{lj}, \dots, x_{mj}, t) dx_{1j} dx_{2j} \dots dz_{1j} dz_{2j} \dots dz_{lj} \dots dx_{mj}. \quad (10)$$

Функція надійності  $P_j(t)$  характеризує не тільки безвідмовність, але і довговічність конструкцій. Термін служби визначається тривалістю експлуатації конструкцій до виходу їх властивостей за допустимі межі.

Отримати функцію (10) в явному вигляді найчастіше не представляється можливим, тому що неможливо виконати зворотне перетворення залежностей властивостей конструкцій щодо часу. Тому досить визначити параметричну надійність конструкцій після закінчення певного часу її експлуатації, тобто визначити  $P_j(t)$  для фіксованих моментів часу, або, інакше, дати точкову оцінку надійності. У цьому випадку завдання зводиться до отримання  $m$ -мірної функції розподілу випадкових величин

$$f(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{ij}, \dots, z_{1j}, z_{2j}, \dots, z_{lj}, \dots, z_{mj}) \quad (11)$$

в перетині випадкового процесу в заданий момент часу і обчисленню виразу:

$$P_j(t = t_k) = \iint \dots \int_{Y_j(t=t_k) - S_j(t=t_k) \geq 0} f(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{ij}, \dots, z_{1j}, z_{2j}, \dots, z_{lj}, \dots, x_{mj}, t) dx_{1j} dx_{2j} \dots dz_{1j} dz_{2j} \dots dz_{lj} \dots dx_{mj}. \quad (12)$$

Якщо відомі щільності розподілу властивостей конструкцій  $f(Y_j)_{t=t_k}$  і величин зовнішніх впливів  $f(S_j)_{t=t_k}$ , то вираз для визначення ймовірності безвідмовної роботи (за умови, що властивості конструкцій і зовнішні впливи незалежні) має вигляд:

$$P_j(t = t_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(S_j) \left[ \int_S^{\infty} f(Y_j) dy_j \right] dS_j. \quad (13)$$

При відсутності статистичних даних про зовнішні силові впливи або детерміновані величини граничних значень властивостей:

$$P_j(t = t_k) = P\{Y_j \geq S_{j,u}\} = \int_{S_{j,u}}^{+\infty} f(Y_j) dy_j, \quad (14)$$

де  $S_{j,u}$  - зусилля від максимально можливих (розрахункових значень) навантажень на конструкції, що задаються на стадії проектування при розгляді надійності за несучою здатністю; зусилля від характеристичних навантажень при розгляді надійності за експлуатаційною придатністю.

У разі нормального розподілу функції властивості  $Y_j$  ймовірність безвідмовної роботи визначається інтегралом від щільності розподілу

$$P_j(\gamma_y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\gamma_y} e^{-0.5(Y_j)^2} dy_j; \quad (15)$$

або

$$P_j(\gamma_y) = F[\gamma_y], \quad (16)$$

де  $F$  - табульоване значення функції нормованого нормального (Гауссове) розподілу;  $\gamma_y$  - характеристика безпеки, індекс надійності [16], дальність відмови [15]:

$$\gamma_y = \frac{\bar{Y} - [Y]}{\sigma_y}, \quad (17)$$

де  $\bar{Y}$  - математичне очікування функції властивості;  $[Y]$  - гранично допустиме значення властивості;  $\sigma_y$  - середнє квадратичне відхилення функції властивості.

Конструкція задовольняє вимогам надійності по  $j$ - й властивості якщо

$$P_j(t) \geq R_{j,u}, \quad (18)$$

де  $R_{j,u}$  - нормований рівень надійності  $j$ -ї властивості.

На рис. 1 наведена загальна схема формування відмови будівельних конструкцій в умовах впливу зовнішніх середовищ [10, 12]. Відмова виникає при досягненні  $Y_j$ -ї властивості конструкції граничного значення  $S_j$ , що станеться через деякий випадковий проміжок часу експлуатації.

Таким чином, фізико-статистичний метод оцінки і прогнозу надійності конструкцій МДВТіНВ в умовах впливу зовнішнього несприятливого середовища включає наступні елементи:

а) розрахункові моделі: процесів накопичення пошкоджень в матеріалах конструкцій; детерміновані моделі залежності властивостей конструкцій від визначальних параметрів; імовірнісні моделі функціонування конструкцій при відомих розподілах визначальних параметрів;

б) аналітичні, чисельні, чисельно-аналітичні й інженерні методи вирішення моделей;

в) статистичні характеристики мінливості параметрів матеріалів конструкцій, геометричних параметрів конструкцій, середовища, умов їх взаємодії;

г) нормування: термінів служби або міжремонтних термінів експлуатації конструкцій; параметрів середовища експлуатації конструкцій (корозійного впливу і т.п.); силового навантаження; граничних значень функціональних властивостей конструкцій; рівня надійності функціональних властивостей конструкцій.

На рис. 1 показані основні етапи формування закону розподілу  $p(t)$ . На початку має місце розсіювання властивості щодо свого математичного очікування, що пов'язано з мінливістю фізико-механічних характеристик матеріалів, геометричних і силових параметрів конструкцій, що залежать від технологічної культури виробництва. Даний розподіл може характеризувати "початкову" надійність конструкцій.

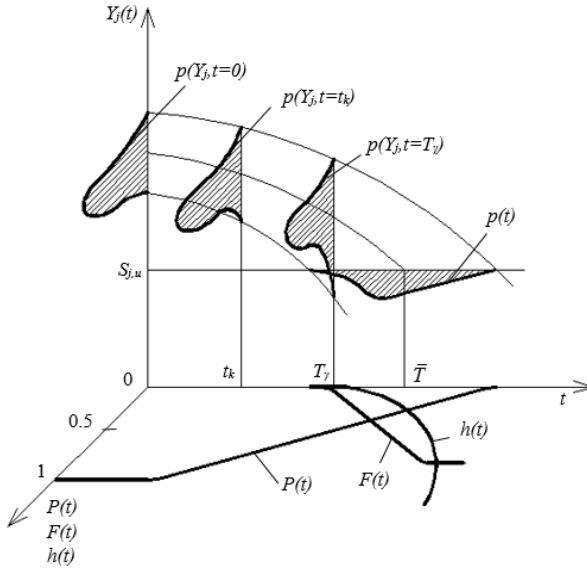


Рис. 1. Загальна схема формування відмови конструкцій в умовах впливу зовнішніх несприятливих середовищ [12]:  $P(t)$  – функція надійності;  $F(t)$  – функція ймовірності відмови;  $h(t)$  – інтенсивність відмов;  $Y_j(t)$  – функція  $j$ -ї властивості;  $S_{j,u}$  – граничне значення функції властивості;  $p(Y_j, t)$  – щільність розподілу властивості конструкцій;  $p(t)$  – щільність розподілу ймовірності безвідмовної роботи;  $T_\gamma$  – гамма-процентний термін служби (ресурс);  $\bar{T}$  – середній термін служби

Вплив зовнішнього несприятливого середовища експлуатації призводить до зміни деяких параметрів конструкцій, що визначають властивість. Процес зміни властивості в силу мінливості визначальних параметрів також є випадковим і залежить від швидкості зміни визначальних параметрів. В результаті відбувається формування закону розподілу  $p(t)$ , який визначає ймовірність виходу параметра  $Y_j$  за границю  $S_{j,u}$ , тобто ймовірність відмови  $F(t) = 1 - P(t)$  або безвідмовної роботи  $P(t)$ .

Середній термін служби конструкцій  $\bar{T}$  визначається часом досягнення математичного очікування властивості граничного значення. Якщо регламентована ймовірність безвідмовної роботи, то відповідне значення терміну служби є гамма-відсотковим ресурсом -  $T_\gamma$ .



Для побудови розподілів функцій властивостей конструкцій, які записуються в явному вигляді, можливо використання методу лінеаризації [8]. Згідно методу лінеаризації початкова функція, яка описує ту чи іншу властивість:

$$y = y(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (19)$$

замінюється лінійною в припущенні, що функція мало відрізняється від лінійної в області практично можливих значень аргументів:

$$y = y(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)_m (x_i - \bar{x}_i), \quad (20)$$

де  $y(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$  – значення функції при середніх значеннях аргументів;  $\left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)_m$  – часткові похідні в області середнього значення аргументів.

За умови незалежності аргументів статистичні характеристики розподілу функції можуть бути виражені у вигляді:

$$y(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_i, \dots, \bar{x}_n), \quad (21)$$

$$\sigma(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2} + \sigma(x_i), \quad (22)$$

$$\mu_3(y) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^3 \mu_3(x_i), \quad (23)$$

$$\mu_3(y) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^4 \mu_4(x_i) + \sum_i \sum_j \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 \left( \frac{\partial y}{\partial x_j} \right)^2 \sigma^2(x_i) \sigma^2(x_j), \quad i > j. \quad (24)$$

У виразах (21)...(24):  $\bar{y}$ ,  $\sigma(y)$ ,  $\mu_3(y)$ ,  $\mu_4(y)$  – відповідно, математичне очікування, середньоквадратичне відхилення, третій і четвертий центральний момент функції  $y$ ;  $\bar{x}_i$ ,  $\sigma(x_i)$ ,  $\mu_3(x_i)$ ,  $\mu_4(x_i)$  – математичне очікування, середньоквадратичне відхилення, третій і четвертий центральний момент випадкової величини  $x_i$ .

Функції, що описують функціональні властивості конструкцій, в загальному випадку не виражаються в явному вигляді, тому отримати в аналітичному вигляді розкладання функції в ряд Тейлора не представляється можливим. Тому в роботі [12] було запропоновано замінити часткові похідні функції властивості її кінцево-різницевою формою, що еквівалентно використанню апроксимації функції інтерполяційними поліномами. Центральні-різницеві апроксимації часткових похідних першого і другого порядку записуються у вигляді:

$$\frac{\partial y}{\partial x_i} = \frac{y(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{i-1}, \bar{x}_i + h(x_i), \bar{x}_{i+1}, \dots, \bar{x}_n) - y(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{i-1}, \bar{x}_i - h(x_i), \bar{x}_{i+1}, \dots, \bar{x}_n)}{2h(x_i)}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_i^2} = \frac{y(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{i-1}, \bar{x}_i + h(x_i), \bar{x}_{i+1}, \dots, \bar{x}_n)}{h^2(x_i)} - \frac{2y(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_i, \dots, \bar{x}_n)}{h^2(x_i)} + \frac{y(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{i-1}, \bar{x}_i - h(x_i), \bar{x}_{i+1}, \dots, \bar{x}_n)}{h^2(x_i)}, \quad (26)$$

де  $h(x_i)$  – крок варіювання аргументу  $x_i$ .

Так як величина похибки наближення залежить від величини кроку (чим більше крок, тим більше похибка), то представляється доцільним вибирати довжину відрізка  $[\bar{x}_i - h(x_i), \bar{x}_i + h(x_i)]$ , обмежену ймовірністю значень аргументів 0,9987. У разі нормального закону розподілу  $h(x_i) = 3\sigma(x_i)$ .

Якщо відомі перші чотири моменти розподілу функції в перерізі випадкового процесу, тоді можливо підібрати апроксимуючий розподіл з сімейства розподілів Джонсона, або з класу розподілів Пірсона.

Регламентований рівень надійності конструкцій згідно Європейських норм [16] залежить від класу наслідків. Металеві димові і вентиляційні труби та їх несучі вежі відносяться до класу наслідків СС2 (табл. 1).

Всі матеріали п. 2.1 були розглянуті і опубліковані в роботах авторів [12, 19, 20].

Таблиця 1

Клас наслідків, клас надійності, індекс надійності та ймовірність безвідмовної роботи МДВТІНВ

Клас наслідків	Опис	Клас надійності	Індекс надійності/ймовірність безвідмовної роботи	
			несуча здатність	експлуатаційна придатність
СС2	Середні наслідки - втрати людського життя, економічні, соціальні наслідки або наслідки для навколишнього середовища є значними	RC2	3,8/0,9998	1,5/0,9332

**2.2. Управління старінням конструкцій металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж.** Управління старінням з урахуванням деградації матеріалів МДВТІНВ полягає в реалізації заходів (технічного обслуговування і ремонту) по їх підтримці в справному або працездатному стані на основі оцінки і прогнозу технічного стану, яке оцінюється певним рівнем надійності.

Технічне обслуговування та ремонт конструкцій повинен проводитися на основі системи планово-попереджувальних ремонтів (ППР). Система технічного обслуговування і ремонту - це комплекс положень і норм, що визначають організацію і порядок проведення робіт з технічного обслуговування і ремонту будівельних конструкцій для заданих умов

експлуатації з метою забезпечення показників надійності, передбачених у нормативній документації.

Конструкції МДВТіНВ поділяються на неремонтопридатні і придатні до ремонту. Для неремонтопридатних конструкцій повинен встановлюватися ресурс, який вичерпується до кінця розрахункового терміну служби. Управління старінням для неремонтопридатних конструкцій може полягати в ослабленні або нейтралізації впливу середовища, яка викликає деградацію матеріалів конструкцій.

У загальному випадку, якщо конструкції проектується на заданий термін служби і відома закономірність зміни властивостей конструкцій з певною забезпеченістю, то для раціонально запроєктованої конструкції її ресурс повинен вичерпатися до кінця регламентованого терміну служби (рис. 2(а)).

Якщо в результаті моніторингу технічного стану конструкцій в часі і виконанні прогнозу зміни властивостей конструкцій з певною забезпеченістю буде встановлено, що термін служби (гамма-процентний ресурс) конструкцій менше регламентованого терміну служби, то необхідно виконати заходи, що впливають на швидкість зміни функціональних властивостей конструкцій (рис. 2 (б) – (д)).

На рис. 2(б) наведено випадок, коли для забезпечення безвідмовної роботи в певний момент часу повністю усувається вплив негативного середовища експлуатації конструкцій. Цей випадок, наприклад, може бути реалізований шляхом влаштування вторинного захисту (фарбування, обмазка і ін.) при впливі агресивного середовища або технологічними заходами, що усувають вплив середовища.

На рис. 2(в) наведено випадок, коли для забезпечення безвідмовної роботи в певний момент часу виконуються заходи, що уповільнюють процес деградації матеріалів і старіння конструкцій в результаті впливу негативного середовища експлуатації конструкцій.

На рис. 2(г), (д)) наведені випадки, коли для забезпечення безвідмовної роботи в певні моменти часу виконуються заходи по відновленню функціональних властивостей конструкцій в результаті ремонту, підсилення, заміни елементів конструкцій.

Для реалізації системи управління старінням необхідна регламентація рівня надійності, який повинен забезпечуватися для справного технічного стану конструкцій, термінів служби споруд або конструкцій, міжремонтних термінів експлуатації конструкцій.

**3. Основне кінетичне рівняння довговічності елементів металевих димових труб і несучих веж.** Елементи металевих димових труб і несучих веж працюють в умовах одночасної дії механічних напружень, корозійних, динамічних і високотемпературних впливів.

У більшості опублікованих робіт, присвячених швидкості розвитку пошкоджень у димових трубах, дія корозійного і температурного впливу розглядається окремо [4, 17]. На практиці найчастіше такі впливи діють одночасно.

Протягом усього життєвого циклу в конструктивних елементах димових труб і несучих веж відбувається зниження їх робочого перерізу внаслідок розвитку пластичних деформацій, зумовлених дією механічних напружень  $\varepsilon_c$ , високих температур (повзучості)  $\varepsilon_n$  і корозійного середовища  $\varepsilon_k$ .

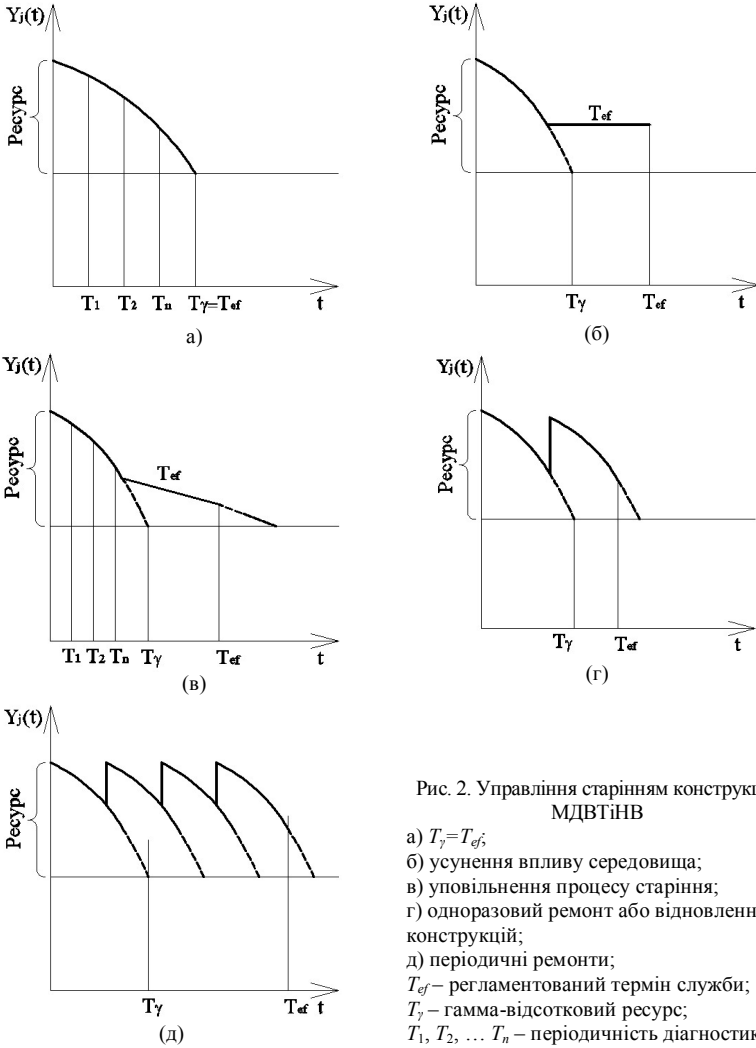


Рис. 2. Управління старінням конструкцій МДВТІНВ

- а)  $T_\gamma = T_{ef}$ ;
- б) усунення впливу середовища;
- в) уповільнення процесу старіння;
- г) одноразовий ремонт або відновлення конструкцій;
- д) періодичні ремонти;
- $T_{ef}$  – регламентований термін служби;
- $T_\gamma$  – гамма-відсотковий ресурс;
- $T_1, T_2, \dots, T_n$  – періодичність діагностики

Ступінь пошкодження робочого перерізу елементів конструкцій оцінюємо глибиною  $H$ . На основі принципу лінійного підсумування швидкість росту пошкоджень можна записати як:

$$\frac{dH}{dt} = \left(\frac{dH}{dt}\right)_c + \left(\frac{dH}{dt}\right)_n + \left(\frac{dH}{dt}\right)_k, \tag{27}$$

де  $(dH/dt)_c$  – швидкість зміни поперечного перерізу в результаті миттєвого прикладення зовнішнього навантаження;  $(dH/dt)_n$  – швидкість зміни поперечного перерізу, зумовленої деформацією повзучості;  $(dH/dt)_k$  – швидкість росту пошкоджень через механохімічну корозію.

Швидкість зростання пошкоджень у трубах і вежах зумовлена дією зовнішніх навантажень і повзучості, і може бути встановлена на основі рівнянь теорії пластичності і повзучості за такою аналітичною залежністю:

$$\left(\frac{dH}{dt}\right)_e = 0,5 \cdot \delta_0 \cdot \exp(0,5 \cdot \varepsilon_i) \cdot A \cdot \varepsilon_i^m, \quad (28)$$

де  $\delta_0$  – початкова товщина стінок труб;  $A$  і  $m$  – константи, що визначають процеси деформаційного зміцнення і розміцнення металу від дії високих температур;  $\varepsilon_i$  – інтенсивність деформації.

Швидкість зростання пошкоджень у результаті хімічної корозії представлена в лінійній залежності від інтенсивності напружень  $\sigma_i$  і деформації  $\varepsilon_i$ :

$$\left(\frac{dH}{dt}\right)_k = v_0 \left[ (1 + k_\sigma \cdot \sigma_i) (1 + k_\varepsilon \cdot \varepsilon_i) \right], \quad (29)$$

де:  $v_0$  – швидкість корозії ненапруженого металу;  $k_\varepsilon$  і  $k_\sigma$  – механохімічні параметри.

Враховуючи, що  $\sigma_i = C \varepsilon_i^n$  ( $C$  і  $n$  – константи деформаційного зміцнення сталі), рівняння (29) можна записати:

$$\left(\frac{dH}{dt}\right)_k = v_0 \left[ (1 + k_\sigma \cdot C \cdot \varepsilon_i^n) (1 + k_\varepsilon \cdot \varepsilon_i) \right]. \quad (30)$$

У результаті отримаємо, що швидкість пошкодження елементів димових труб і несучих веж від дії зовнішнього навантаження, повзучості і корозійного зносу за час експлуатації має такий вигляд:

$$\frac{dH}{dt} = 0,5 \cdot \delta_0 \cdot \exp(0,5 \cdot \varepsilon_i) \cdot A \cdot \varepsilon_i^m + v_0 \left[ (1 + k_\sigma \cdot C \cdot \varepsilon_i^n) (1 + k_\varepsilon \cdot \varepsilon_i) \right]. \quad (31)$$

Інтегруючи рівняння (31), отримаємо основне рівняння довговічності елементів металевих димових труб і несучих веж товщиною  $t$ :

$$\tau = \int_{H_0}^{H_{np}} \frac{dH}{0,5 \cdot \delta_0 \cdot \exp(0,5 \cdot \varepsilon_i) \cdot A \cdot \varepsilon_i^m + v_0 \left[ (1 + k_\sigma \cdot C \cdot \varepsilon_i^n) (1 + k_\varepsilon \cdot \varepsilon_i) \right]}. \quad (32)$$

Геометричні і механічні характеристики для рівняння (32) визначаємо за фактичним станом димових труб і несучих веж з урахуванням наскрізних і не наскрізних пошкоджень, деформаційного старіння металу.

**4. Залишковий ресурс металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж.** Нині проводиться багато досліджень в області визначення залишкового ресурсу металевих димових труб і елементів несучих веж. Існує декілька методик визначення залишкового ресурсу, які істотно відрізняються як за критеріями при визначенні залишкового ресурсу, так і за формулами визначення залишкового ресурсу [5, 6, 7, 9, 13, 17, 18, 19].

Так, Сатянов В.Г., Питлипенко П.Б. і ін. [13] у якості критерію безпечної експлуатації при визначенні залишкового ресурсу за корозійним зносом пропонують використовувати ресурс ( $R_{\text{рес}}$ ), що визначає допустимий термін безпечної експлуатації оболонок вільно встановлених труб, який розраховується за формулою:

$$R_{\text{рес}} = m \left( 1 - \frac{t_{\text{д}}}{t_{\text{еф}}} \right) / \left( \frac{t_{\text{нр}}}{t_{\text{еф}}} - 1 \right), \quad (33)$$

де  $m$  – час експлуатації димової труби від уведення в експлуатацію до моменту обстеження;  $t_{\text{нр}}$  – проектна товщина оболонки труби;  $t_{\text{д}}$  – допустима товщина оболонки;  $t_{\text{еф}}$  – ефективна товщина оболонки.

Розрахунок проводиться з використанням наступних формул:

$$t_{\text{еф}} = \sqrt{t_{\text{мін}} t_{\text{ср}}}, \quad (34)$$

$$t_{\text{мін}} = t_{\text{ср}} - z D_s, \quad (35)$$

$$t_{\text{ср}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i, \quad (36)$$

$$t_{\text{д}} = 1,05 K_{\text{д}} \cdot Z_k^n \left( 1 - \bar{Z} \right) \left( \varphi_y \cdot K_f \right)^{-0,5}, \quad (37)$$

де  $z$  – коефіцієнт, що враховує об'єм вибірки  $n > 20$ ;  $D_s$  – середньоквадратичне відхилення замірів  $t_i$  і  $t$ ;  $\varphi_y$  – коефіцієнт стійкості;  $K_f$  – коефіцієнт, що враховує вплив початкових недосконалостей оболонки труби. При вичерпанні ресурсу труби за рахунок корозійного зносу здійснюється підсилення оболонки труби і повторний розрахунок.

Ми пропонуємо розрахунок залишкового ресурсу проводити на основі даних про технічний стан конструкцій, отриманих при проведенні обстеження і виконанні перевірних розрахунків, з урахуванням наявних дефектів і пошкоджень, фактичних характеристик матеріалів [8]. На основі інформації про зміну параметрів технічного стану димових труб і несучих веж за період експлуатації здійснюється визначення залишкового ресурсу і екстраполяція значень цих параметрів до досягнення граничного стану. Залишковий ресурс визначаємо розрахунком за першим і другим граничним станом і за конструктивними вимогами. У якості параметрів при розрахунку залишкового ресурсу, що визначають технічний стан димових труб і несучих веж, пропонується визначати різні коефіцієнти запасу: по першому граничному стану  $k^1$ , по другому граничному  $k^2$  і коефіцієнт запасу за конструктивними вимогами  $k^k$ , порушення яких є пошкодженням категорії «А» (тріщини, прогари, втрата стійкості тощо). Розрахунок залишкового ресурсу передбачає відстеження зміни сукупності цих коефіцієнтів запасу за час експлуатації димової труби і елементів вежі, коли хоча б один із них досягає значення одиниці (граничного стану).

При розрахунку за першим граничним станом значення функції, що характеризують завантаженість конструкцій  $f_i^1$ , не повинне перевищувати розрахунковий опір металу  $R_i$  на різних розрахункових ділянках (перетинах) конструкції:

$$f_i^1(x_m) \leq R_y, \quad (38)$$

де  $i$  – індекс, що позначає вид розрахунку за першим граничним станом (міцність, стійкість, втомне чи крихке руйнування та ін.);  $x_m$  – різні параметри (внутрішні сили, геометричні характеристики перерізів тощо), які визначають значення функції  $f_i^1$  за першим граничним станом.

При розрахунку за другим граничним станом значення функції, що характеризують деформаційний стан  $f_j^2(y_n)$ , не повинні перевищувати граничне нормативне значення  $S_j$ :

$$f_j^2(y_n) \leq S_j, \quad (39)$$

де  $j$  – індекс, що позначає вид розрахунку переміщень або прогину (та ін.) за другим граничним станом;  $y_n$  – параметри, які визначають значення функції  $f_j^2$ . При конструктивних вимогах на різних ділянках:

$$(G^k)^p \leq (G_{\text{lim}}^k)^p, \quad (40)$$

де:  $G^k$  – конструктивний параметр (геометричні розміри елементів, міцнісні і жорсткісні характеристики тощо) на ділянці  $n$ ;  $G_{\text{lim}}^k$  – граничне значення конструктивного параметра;  $p$  – показник ступеня, що служить для уніфікації нерівності (40), причому показник  $p = 1$ , якщо за нормами потрібно, щоб  $G^k$  не перевищував  $G_{\text{lim}}^k$  і при  $p = -1$ , якщо потрібно, щоб  $G^k$  був більше  $G_{\text{lim}}^k$ .

Відношення правих і лівих частин цих нерівностей (38, 39, 40) являє собою коефіцієнти запасу  $k_{i,n}$ ,  $k_{j,n}$ ,  $k_{k,n}$  при розрахунку за першим і другим граничними станами, за конструктивними вимогами. Справний стан передбачає, що всі коефіцієнти запасу не менші за одиницю. Міцність і стійкість конструкції, відсутність втомного чи крихкого руйнування будуть забезпечені при  $k^1 \geq 1$ . Коефіцієнтом запасу за першим граничним станом  $k_f^1$  є мінімальне значення  $k^1$  в будь-якій ділянці або перетині:

$$k_f^1 = \min k^1. \quad (41)$$

Для безпечної експлуатації конструкції необхідно, щоб  $k_f^1 \geq 1$ .

Коефіцієнтом запасу за другим граничним станом  $k_G^2$  є мінімальне значення  $k^2$ :

$$k_G^2 = \min k^2. \quad (42)$$

При значеннях  $k_G^2 < 1$  нормальна експлуатація утруднюється і знижується довговічність конструкцій. Тобто, порушення вимог другого граничного стану не означає вичерпання ресурсу споруди, але утруднює нормальну експлуатацію конструкцій.

Зміни коефіцієнтів запасу протягом життєвого циклу експлуатації димової труби і несучої вежі можливо апроксимувати квадратичною залежністю (індекси  $k_f^1$ ,  $k_G^2$  і  $k^k$  опускаються):

$$k_0 - k = at^2 + k'_0 t, \quad (43)$$

де

$$a = \frac{(k_0 - k_e - k'_0 t_e)}{t_e^2}. \quad (44)$$

Параметри, які використовуються, означають:  $k$  – поточне значення коефіцієнта запасу, що відповідає часу  $t$ ;  $k_0$  і  $k_e$  – коефіцієнти запасу, що розраховуються для моментів часу  $t_0$  і  $t_e$ ;  $t_0$  – час, що відповідає початку розглядуваного періоду експлуатації;  $t_e$  – час, що відповідає кінцю розглядуваного періоду експлуатації (час проведення останнього обстеження);  $k'$  – заданий параметр, який чисельно дорівнює тангенсу кута нахилу дотичної до залежності  $k_0 = k(t)$  у початковий момент часу, тобто  $k' = -dk/dt$ , при  $t = t_0$ . При задаванні параметра  $k'_0$  має виконуватись умова:

$$0 \leq k'_0 \leq \frac{(k_0 - k_e)}{t_e}. \quad (45)$$

За умови рівності  $k' = (k_0 - k_e)/t_e$  залежність (43) стає лінійною функцією, при  $k'_0 = 0$  вона перетворюється на квадратичну параболу з вершиною, розташованою на осі ординат. На рис. 3 залежність (43) представлена графічно.

Екстраполяція залежності  $k_0 = k(t)$  дає час  $t_u$ , при якому коефіцієнт запасу досягає граничного значення, що дорівнює одиниці:

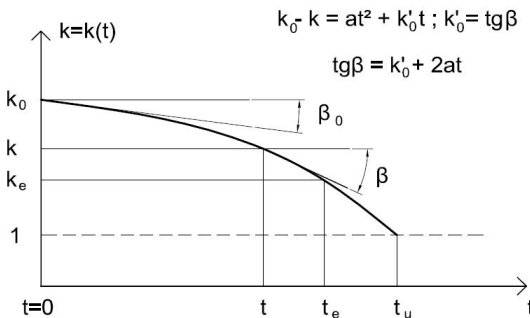


Рис. 3. Зміна коефіцієнтів запасу протягом життєвого циклу димової труби



$$t_u = -b + \sqrt{b^2 + (k_0 - 1)/a}, \quad (46)$$

де  $b = 0,5k_0/a$ .

При  $k_0 = 0$  залежність (46) спрощується:

$$t_u = t_e \sqrt{(k_0 - 1)/(k_0 - k_e)}. \quad (47)$$

Після обчислення значення  $t_u$  по всіх розрахункових перерізах димової труби або елементів вежі за всіма коефіцієнтами запасів залишковий ресурс  $T$  визначається як мінімальний з усіх розрахованих:

$$T = \min[(t_u - t_e)_n \beta_n], \quad (48)$$

де  $\beta_n$  – поправний коефіцієнт, що враховує вплив додаткових чинників на ділянці (в перерізі), що приймається за таблицю 2.

Таблиця 2

Значення поправного коефіцієнта  $\beta_n$

№	Фактор, що впливає	$\beta_n$
1	До моменту часу $t_c$ перевищено нормативний термін експлуатації: менше 1,5 разів	0,85
	більше 1,5 разів	0,70
2	При розрахунку на витривалість і експлуатовані в умовах: середньо-агресивного середовища	0,90
	сильно-агресивного середовища	0,85

Визначимо залишковий ресурс реальних димових і вентиляційних труб, несучих веж на основі результатів обстеження їх технічного стану після тривалого терміну експлуатації.

Розрахунок залишкового ресурсу визначався за першим граничним станом і конструктивними вимогами, з урахуванням року введення в експлуатацію, термінів перебування в експлуатації і дані представлені в [19].

Зазвичай проектний термін експлуатації димових і вентиляційних труб – 50 років. Аналізуючи отримані дані, можна констатувати, що навіть після тривалих термінів експлуатації (30-50 років і більше) металеві димові і вентиляційні труби мають значний залишковий ресурс. Залишковий ресурс обстежених димових і вентиляційних труб, що експлуатуються понад 50 років – не менше 20 років [19, 20].

При цьому необхідно підкреслити, що такі тривалі терміни експлуатації можливі лише при постійній діагностиці і підтримці технічного стану металевих димових і вентиляційних труб та при негайному усунуванні виявлених пошкоджень категорії «А».

**5. Забезпечення надійності металевих димових та вентиляційних труб та їх несучих веж.** На основі здобутих даних про технічний стан при обстеженні, визначенні причин виникнення пошкоджень і прогнозування їх розвитку, оцінці довговічності і залишкового ресурсу, виконанні ремонтних робіт можливо забезпечити надійність роботи металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж. Для

промислових підприємств важливо забезпечити надійну експлуатацію металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж, знати час до відмови в роботі, завчасно підготуватись до реконструкції, зменшити до мінімуму перериви в роботі. В залежності від технічного стану, категорії небезпеки виявлених дефектів, довговічності, залишкового ресурсу, необхідності виконання ремонтних робіт для металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж запропоновано ввести три класи надійності – гарантований, граничний і незабезпечений. Показники та вимоги для кожного класу надійності наведені в таблиці 3.

Таблиця 3

## Категорії надійності роботи МДВТiНВ

№	Показники	Металеві димові і вентиляційні труби та їх несучі вежі			
		нормальний (I)	задовільний (II)	непридатний до нормальної експлуатації (III)	аварійний (IV)
1	Технічний стан				
2	Категорія небезпеки дефектів	(B)		(Б)	(А)
3	Довговічність $\tau$ , років	< 50 років		визначається розрахунком по результатам технічних обстежень	вичерпана
4	Залишковий ресурс $T$ , років	< 50 років		визначається розрахунком по результатам технічних обстежень	вичерпаний
5	Підсилення	не потрібне		потрібне	не доцільне
6	Клас надійності	гарантований		граничний	незабезпечений

До гарантованого класу надійності віднесені металеві димові і вентиляційні труби та їх несучі вежі, які знаходяться в нормальному (I) та задовільному (II) технічному стані, в яких виявлені під час обстеження дефекти категорії (B), які експлуатуються на протязі до 50 років і які не потребують підсилення.

До граничного класу надійності віднесені металеві димові і вентиляційні труби та їх несучі вежі, які знаходяться в непридатному для нормальної експлуатації (III) технічному стані, в яких виявлені під час обстеження дефекти категорії (Б), які експлуатуються на протязі понад 50 років, їх довговічність і залишковий ресурс визначені розрахунком, які потребують підсилення.

До незабезпеченого класу надійності віднесені металеві димові і вентиляційні труби та їх несучі вежі, які знаходяться в аварійному (IV) технічному стані, в яких виявлені під час обстеження дефекти категорії (А), довговічність і залишковий ресурс вичерпані, підсилення котрих не доцільне.

### Висновки

1. На основі фізико-статистичного підходу запропонована загальна методологія оцінки надійності і управління старінням елементів металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж.

2. На основі фактичних даних натурних обстежень розроблено типологію дефектів і пошкоджень елементів конструкцій металевих димових труб і їх несучих веж; вперше проведено статистичну оцінку величин та характеру пошкоджень; удосконалено визначення категорії безпеки основних типів дефектів і пошкоджень (категорії А, Б, В); встановлено гранично допустимі значення пошкоджень в залежності від категорії їх безпеки і технічного стану конструкцій ( категорії I, II, III, IV).

3. Вперше розроблено методику визначення довговічності  $\tau$  металевих димових труб і несучих веж з урахуванням домінуючої сумісної дії різних впливів – силового  $(dH/dt)_c$ , корозійного  $(dH/dt)_n$ , температурного  $(dH/dt)_k$  і динамічного; методики визначення довговічності металевих димових труб при загальній втраті стійкості труби і з прогарами у стінці, довговічності димових труб за критеріями механіки руйнування, що дозволяє описувати кінетику змінювання напруженого стану і визначати час до настання граничного стану елементів.

4. Вперше розроблено методику визначення залишкового ресурсу  $T$  металевих димових і вентиляційних труб з урахуванням пошкоджень та терміну експлуатації. Розрахунки за розробленою методикою свідчать про істотний залишковий ресурс конструкцій споруд понад проектний навіть після тривалих термінів експлуатації (50 і більше років). Тривалі терміни експлуатації можливі лише при належному контролі технічного стану і негайному усуненні виявлених особливо небезпечних пошкоджень (тріщин, прогарів, утрати стійкості елементів).

5. Вперше запропоновано для металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж визначити три класи надійності – гарантований, граничний і незабезпечений, в залежності від технічного стану, категорії безпеки виявлених дефектів, довговічності, залишкового ресурсу, необхідності виконання ремонтних робіт.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Барабаш М. С.* Численное моделирование НДС конструкций с учетом стадий жизненного цикла зданий и сооружений / М. С. Барабаш // Международный научный журнал: International Journal for Computational Civil and Structural Engineering (Международный журнал по рас чету гражданских и промышленных конструкций). – 2015.–Vol. 11, Issue 1. – P. 80–90.
2. *Воскобойник О.П.* Методологія нормування технічних станів сталезалізобетонних конструкцій. Дис.. д-ра техн. наук/ ПНТУ ім. Ю. Кондратюка. – Полтава, 2014. – 405 с.

3. *Гордеев В.Н.* Нагрузки и воздействия на здания и сооружения / В.Н. Гордеев, А.И. Лантух-Лященко, В.А. Пашинский, А.В. Перельмутер, С.Ф. Пичугин. – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2007. – 482 с.
4. *Зайнулин Р.С.* Кинетика механохимического разрушения конструктивных элементов при стационарных и нестационарных нагрузках // Малоцикловая усталость – критерии разрушения и структуры материалов. Тез. докл. V Всесоюзного симпозиума. – Волгоград, 1987. – С. 176-178.
5. *Зайнулин Р.С.* Расчеты ресурса оборудования трубопроводов с учетом фактора времени / Р.С. Зайнулин, А.Г. Вахитов, О.И. Тарабарин и др. - М.: Недра, 2003. – 50 с.
6. *Лившиц В.И.* Основные положения определения остаточного ресурса сосудов и аппаратов / В.И. Лившиц, В.Г. Татаринов // Химическое и нефтехимическое машиностроение. – 2000. – №8. – С. 8-10.
7. *Матюхин Г.В.* Диагностика и оценка остаточного ресурса элементов конструкций из низколегированных сталей / Г.В. Матюхин, А.В. Матюхин, А.В. Гридасов // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 1991. – №3. – С. 28-35.
8. Методика обследования технического состояния промышленных дымовых и вентиляционных труб / Х.М. Ханухов, И.И. Симонов, С.Н. Яровой и др. // Стандарт саморегулирующей организации. СТО СРО ЭТМП 03-16. – М.: 2016. – 68 с.
9. *Михайлов Г.Г.* Некоторые аспекты стратегии определения остаточного ресурса / Михайлов Г.Г., Конаков О.А., Колмаков А.А. // Безопасность труда и промышленности. – М.: – 2007. – №1. – С. 44-45.
10. *Никифорова Т.Д.* Научные основы и методы расчета конструкций заглубленных зданий с учетом внешних воздействий: дис.. д-ра техн. наук / ПДАБА. – Днепропетровск, 2016. – 390 с.
11. *Пащинський В.А.* Методологія нормування навантажень на будівельні конструкції. Автореф. Дис.. доктора техн. наук / ПДТУ. – Полтава, 1998. – 33 с.
12. *Савицкий Н. В.* Основы расчета надежности железобетонных конструкций в агрессивных средах: дис.. д-ра техн. наук / ПДАБА. – Днепропетровск, 1994. – 410 с.
13. *Сатьянов В.Г.* Способ определения остаточного ресурса / В.Г. Сатьянов, П.Б. Питлипенко, В.А. Французов, С.В. Сатьянов, В.С. Котельников // Безопасность труда в промышленности. – 2007. – №12. –С. 34-39.
14. *Семко В.О.* Оцінка надійності сталевих балок з дефектами / Полтава. – ПолНТУ, 2007. – 20с.
15. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ: ДБН В.1.2-14-2009. – [Введені в дію з 2009-12-01] / Мінрегіонбуд України, 2009. - К.: ДП «Укрархбудінформ», 2009. – 30 с. (Державні будівельні норми України).
16. Система надійності та безпеки у будівництві. Наставова. Основи проектування конструкцій (EN 1990:2002, IDN): ДСТУ-Н Б В.1.2-13:2008. – [Введені в дію з 2009-07-01] / Мінрегіонбуд України, 2009. - К.: ДП «Укрархбудінформ», 2009. – 81 с. (Національний стандарт України).
17. *Суцев С.П.* Оценка остаточного ресурса дымовых труб по критериям снижения жесткости и долговечности их несущей способности при эксплуатации // Вопросы безопасности объектов нефтегазового комплекса. – М: ЦИЭКС, 2004. – С.35-38.
18. *Суцев С.П.* Оценка остаточного ресурса дымовых труб. – Уфа: МНТЦ «БЭСТСТ», 2003. – 50с.
19. *Яровой С.М.* Надійність металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж: дис. д-ра техн. наук / ХНУБА, ПДАБА. – Дніпро, 2018. – 356 с.
20. *Яровой С.М.* Фізико-статистичний метод оцінки надійності елементів металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж / С.М. Яровой, С.О. Слободянюк, А.О. Титюк // Науковий вісник будівництва. Серія «Будівництво». – Харків: ХНУБА, 2019. – Том 2, № 2(96). – С. 264-269.

## REFERENCES

1. *Barabash M. S.* Chislennoe modelirovaniye NDS konstruksiy s uchetoм stadiy zhiznennogo tsikla zdaniy i sooruzheniy ( Numerical modeling of VAT structures taking into account the stages of the life cycle of buildings and structures ) / M.S. Barabash // International Scientific Journal: International Journal for Computational Civil and Industrial Designs ). - 2015. – Vol. 11, Issue 1. - P. 80–90.
2. *Voskoboynyk O.P.* Metodologiya normuvannya tehnicnih staniv stalezalizobetonnih konstruksiy (Methodology of standards for technical stanal steel metallized constructions) Dis . Dr. tech. Sciences/ PNTU im .. Yu. Kondratyuka. - Poltava, 2014. - 405 p.
3. *Gordeev V.N.* Nagruzki i vozdeystviya na zdaniya i sooruzheniya (Loads and impacts on buildings and structures) / V.N. Gordeev, A.I. Lantuh-Lyashchenko, V.A. Pashinsky, A.V. Perelmutter, S.F. Pichugin. - M.: Publishing House of the Association of Construction Universities, 2007. - 482 p.
4. *Zaynulin R.S.* Kinetika mehanohimicheskogo razrusheniya konstruktivnyh elementov pri statsionarnykh i nestatsionarnykh nagruzkah ( Kinetics of mechanochemical destruction of structural elements under stationary and non-stationary loads) // Low-cycle fatigue - criteria for fracture and structure of materials. Tez. Dokl.V All-Union Symposium. - Volgograd, 1987. - P. 176-178.
5. *Zaynulin R.S.* Raschetnyi resursa oborudovaniya truboprovodov s uchetoм faktora vremeni (Calculations of the lifetime of the equipment of pipelines, taking into account the time factor) / Zaynulin, A.G. Vakhitov, O.I. Tarabarin and others - M.: Nedra, 2003. - 50 p.
6. *Lifshits V.I.* Osnovnyie polozheniya opredeleniya ostatochnogo resursa sudov i apparatov ( The main provisions of the determination of the residual life of vessels and apparatus ) / V.I. Lifshits, V.G. Tatarinov // Chemical and Petrochemical Engineering. - 2000. - №8. - P. 8-10.
7. *Matyukhin G.V.* Diagnostika i otsenka ostatochnogo resursa elementov konstruksiy iz nizkolegirovannykh staley (Diagnostics and assessment of the residual life of structural elements of low-alloy steels) / G.V. Matyukhin, A.V. Matyukhin. A.V. Gridasov // Technical diagnostics and non-destructive control. - 1991. - №3. - P. 28-35.
8. Metodika obsledovaniya tehniceskogo sostoyaniya promyshlennykh dyimovyykh i ventilyatsionnykh trub ( Methods of inspection of the technical condition of industrial flue and ventilation pipes) / Kh.M. Hanukhov, I.I. Simonov, S.N. Yaroviy and others. // Standard of self-regulatory organization. STO SRO ETMP 03-16. - M. : 2016. - 68 p.
9. *Mikhailov G.G.* Nekotoryie aspekty strategii opredeleniya ostatochnogo resursa (Some aspects of the strategy for determining the residual resource ) /Mikhailov GG, Konakov OA, Kolmakov A.Ya. // Safety and industry. - M. : - 2007. - №1. - P. 44-45.
10. *Nikiforova T.D.* Nauchnyie osnovy i metodyi rascheta konstruksiy zagrublennykh zdaniy s uchetoм vneshnih vozdeystviy (Scientific basis and methods for calculating the structures of buried buildings, taking into account external influences) Dis .. Dr. Techn. Sciences / PDABA. - Dnepropetrovsk, 2016. - 390 p.
11. *Pashinsky V.A.* Metodologiya normuvannya navantazhen na budivelnI konstruksiy ( Methodology of normuvannya navantazhen on budivelnly designs. Author. Dis .. Doctors of Technology. Sciences / PDTU. - Poltava, 1998. - 33 p.
12. *Savitsky N.V.* Osnovnyie rascheta nadezhnosti zhelezobetonnykh konstruksiy v agressivnykh sredah (Fundamentals for calculating the reliability of reinforced concrete structures in aggressive environments) dis .. Dr. tech. Sciences / PDABA. - Dnepropetrovsk, 1994. - 410 p.
13. *Satyanov V.G.* Sposob opredeleniya ostatochnogo resursa (The method of determining the residual resource) / VG Satyanov, P.B. Pitlipenko, V.A. Frantsuzov, S.V. Satyanov, V.S. Kotelnikov // Industrial Safety. - 2007. - №12. - P. 34-39.
14. *Semko V.O.* Otsinka nadiynosti stalevikh balok z defektami (Evaluation of steel beams with defects ) / Poltava. - PolNTU, 2007. – 20 p.
15. Sistema zabezpechennya nadiynosti ta bezpeki budivelnih ob'Ektiv. Zagalni printsipi zabezpechennya nadiynosti ta konstruktivnoyi bezpeki budivel, sporud, budivelnih konstruksiy ta osnov (The system of safeguarding the safeguarding of safe roads. The main principles of protection are constructive security without construction, construction, construction, and fundamentals) DBN V.1.2-14-2009 - [Enacted from 2009-12-01] / Ministry

- of Congregation of Ukraine, 2009. - К .: ДП «Ukrhrbudinform, 2009. - 30 p. (Derzhavni Budivelni Normi Ukraine).
16. Sistema nadiynosti ta bezpeki u budivnitstvi (System nadiynosti that bezpeki at budivnitstvi) Natanova. Establish a design project (EN 1990: 2002, IDN): ДСТУ-Н Б В.1.2-13: 2008 - [Entered into force on 2009-07-01] / Ministry of Regions of Ukraine, 2009. - К .: DP "Ukrhrbudinform", 2009. - 81 p. (National Standard of Ukraine).
  17. *Sushchev S.P.* Otsenka ostatochnogo resursa dyimovyih trub po kriteriyam snizheniya zhestkosti i dolgovechnosti ih nesuchey sposobnosti pri ekspluatatsii (Assessment of the residual life of chimneys according to the criteria for reducing the rigidity and durability of their carrying capacity during operation) // Security Issues of Oil and Gas Facilities. - M: СІЕКС, 2004. - P. 35-38.
  18. *Sushchev S.P.* Otsenka ostatochnogo resursa dyimovyih trub (Assessment of the residual life of chimneys) - Ufa: ISTC "BESTST", 2003. – 50 p.
  19. *Yaroviy S.M.* Nadlynst metalievih dimovyih i ventilyatsylnih trub ta yih nesuchih vezh (Reliability of Metal Smoke and Ventilation Pipes and their Bearing Towers): dis .. Dr. tech. Sciences / HNUBA, PDABA. - Dnipro, 2018. – 356 p.
  20. *Yaroviy S.M.* Fiziko-statistichnyi metod otslnki nadiynosti elementlv metalievih dimovyih iventilyatsylnih trub ta Yih nesuchih vezh (Physico-statistical method for assessing the reliability of elements of metal chimneys and ventilation pipes and their supporting towers) / S.M. Yaroviy, S.O. Slobodianiuk, A.O. Tityuk // Scientific Bulletin of Construction. Construction series. - Kharkiv: KhNUBA, 2019. - Volume 2, № 2 (96). - P. 264-269.

*Стаття надійшла 11.03.2021*

*Яровий С.М., Савицький М.В., Слободянюк С.О.*

### **ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ МЕТАЛЕВИХ ДИМОВИХ І ВЕНТИЛЯЦІЙНИХ ТРУБ ТА ЇХ НЕСУЧИХ ВЕЖ**

Проблема забезпечення надійності в роботі металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж в останній час здобула особливу значимість в зв'язку з великою кількістю випадків аварій на промислових підприємствах. Це пов'язано з тим, що багато металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж випрацювала свій проектний ресурс (50 років), а під час експлуатації утворилось багато дефектів та пошкоджень. Все це потребує проведення діагностики і визначення дійсного технічного стану конструкцій, оцінки довговічності і залишкового ресурсу, виконання ремонтних робіт і забезпечення нормальної експлуатації або надійності таких споруд. На основі фізико-статистичного підходу запропонована загальна методологія оцінки надійності і управління старінням елементів металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж. На основі фактичних даних натурних обстежень розроблено типологію дефектів і пошкоджень елементів конструкцій металевих димових труб і їх несучих веж; проведено статистичну оцінку величин та характеру пошкоджень; удосконалено визначення категорії небезпеки основних типів дефектів і пошкоджень; встановлено гранично допустимі значення пошкоджень в залежності від категорії їх небезпеки і технічного стану конструкцій. Розроблено методику визначення довговічності металевих димових труб і несучих веж з урахуванням домінуючої сумісної дії різних впливів – силового, корозійного, температурного і динамічного; розроблено методику визначення залишкового ресурсу металевих димових і вентиляційних труб з урахуванням пошкоджень та терміну експлуатації. Розрахунки за розробленою методикою свідчать про істотний залишковий ресурс конструкцій споруд понад проектний, навіть після тривалих термінів експлуатації. Тривалі терміни експлуатації можливі лише при негайному усуненні виявлених особливо небезпечних пошкоджень (тріщин, прогарів, утрати стійкості елементів).

**Ключові слова:** металеві димові і вентиляційні труби, несучі вежі, надійність, навантаження, впливи, пошкодження, напруження, деформації, довговічність, залишковий ресурс.

*Yaroviy S.M., Savytskyi M.V., Slobodianiuk S.O.*

### **ENSURING THE RELIABILITY OF METAL SMOKE AND VEINTILATION PIPES AND THEIR CARRYING TOWERS**

The problem of ensuring the reliability of the work of metal smoke and ventilation pipes and their bearing towers has recently gained special significance in connection with the large number of accidents at industrial enterprises.

Methods of estimation of residual resource of bearing elements of high-rise buildings with various damage detected during diagnostics are developed. The formulas for determining the residual life of metal chimneys are given, the actual reserves of the residual resource are determined after long periods of operation for specific structures.

In this work, variants of reinforcement of the elements of chimneys and towers with the most dangerous injuries (category A) – gaps, with cracks in the main metal and welds, with loss of the overall stability of the trunk of the pipe, have been developed and substantiated. On the basis of the analysis of the summation of internal and external stresses, we obtain formulas for calculating the elastic-deformation state of metal chimneys in the zone of through cracks and holes when performing construction reinforcement works by means of welds for overlays.

The variants of amplification of smoke pipes after the destruction of stops of towers, which perceive wind loads, and as consequences of the loss of overall stability of the pipe are given.

The research results make it possible to assess the reliability of metal smoke and ventilation pipes and their bearing towers after long operating periods, as well as used in the development of regulatory documents when assessing the technical condition and residual life of high-rise buildings.

**Key words:** metal smoke and ventilation pipes, bearing towers, reliability, load, impact, damage, stress, deformation, durability, residual life.

*Яровой С.Н., Савицкий Н.В., Слободянюк С.А.*

### **ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ДЫМОВЫХ И ВЕНТИЛЯЦИОННЫХ ТРУБ И ИХ НЕСУЩИХ БАШЕН**

Проблема обеспечения надежности в работе металлических дымовых и вентиляционных труб и их несущих башен в последнее время приобрела особенное значение в связи с большим количеством случаев аварий на промышленных предприятиях. Это связано с тем, что много металлических дымовых и вентиляционных труб и их несущих башен отработало свой проектный ресурс (50 лет), во время эксплуатации возникло много дефектов и повреждений. Все это требует проведения диагностики и определения действительного технического состояния конструкций, оценки долговечности и остаточного ресурса, выполнения ремонтных работ и обеспечения нормальной эксплуатации или надежности таких сооружений.

**Ключевые слова:** металлические дымовые и вентиляционные трубы, несущие башни, надежность, нагрузки, воздействия, повреждения, напряжения, деформации, долговечность, остаточный ресурс.

УДК 624.046.2: 628.014

*Яровой С.М., Савицкий М.В., Слободянюк С.О. Забезпечення надійності металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – Київ: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 176-200.*

*Проблема забезпечення надійності в роботі металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж в останній час здобула особливу значимість в зв'язку з великою кількістю випадків аварій на промислових підприємствах.*

Лл. 3. Бібліогр. 20 назв.

UDK 624.046.2: 628.014

*Yarovy S.M., Savytskyi M.V., Slobodianiuk S.O. Ensuring the reliability of metal smoke and ventilation pipes and their carrying towers // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. - Kyiv: KNUBA, 2021. - Issue 106. - P. 176-200.*

*The problem of ensuring the reliability of the work of metal smoke and ventilation pipes and their bearing towers has recently gained special significance in connection with the large number of accidents at industrial enterprises.*

Fig. 3. Ref. 20.

УДК 624.046.2: 628.014

*Яровой С.Н., Савицкий Н.В., Слободянюк С.А. Обеспечение надежности металлических дымовых и вентиляционных труб и их несущих башен // Соппротивление материалов и теория сооружений. – Київ: КНУБА, 2021. – Вып. 106. – С. 176-200.*

*Проблема обеспечения надежности в работе металлических дымовых и вентиляционных труб и их несущих башен в последнее время приобрела особенное значение в связи с большим количеством случаев аварий на промышленных предприятиях.*

Ил. 3. Библиогр. 20 назв.

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор кафедри металевих і дерев'яних конструкцій ЯРОВИЙ Сергій Миколаєвич.

**Адреса робоча:** 61002, м. Харків, вул. Сумська, 40, Харківський національний університет будівництва та архітектури.

**Мобільний тел.:** +380976548245

**E-mail:** psp.nauka@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-2886-9456>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор, ректор академії САВИЦЬКИЙ Микола Васильович.

**Адреса робоча:** 49600, м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а, ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури".

**Мобільний тел.:** +380503203308

**E-mail:** sav15@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-4515-2457>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки СЛОБОДЯНЮК Сергій Олександрович.

**Адреса робоча:** 49600, м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а, ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури".

**Мобільний тел.:** +380662137823

**E-mail:** slobodianiuk.sergey@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-4874-7296>



УДК 517.11+519.92+539.3

## ЗАСТОСУВАННЯ МІР НЕВИЗНАЧЕНОСТІ В ЗАДАЧІ ПОШУКУ КРИТИЧНОЇ СИЛИ ДЛЯ ОРТОТРОПНОЇ ОБОЛОНКИ ЗА УМОВ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ

**В.О. Бараненко,**

д-р техн. наук, професор кафедри будівельної механіки

**Д.Л. Волчок,**

канд. техн. наук, доцент кафедри будівельної механіки

*Придніпровська державна академія будівництва та архітектури*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.201-220

Розглядаються питання обчислення мір подій, що містять невизначені величини випадкової, нечіткої та неточної природи. Запропоновано алгоритми визначення мір подій, в основі яких узято метод статистичного моделювання (Монте-Карло). Досліджено "шанси" виконання невизначеної події - умов несучої здатності циліндричної ортотропної оболонки стиснутою осью силою. Стохастична невизначеність задається щільністю розподілу випадкової величини. Нечіткі дані описуються функцією належності, а неточні – детермінованим верхнім та нижнім наближенням. Кожний вид невизначеності характеризується своїми мірами: імовірність - для опису модальності - "випадково", можливість - для опису модальності "нечітко", довіра - для опису модальності "неточно". В роботі пропонуються процедури обчислення перелічених мір. Також наводяться ілюстрації обчислення мір для аналізу обмежень несучої здатності: загальної і місцевої стійкості та міцності в задачі оптимального проектування стиснутої ортотропної циліндричної оболонки із склопластику в умовах невизначеності завдання геометричних параметрів – товщини і радіуса та відносного вмісту армуючих волокон. Результати обчислень порівнюються із розв'язком задачі при детермінованих даних.

**Ключові слова:** невизначеність, моделювання, міра, імовірність, нечіткість, неточність, множина, ортотропна циліндрична оболонка, оптимізація.

### Вступ

В процесі проектування конструкцій, як правило, не формується інтелектуальна база знань про рішення, які приймаються. Проектувальники обмежуються, в основному, розрахунковою оцінкою стійкості проекту до впливу різного роду факторів. Вплив поточних змін окремих факторів на проект конструкції, в цілому не розглядається.

Однією з важливих задач, що виникають при формалізації процесів проектування і прийняття рішень, є задача оцінювання початкових параметрів, в тому числі і невизначених, які використовуються в математичних моделях.

В зв'язку з реалізацією таких задач зростає потреба в нових підходах до математичного опису інформації, що використовується і характеризується високим рівнем наявності невизначеності, яка в тій чи іншій мірі присутня в формулюваннях інженерних задач. Основні джерела появи невизначеності є:

- випадковість реалізації деяких подій;

- нечіткість опису початкових даних системи, що розглядається;
- неточність вимірювання.

При розв'язанні задач аналізу і оптимального проектування конструкцій (ОПК) в умовах невизначеності відносно факторів, що мають випадкову природу, застосовується теорія ймовірностей і математична статистика, яка набула широке розповсюдження в механіці [1, 2, 3, 4]. Методи цієї теорії пропонують імовірнісну інтерпретацію даних, що обробляються, та отримання статистичних висновків. В теперішній час з'явилися роботи, в яких застосовуються та розвиваються ідеї теорії нечітких множин (ТНМ) [5] в різних областях науки і техніки, в тому числі і проектуванні конструкцій [6, 7, 8]. Застосування ТНМ в задачах, пов'язаних з інженерними розрахунками, має виразно визначену асимптотику: при зменшенні степені нечіткості і неточності параметрів в формулюваннях задач аналізу та оптимального проектування. Розв'язки їх наближуються до розв'язків задач в звичайній (чіткій) постановці.

Невизначеності випадкової, нечіткої та неточної природи [9] мають різний вплив на систему, що досліджується, і це потребує дослідження. Мета даної роботи - показати, що міри невизначеності є придатним математичним апаратом для формулювання і розв'язання задач ОПК.

### 1. Міри невизначеності

Міра є філософською категорією, яка виражає єдність якісної і кількісної визначеності деякого явища чи події. Відомі міри, які приймаються в умовах випадкової, нечіткої і неточної невизначеності є відповідно імовірність (probability), можливість (possibility), довіра (trust). Міри невизначеності широко використовуються у зв'язку з проблемами штучного інтелекту. Опанування цього напрямку прикладної математики дає в руки науковцям і практикам в інженерії сучасний апарат дослідження. Нажаль, цей напрямок поки що остається сферою інтересів професіональних математиків.

В роботі розглядається задача визначення максимального значення осьової сили  $P^*$ , що діє на циліндричну армовану оболонку із склопластику, в умовах перелічених вище невизначеностей щодо завдання вихідних параметрів проектування: радіуса, товщини і відносного розташування армованих волокон. Математична модель задачі формується як

$$P^* = \arg \{ \max_P P \mid Ch(A) \geq \beta \}, \quad (1)$$

де  $A$  - невизначена подія виду

$$A: \{ g_j(x, \xi) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m \}, \quad (2)$$

а  $\beta$  - заданий заздалегідь рівень невизначеності;

$$g_1 = \frac{P}{Bx_1^2 \sqrt{x_3 x_4}} - 1; \quad g_2 = \frac{P}{Cx_1 x_2^3 x_3} - 1; \quad g_3 = \frac{P}{Dx_1 x_2 \sqrt[3]{x_3^2}} - 1; \quad g_4 = x_3 + x_4 - 1,$$

$$B = \frac{2\pi E}{\sqrt{3}}; C = \frac{\pi^3 E}{l^2}; D = 2\pi\sigma_0; \quad (3)$$

$x_1 = h$ ;  $x_2 = R$ ;  $x_3 = \theta$ ;  $x_4 = 1 - \theta$ ;  $l$  – відповідно товщина, радіус, відносний вміст армуючих волокон і довжина оболонки. За змістом задачі ці величини є додатні. Величини  $E$ ,  $\sigma_0$  – відповідно модуль пружності і міцність матеріалу оболонки на стискання. "Шанс" виконання події  $A$  для різних видів невизначеності запишеться як

$$Ch(A) = \begin{cases} Prob(g_j(x, \xi) \leq 0), & \text{для випадкових величин,} \\ Pos(g_j(x, \xi) \leq 0), & \text{для нечітких величин,} \\ Tr(g_j(x, \xi) \leq 0), & \text{для неточних величин,} \end{cases} \quad (4)$$

в якій через  $\xi$  позначено невизначену величину із заданого набору  $\{x_i\}$ ;  $i = 1, 2, 3$ .

## 2. Міра випадковості

Імовірнісною мірою (*Probability measure*) за Лапласом називають відношення числа сприятливих випадків появи події  $A$  до числа всіляких її результатів. Ці відношення називають імовірністю. За допомогою його можна виразити модальність "імовірність" кількісним чином. Величина  $\xi$  в (4) в цьому випадку є випадковою, яка задається апріорною функцією розподілення  $F(x)$ , або щільністю розподілу імовірності  $f(x)$ . Обчислення імовірності появи випадкової події  $A$

$$p = Prob(A), \quad (5)$$

для будь-якої  $f(x)$  ґрунтується на використанні методу Монте-Карло і посиленого закону "великих чисел" теорії ймовірності (перша теорема Бореля [10]). Метод Монте-Карло використовується для здійснення випробувань, в яких формується величина параметра невизначеності за відповідним законом  $f(x)$  розподілу імовірності.

За роботою [9] алгоритм статистичного моделювання буде таким:

Крок 1.  $N^* = 0$ .

Крок 2. Отримати  $u$  - вектор випадкових величин за заданим законом розподілу.

Крок 3. Якщо  $g_j(x, u) \leq 0$ ;  $j = 1, 2, 3$ , тоді  $N^* = N^* + 1$ .

Крок 4. Повторення кроків 2 і 3  $N$  разів. Шуканий результат є  $N^* / N$ .

За посиленням законом "великих чисел" для будь-якого експерименту з нескінченим числом випробувань  $N$  має місце збіжність відносної частоти  $N^* / N$  появи випадкової події до істинної ймовірності, тобто

$$N^* / N \rightarrow p \text{ при } N \rightarrow \infty, \quad (6)$$

де  $N^*$  - число наслідків експерименту, що сприяють появі події  $A$ .

Обчислення імовірнісної міри розглянемо для події  $A$  - одночасного виконання умов несучої здатності стиснутої оболонки: місцевої, загальної втрати стійкості та міцності при дії сили  $P^*$  випадкового характеру.

Нехай осьове навантаження  $P^*$  є випадкова величина  $\xi$  з трикутним законом  $T(a, m, b)$  розподілу щільності ймовірностей

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(m-a)}, & \text{якщо } a < x \leq m \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)}, & \text{якщо } m < x \leq b \\ 0, & \text{інакше } x. \end{cases} \quad (7)$$

Для заданого закону розподілу дії кроку 2 будуть такими:

$$u = a + (b-a)y,$$

де  $y = \begin{cases} \sqrt{c\eta}, \eta < c \\ 1 - \sqrt{(1-c)(1-\eta)}, \eta \geq c \end{cases}; c = \frac{(m-a)}{b-a}; \eta = random[0,1]$ . Параметри

розподілу  $a, b, m$  - будемо називати *інформаційною гранулою* (рис. 1) [12]. Визначимо їх як

$$a = m - \Delta_1; b = m + \Delta_2; \Delta_1 = k_1 m / 100; \Delta_2 = k_2 m / 100,$$

де  $k_1, k_2$  (%) - коефіцієнти розкиду границі гранули. Відрізок  $[a, b]$

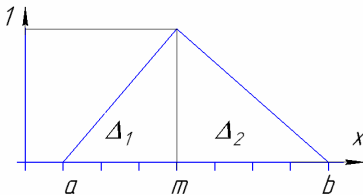


Рис. 1. Інформаційна гранула випадкової величини  $P^*$ , яка розподілена за трикутним законом

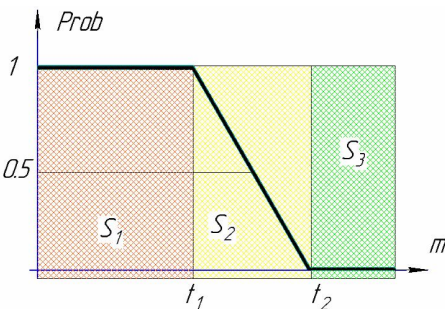


Рис. 2. Множини розподілу ймовірностей

будемо називати шириною інформаційної гранули. Для випадку інформаційної гранули трикутного виду (рис. 1) множини розподілу ймовірностей від модального значення  $m$  стискаючої сили набувають вигляд, як на рис. 2.

Величини  $t_i$ , кН характеризують множини:  $S_1 : [0; t_1]; S_2 : [t_1; t_2]; S_3 : [t_2; \infty]$ . Множина  $S_1$  відображає таку інформаційну ситуацію: подія  $A$  відбудеться обов'язково, оскільки  $Prob(A)=1$ . Множина  $S_2$  характеризує ситуацію, коли подія  $A$  може відбутися з імовірністю

$0 < Prob(A) < 1$ . Для елементів множини  $S_3$  подія  $A$  обов'язково не відбудеться оскільки  $Prob(A) = 0$ .

### Приклад 1. Обчислення імовірності

При числових вихідних даних,  $E = 35 \text{ ГПа}$ ,  $\sigma_0 = 0,4 \text{ ГПа}$ ,  $l = 50 \text{ см}$ ,  $h = 0,15 \text{ см}$ ,  $R = 8 \text{ см}$ ,  $\theta = 0,4$ , виконано розрахунки імовірності виконання події  $A$  для різних значень параметрів  $k_1$  та  $k_2$  ширини інформаційної гранули. Результати розрахунків подано в таблиці 1. і на рисунку 3, з яких видно, що збільшення невизначеності призводить до збільшення величини границі  $t_2$  у випадку симетричного завдання  $k_1$  та  $k_2$ . При несиметричному завданні  $k_1$  та  $k_2$  границі  $t_1$  і  $t_2$  змінюються.

Таблиця 1

Границі областей виконання події  $A$

$N$ експерименту	$k_1, (\%)$	$k_2, (\%)$	$t_1, \text{кН}$	$t_2, \text{кН}$
1	5	5	140	147,2
2	10	10	140	155,4
3	20	20	140	174,8
4	5	20	121,7	147,0
5	10	20	127,2	155,3

В таблиці 1 подана числова інформація про отримані параметри  $t_1$  і  $t_2$  для різних випадків завдання розміру ширини інформаційної гранули. При симетричному завданні  $\Delta_1 = \Delta_2$  значення  $t_1$  в проведених експериментах збігаються до величини  $m_p = 140 \text{ кН}$ . Величина  $t_2$  збільшується із збільшенням параметрів  $k_1$  та  $k_2$  (можливих неточностей в завданні сили  $P$ ).

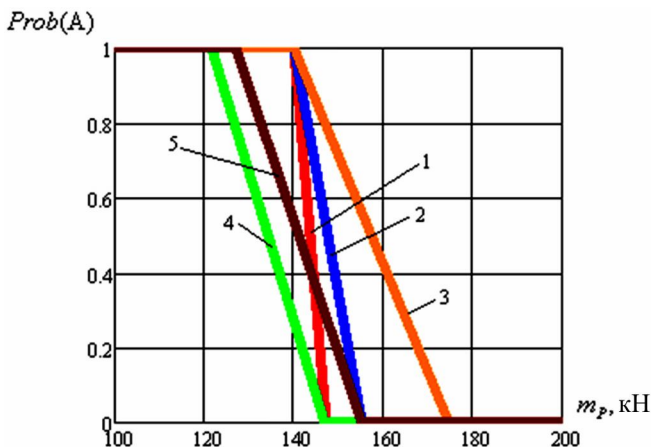


Рис. 3. Графічне представлення обчисленої імовірності та області виконання події  $A$

## Приклад 2. Визначення значення критичної сили, що стискає оболонку

Розглянемо таку задачу стохастичної оптимізації

$$P^* = \arg \left\{ \max_P P \mid \text{Prob}(g_j(x, \xi) \geq P) \geq \alpha, j = 1, 2, \dots, m \right\}. \quad (8)$$

Якщо взяти вирази  $g_j$  із обмежень (2), то модель (8) описує задачу визначення максимального значення осової стискаючої сили  $P^*$ , яка діє на армовану циліндричну оболонку із склопластику в умовах випадкової інформації про геометричні параметри  $\xi = (h, R)$  і виконання обмежень на загальну і місцеву стійкість та міцність. Нехай функції  $f_h(x)$  і  $f_R(x)$  задаються трикутним законом (8). Рівень імовірності  $\text{Prob}(A)$  обмежений величиною  $\alpha \in [0, 1]$ , який задається заздалегідь.

Вище описана чисельна процедура визначення  $\text{Prob}(A)$  вставляється в пошуковий алгоритм визначення максимуму. В роботі використано метод Монте-Карло. Результат обчислень для різних значень  $\alpha$  і параметрів інформаційної гранули  $k_1$ ,  $k_2$  є максимальна величина стискаючої сили  $P^*$ , яка подана в таблиці 2. Числові розрахунки виконано для таких значень параметрів  $m_h = 0.15\text{см}$ ,  $m_R = 8\text{см}$ ,  $E = 35\text{ГПа}$ ,  $\theta = 0.4$ ,  $\sigma_0 = 0,4\text{ГПа}$ ,  $l = 50\text{см}$ .

Таблиця 2

$k_2$ $k_1$	1	5	10	15	20	25
Для параметра $\alpha = 0.5$						
1	139.94	143.11	147.29	151.46	155.80	160.17
5	136.82	139.97	143.73	147.7	141.95	156.25
10	132.82	136.19	139.97	143.61	147.45	151.63
15	128.86	132.4	136.28	140	143.64	147.43
20	124.89	128.52	132.6	136.27	139.91	143.57
25	125.15	124.49	128.64	132.64	136.38	139.89
Для параметра $\alpha = 0.7$						
1	139.32	141.13	143.39	145.72	148.06	150.42
5	134.43	136.84	139.22	141.36	143.53	145.82
10	128.3	130.86	133.68	136.22	138.45	140.76
15	122.34	124.95	127.87	130.7	133.23	135.56
20	116.4	119.05	122.13	124.9	127.64	130.17
25	110.8	113.38	116.39	119.34	121.94	124.7
Для параметра $\alpha = 0.9$						
1	138.4	139.32	140.11	140.78	141.49	142.27
5	130.96	132.31	133.7	134.85	135.87	136.83
10	121.86	123.37	124.87	126.31	127.56	128.8
15	113.04	114.54	116.19	117.75	119.04	120.5
20	104.64	106.14	107.73	109.34	110.57	111.94
25	96.48	97.89	99.58	101.27	102.65	103.91

Із таблиці 2 видно, що: 1) для  $\alpha = 0.5$  при симетричному завданні параметрів розкиду  $k_1 = k_2$  значення сили  $P^*$  однакове і дорівнює 139,95 кН, як в детермінованому випадку;

2) Збільшення значень параметру  $k_1$  при фіксованому  $k_2$  призводить до зменшення сили  $P^*$ ;

3) Збільшення параметру  $k_2$  при фіксованому значенні  $k_1$  призводить до збільшення величини  $P^*$ ;

4) Збільшення коефіцієнта розкиду  $k = k_1 = k_2$  призводить до зменшення критичної сили  $P^*$ . Причому, чим більше  $\alpha$  тим менше становить величина  $P^*$ , тобто великі помилки при завданні випадкових параметрів  $h$  і  $R$  і потреби  $\alpha \rightarrow 1$  призводить до зменшення несучої здатності конструкції, причому лінійно (рис. 4).

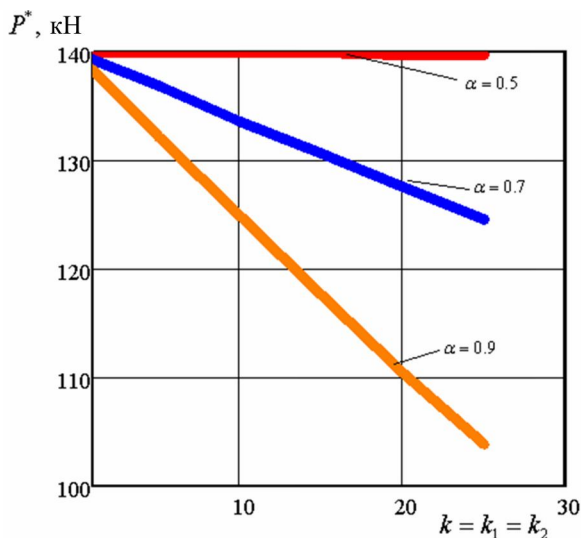


Рис. 4. Графік залежності величини сили  $P^*$  від параметрів  $\alpha$ ,  $k$

### 3. Міра нечіткості

Нечіткість описується мірою *можливості* (*Possibility measure*), яка зумовлює ступінь виконання деякої нечіткої події в умовах обставин, які розглядаються. Міра можливості дозволяє виразити модальність "можливо" кількісним способом - додатним числом із інтервалу  $[0,1]$ .

#### 3.1. Процедура обчислення міри можливості

Нехай  $A: \{g_j(x, \xi) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m\}$  є нечітка подія, де  $\xi$  - вектор нечітких величин, заданих відповідними функціями належності  $\mu_i(x)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

Обчислення міри можливості виконання нечіткої події  $A$  ґрунтується на використанні таких властивостей теорії нечітких множин [13], як декартів добуток множин  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  тобто

$$Q = Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_n. \quad (10)$$

Для цих множин  $Q_i \subseteq X_i; X_i \subseteq X; i = 1, 2, \dots, n$  має місце

$$\mu_Q = \mu_{Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_n} = \min(\mu_{Q_1}(x_1), \mu_{Q_2}(x_2), \dots, \mu_{Q_n}(x_n)); \forall x_i \in X_i; i = 1, 2, \dots, n, \quad (11)$$

де  $\mu_{Q_i}(x_i)$  - степінь належності елемента  $x_i$  нечіткій множині  $Q_i; X_i$  - підмножина універсальної множини  $X \subseteq R^+$  (дійсних додатних чисел).

В роботі використана також властивість: можливість виконання об'єднання двох деяких нечітких подій  $A$  та  $B$  є найбільша з можливостей кожної множини, тобто

$$Pos(A \cup B) = Sup(Pos(A), Pos(B)). \quad (12)$$

Множина  $Q_i$  утворюється за допомогою розв'язання рівняння

$$\mu(x) = \alpha, \quad (13)$$

де  $\alpha$  - заданий рівень можливості.

Наприклад, для функції належності

$$\mu_{Q_i}(x) = \exp(-(x-m)^2 / 2\sigma^2) \quad (14)$$

множина  $Q_i$  має вигляд

$$Q_i = [x_i^L(\alpha), x_i^R(\alpha)]; i = 1, 2, \dots, n^*, \quad (15)$$

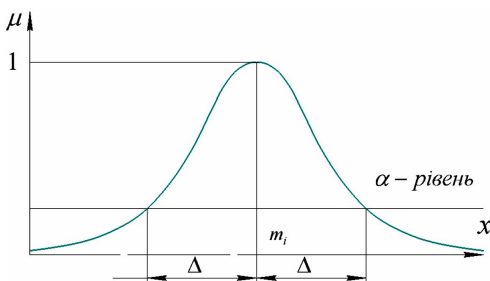


Рис. 5. Функція належності гаусова виду

де  $x_i^L(\alpha) = m - \Delta$ ;  
 $x_i^R(\alpha) = m + \Delta$ ;  $\Delta = \sigma \sqrt{-2 \ln \alpha}$ ;  
 $\alpha = k \cdot \Delta \alpha$ ;  $k = 1, 2, \dots, n^*$ ;  
 $n^*$  - число  $\alpha$  - рівнів (дискретів) (рис. 5);  $\Delta \alpha$  - заданий крок дискретизації, такий що  $n \cdot \Delta \alpha = 1$ .

Для функції належності трикутного виду запишемо

$$\mu_{Q_i}(x) = \begin{cases} \frac{x-m}{m-a}, & \text{для } a \leq x \leq m \\ \frac{b-x}{b-m}, & \text{для } m < x \leq b \end{cases}, \quad (16)$$

де  $a = m - \Delta_1$ ,  $b = m + \Delta_2$ ,  $\Delta_1 = mk_1 / 100$ ,  $\Delta_2 = mk_2 / 100$ ,  $m$  - мода нечіткої величини,  $k_1, k_2$  (%) - коефіцієнти розкиду, множини  $Q_i$  для (16) мають вигляд

$$X_i^L(\alpha) = m\alpha + a(1-\alpha); X_i^R(\alpha) = m\alpha + b(1-\alpha); i = 1, 2, \dots, n^*. \quad (17)$$



Процес обчислення можливості  $L$  засновано на нечіткому моделюванні [14]. Будемо вважати, що  $L = \alpha_0$ ,  $\alpha_0 \in [0,1]$  є нижньою оцінкою можливості, яка зумовлена заздалегідь. Для  $\alpha$  - рівня і заданої функції належності  $\mu_L(x)$  нечіткої величини  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$  будуються множини  $Q_i$ , в яких випадковим чином формується вектор  $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ . Вектор  $u$  підставляється в означення нечіткої події  $A$ , а саме: функції  $g_j(x, u)$  визначають на основі першої властивості значення  $\mu_Q(x)$ . Виконання другої властивості (12) дає значення  $L(N) = \max(L, \mu_Q)$  в одному випадковому експерименті  $N; N = 1, 2, \dots$ . Випробування повторюють достатньо велику кількість разів, в результаті чого отримується шукана оцінка значення можливості, а саме:

$$L^* = L(N); N \rightarrow \infty. \quad (18)$$

### 3.2. Чисельна ілюстрація

#### Приклад 1. Обчислення міри можливості

Для події  $A$  із (4), в якій  $g_j$  описуються виразами (2), а величини  $x = (x_1, x_2, \dots, x_6)$ ,  $\xi = (\xi_1)$  із  $\xi_1 = P$  - нечіткою величиною, а  $x_1 = h$ ,  $x_2 = R$ ,  $x_3 = \theta$ ,  $x_4 = 1 - \theta$ ,  $x_5 = E$ ,  $x_6 = \sigma_0$  - задані величини. Необхідно визначити величину можливості  $Pos(A)$  в залежності від характеристик опису величини сили  $P$ .

Нехай величина  $P$  задається нечітким чином: «дорівнює приблизно  $P_0$ ». За теорією нечітких множин фазифікацію цього словесного вислову здійснимо через уведення до розгляду функції належності трикутного виду (16). Трійка  $a, b, m$  - характеризують ширину інформаційної гранули нечіткої величини  $P(a, m, b)_\Delta$ .

При  $E = 35 \text{ ГПа}$ ,  $\sigma_0 = 0,4 \text{ ГПа}$ ,  $l = 50 \text{ см}$ ,  $h = 0,15 \text{ см}$ ,  $R = 8 \text{ см}$ ,  $\theta = 0,4$  за пропонуванням тут алгоритмом отримано результати, які надано на рисунку 6 та в таблиці 3.

Таблиця 3

Величина границь областей, де визначена міра можливості

№ экс-ту	$k(\%)$	$t_1, \text{кН}$	$t_2, \text{кН}$
1	2	140	141.4
2	5	140	147.3
3	10	140	155.4
4	20	140	175

#### Приклад 2. Визначення критичного значення сили

Розглянемо задачу пошуку максимального значення  $P^*$  осової сили, яка стискує армовану циліндричну оболонку із склопластику в умовах

завдання нечітких значень товщини  $h$  і радіусу  $R$ , тобто «приблизно  $h_0$ » і «приблизно  $R_0$ ». Оптимізаційна модель цієї задачі записується як

$$P^* = \arg \left\{ \max_P P \mid \text{Pos}(g_j(x, \xi) \geq P) \geq \alpha \right\}. \quad (19)$$

Вирази для  $g_j$  описані формулами (2). Фазифікація товщини і радіусу виконана на основі застосування функцій належності трикутного виду (16). Інформаційні гранули для кожної  $\xi_1 = h$  і  $\xi_2 = R$  в цьому випадку будуть  $h(a_h, m_h, b_h)$ ,  $R(a_R, m_R, b_R)$ .

При таких числових даних  $E = 35 \text{ ГПа}$ ,  $\sigma_0 = 0,4 \text{ ГПа}$ ,  $l = 50 \text{ см}$ ,

$h = 0,15 \text{ см}$ ,  $R = 8 \text{ см}$ ,

$\theta = 0.4$  виконано

оптимізацію на заданому інтервалі  $P \in [P^-, P^+]$ , де

$P^-$ ,  $P^+$  границі можливої області пошуку величини сили  $P^*$ . Оптимізаційна процедура обчислення  $\text{Pos}$  базується на використанні методу Монте-Карло [15, 16].

Результати обчислення величини  $P^*$  наведено в таблиці 4 і 5. За даними цих таблиць побудовано графіки залежності  $P^*$  від відповідно від апріорного значення можливості  $\alpha$  і величини відносного вмісту

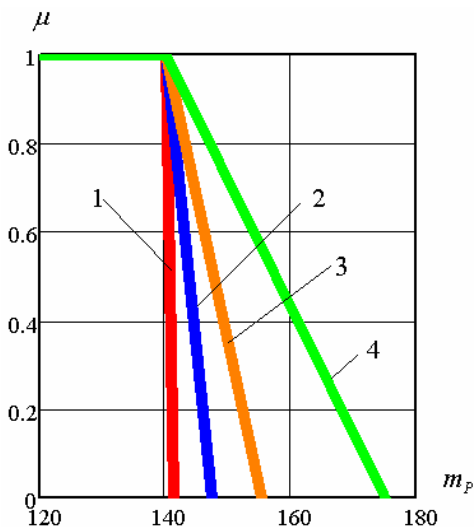


Рис. 6. Графік значень можливостей  $\text{Pos}(A)$  для різних коефіцієнтів нечіткості

армуючих волокон.

Таблиця 4

Значення критичної сили для різних коефіцієнтів нечіткості  $k$  і рівня можливості  $\alpha$

$\alpha$ $k\%$	0.4		0.5		0.7		0.8		0.9		0.95		1
		%		%		%		%		%		%	
1	138.28	1.2	138.55	1	139.11	0.6	139.39	0.4	139.67	0.2	139.81	0.1	139.95
5	131.68	6.1	133.04	5.1	135.78	3.0	137.16	2	138.55	1	139.25	0.5	139.95
10	123.66	12.4	126.31	10.3	131.68	6.1	134.41	4	137.17	2	138.55	1	139.95
15	115.89	18.8	119.75	15.6	127.64	9.2	131.68	6.1	135.78	3	137.86	1.5	139.95
20	108.38	25.4	113.36	21	123.66	12.4	128.98	8.2	134.41	4	137.17	2	139.95
25	101.11	32.3	107.15	26.6	119.75	15.6	126.3	10.3	133.04	5	136.47	2.5	139.95
30	94.1	39	101.11	32.3	115.89	18.8	123.66	12.4	131.68	6	135.78	3	139.95

В графі  $k\%$  уводиться коефіцієнт нечіткості величин  $h$  і  $R$ . В графі  $\alpha\%$  відхилення результату  $P^*$  у відсотках від значення сили при детермінованих даних  $h$  і  $R$  ( $P_{\text{det}}^* = 139.95$  кН).

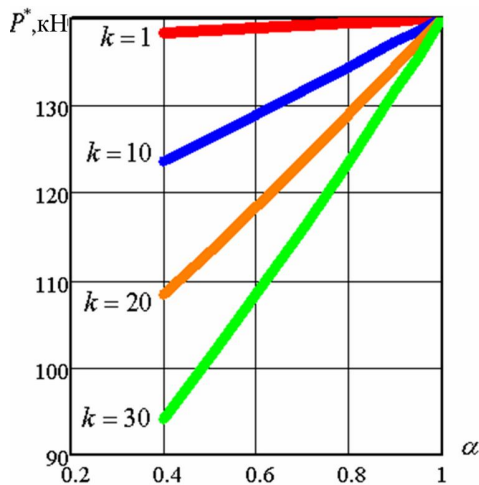


Рис. 7. Графічне уявлення результатів таблиці 4

Таблиця 5

Значення критичної сили  $P^*$  (кН) в залежності від зміни параметра  $\theta$  при коефіцієнті  $k = 10\%$  для різних рівнів можливості  $\alpha$

$\theta \backslash \alpha$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
1	85.7	103.14	130.91	139.95	142.84	139.95	139.95	114.27	85.7
0.95	84.85	102.1	129.61		141.41			113.13	84.85
0.9	84	101.1	128.3	137.17	140	137.17	128.31	112	84.0
0.8		99.06		134.41	137.4	134.41	125.73	109.74	
0.7	80.63	97.05	123.18	131.68	134.4	131.68	123.18	107.52	80.63
0.5	77.34	93.09	118.15		128.91			103.13	77.34
0.4	75.72	91.14	115.67	123.66	126.21	123.66	115.67	100.97	75.72

Отримано, що збільшення рівня  $\alpha$  можливості виконання події  $A$  збільшує значення  $P^*$  до детермінованого  $P^* = 139.95$  кН при різних коефіцієнтах розкиду  $k_1 = k_2 = k$  (від 5% до 30%). На рисунку 8 подано залежність  $P^*$  від зміни детермінованої величини  $\theta$  при  $k = 10\%$  для різних апріорних значень можливості  $\alpha$ . Найбільше значення  $P^*$  досягається при  $\theta = 0.5$ .

**4. Міра неточності**

*Mira*, що описує модальність "неточно", є довіра - *Tr(Trust)*. Величину

$\xi$  називають "неточна", якщо вона описується нерівністю [9, 17]

$$[a, b] \leq \xi \leq [c, d];$$

$$c \leq a \leq b \leq d, \quad (20)$$

де границі множин  $[a, b]$ ,  $[c, d]$  можуть бути точними або розмитими.

Ці множини в теорії неточних множин називають відповідно "нижнім" та "верхнім" наближенням (рис. 9), де  $a = m - \Delta_1$ ;  $b = m + \Delta_2$ ;  $c = m - \Delta_3$ ;  $d = m + \Delta_4$ .

Інформаційну гранулу величини  $\xi$  утворюють

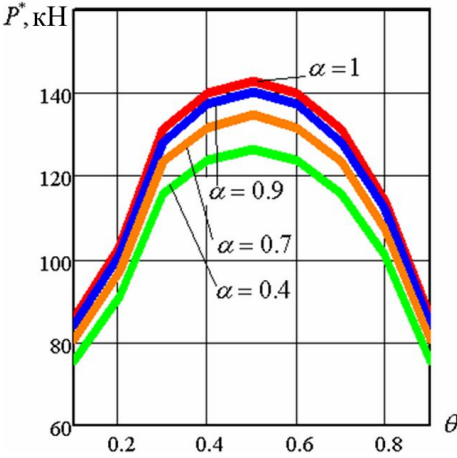


Рис. 8. Графічне уявлення результатів таблиці 5

величини  $m, a, b, c, d$ . Якщо  $\Delta_i = k_i m / 100$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  то  $a = m(1 - k_1)$ ,

$$b = m(1 + k_2), \quad c = m(1 - k_3),$$

$$d = m(1 + k_4), \quad k_i - \text{задані коефіцієнти розкиду неточної величини (\%)}$$

Нехай неточна величина  $\xi$  є вимірною функцією із простору наближень  $(\Lambda, \Delta, \mathfrak{T}, \psi)$  у дійсну пряму [9], де  $\Lambda = \{x | c \leq x \leq d\}$ ,

$$\Delta = \{x | a \leq x \leq b\} \text{ і } \xi(x) = x; \forall x \in \Lambda, \psi$$

- невід'ємна дійснозначна адитивна

функція. Неточна подія характеризується як

$$\mathfrak{T}: g_j(x, \xi(\lambda)) \leq 0; \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad g_j: R^n \rightarrow R^+, \quad (21)$$

де  $g_j$  - неперервні функції;  $\lambda$  - деякий елемент не пустої множини  $\Lambda$ ,  $\lambda \in \Lambda$ ;  $\Delta$  - деяка множина елементів. Тоді [9]:

1) нижня оцінка довіри для нижнього наближення у випадку неточної події  $\mathfrak{T}$  визначається як:

$$\underline{M} = \text{Tr}(g_j(\xi(\lambda)) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m) = \psi(\lambda \in \Delta | g_j(x, \xi(\lambda)) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m) / \psi\{\Delta\}; \quad (22)$$

2) верхня оцінка довіри для верхнього наближення визначається як:

$$\overline{M} = \text{Tr}(g_j(\xi(\lambda)) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m) = \psi(\lambda \in \Lambda | g_j(x, \xi(\lambda)) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m) / \psi\{\Lambda\}; \quad (23)$$

3) оцінка довіри для неточної події  $\mathfrak{T}$  визначається таким чином:

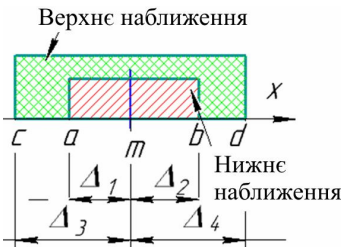


Рис. 9. Інформаційна гранула неточної величини

$$Tr(g_j(\xi(\lambda)) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m) = 0.5 \left[ \underline{M} + \overline{M} \right] / 2N; \text{ при } N \rightarrow \infty, \quad (24)$$

де  $N$  - задане число реалізацій неточної величини  $\xi$  з множин  $\Delta$  і  $\Lambda$ .

Процедура обчислення  $Tr(g_j(\xi(\lambda)) \leq 0$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) складається з таких етапів:

1. Уведемо до розгляду функцію

$$h_i(\xi(\lambda_i)) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } g_j(x, \xi(\lambda)) \leq 0 \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$$

2. Тоді

$$\underline{M} = \sum_{i=1}^N h_i(\xi(\lambda_i)); \lambda_i \in \Delta; \quad \overline{M} = \sum_{i=1}^N h_i(\xi(\lambda_i)); \lambda_i \in \Lambda; \quad \underline{M} \leq N; \quad \overline{M} \leq N;$$

$$Tr(A) = \left[ \underline{M} + \overline{M} \right] / 2N \text{ при } N \rightarrow \infty, \quad (25)$$

де  $\overline{M}$  та  $\underline{M}$  - цілі величини, які в точності визначають число випадків, для яких виконуються відповідні умови події  $\mathfrak{Z}$  для елементів нижнього та верхнього наближень. Наведені етапи далі встановлюються в схему методу Монте-Карло.

В результаті застосування такої процедури отримується картина розподілу довіри (рис. 10) в залежності від  $m_p$  неточної величини осьової сили  $P(m, a, b, c, d)$ . Графічна інтерпретація цього розподілу

узгоджується з визначенням додаткової функції помилок  $Erfc$  (функція Лапласа).

Інформаційні ситуації, які виникають тут, описуються множинами:

$Q_1 = [0; t_1]$  - область значень  $m$ , для яких подія  $\mathfrak{Z}$  виконується, тому що ( $Tr(\mathfrak{Z}) = 1$ );  $Q_2 = [t_1; t_2]$  - область значень  $m$ , для яких виконується подія  $\mathfrak{Z}$  з

зумовленим рівнем довіри;  $Q_3 = [t_2; \infty]$  - область значень  $m$ , для яких виконання події  $\mathfrak{Z}$  неможливо ( $Tr(\mathfrak{Z}) = 0$ ).

**Приклад 1. Обчислення границь області довіри.** Для неточної події  $\mathfrak{Z}$  із (16) визначити міру довіри  $Tr(\mathfrak{Z})$  за такими даними  $E = 35 \text{ ГПа}$ ,  $\sigma_0 = 0.4 \text{ ГПа}$ ,  $l = 50 \text{ см}$ ,  $h = 0.15 \text{ см}$ ,  $R = 8 \text{ см}$ ,  $\theta = 0.4$  для  $k_1 = k_2$  та  $k_3 = k_4$ . В таблиці 6 приводяться результати обчислення  $Tr(\mathfrak{Z})$  в залежності від заданих параметрів  $m_p$ .

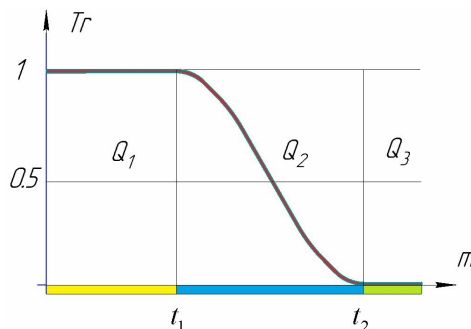


Рис. 10. Загальна картина областей довіри

Таблиця 6

Область довіри для неточної величини  $P([a;b];[c;d])$   
при різних розмірах інформаційної гранули

№	$k_1 = k_2$ (%)	$k_3 = k_4$ (%)	$t_1$	$t_2$	$t_c$	% $t_c$ від $P_{det}$
1	1	5	133.2	147.31	140.2	0.01
2	5	10	127.29	156	141.1	0.08
3	5	20	116.7	174.9	145.6	4

За даними рис. 10 та таблиці 6 випливає:

1) при  $Tr(\mathfrak{S}) = 0.5$  маємо  $t_c = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$  ;

2) величина  $t_c$  відрізняється від  $P_{det} = 139.95$  кН на невелике значення відсотків, які наведені в графі %, тобто уведені наближення із заданим коефіцієнтом розкиду неточної величини  $\xi(u, b)$  є хорошими;

3) збільшення (зменшення) ширини інформаційної гранули призводить до збільшення (зменшення) області  $Q_2$ .

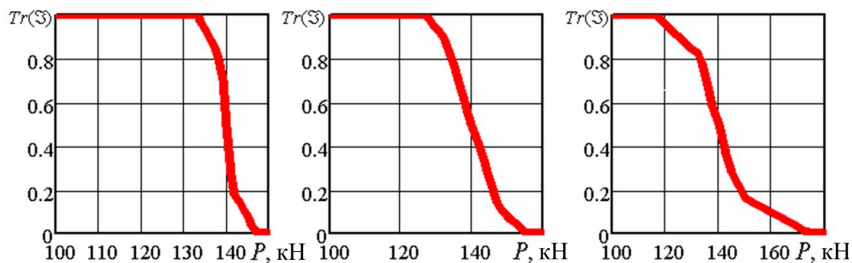


Рис. 11. Значення та області довіри для випадків (1)-(3)

**Приклад 2. Обчислення осової сили, діючої на оболонку при неточних даних.** Застосуємо означення міри  $Tr(\mathfrak{S})$  до такої оптимізаційної задачі

$$P^* = \arg \left\{ \max_P P \left| Tr(g_j(x, \xi) \geq P) \geq \alpha \right. \right\}, \quad (26)$$

де  $\alpha$  - заданий рівень довіри,  $\xi = (h, R)$  - неточні величини,  $x = (E, \sigma_0, L, \theta)$  - вектор заданих характеристик; функції  $g_j$  описані виразами (2). Нижче наводяться кроки обчислювального алгоритму реалізації задачі.

**Алгоритм [9]**

1. Призначити  $N_1 = 0$ ,  $N_2 = 0$ .

2. Сформувані випадковим чином величини

$\underline{h}$ ,  $\underline{R}$  відповідно за мірою  $([a_h, b_h], [a_R, b_R])$ , та  $\bar{h}$ ,  $\bar{R}$  - за мірою  $([c_h, d_h], [c_R, d_R])$ .

3. Обчислити функції  $g_j(\lambda)$  і  $\bar{g}_j(\bar{\lambda})$   $j=1,2,3$ , де  $\lambda = (\underline{h}, \underline{R})$ ,  $\bar{\lambda} = (\bar{h}, \bar{R})$ .
4. Якщо виконується умова  $g_j(\lambda) \geq P$ ,  $j=1,2,3$ , то  $N_1 = N_1 + 1$ .
5. Якщо виконується умова  $\bar{g}_j(\bar{\lambda}) \geq P$ ,  $j=1,2,3$ , то  $N_2 = N_2 + 1$ .
6. Повторити кроки (2)-(5) алгоритму  $N$  разів.
7. Обчислити  $W = \frac{N_1 + N_2}{2N}$ .
8. Якщо  $W \geq \alpha$ , то значення  $W$  уявляє собою оцінку довіри для деякого  $P$ .
9. Етапи (1)-(8) вставляються в деяку процедуру  $g_j(x, u, \xi)$  пошуку екстремуму  $P^* = \arg \{ \max W(P) \}$  в заданому інтервалі  $[P^-; P^+]$ .

При числових даних із попередніх прикладів виконано за наведеним вище алгоритмом числові експерименти. Неточними величинами є  $h$ ,  $R$ , які мають модальні значення  $m_h = 1.5$  см,  $m_R = 8$  см. Задані коефіцієнти розкиду та результати розрахунків наведено в таблицях 7 і 8. Залежність  $P^*$  від рівня довіри  $\alpha$  подано на рисунку 12.

Таблиця 7

Вихідні дані розрахунку величини максимальної осьової сили  $P^*$

№ е-та	$k_1 = k_2$ (%)	$k_3 = k_4$ (%)	$a$	$b$	$c$	$d$	
1	1	2	$h$	0.1485	0.1515	0.147	0.153
			$R$	7.92	8.08	7.84	8.16
2	2,5	5	$h$	0.14625	0.15375	0.1425	0.1575
			$R$	7.8	8.2	7.6	8.4
3	5	10	$h$	0.1425	0.1575	0.135	0.165
			$R$	7.6	8.4	7.2	8.8
4	10	20	$h$	0.135	0.165	0.12	0.18
			$R$	7.2	8.8	6.4	9.6

Таблиця 8

Результати розрахунку величини максимального значення осьової сили  $P^*$  (кН)

№ е-та \ $\alpha$	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
1	140.8	140	139	138.6	138	137	134
2	142.6	140.8	138.7	136.8	134.7	132.8	127
3	145	142	138	134	130	126	114
4	160	143	136	130	121	113	91

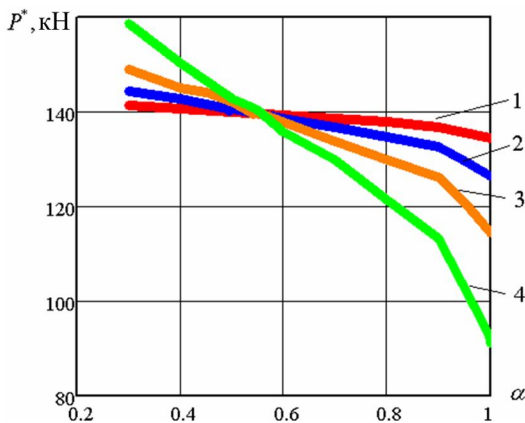


Рис. 12. Залежність значень  $P^*$  ( $\alpha$ ) від рівня  $\alpha$  довіри (1-4 – номери експериментів)

В таблиці 8 наведено результати розрахунків максимального значення сили  $P^*$  для різних рівнів довіри. Як бачимо величина стискаючої сили наближається до детермінованого значення  $P_{det} = 139.95$  кН при рівні довіри приблизно 0.5.

Як бачимо з рис. 12 зі збільшенням рівня довіри ( $0.5 < \beta < 1$ ) до виконання неточної по-

дії зменшується величина сили  $P^*$ . Зменшення ж рівня довіри ( $0 < \beta < 0.5$ ) призводить до збільшення значень  $P^*$ . Збіжність значень  $P^*$  до детермінованого значення стискаючої сили відбувається за рахунок зменшення "розмірів" нижнього і верхнього наближень. Збільшені значення  $P^*$  відповідають малим значенням коефіцієнту довіри.

### 5. Порівняння впливу невизначеності на результат

Чисельні експерименти виконувались при однакових детермінованих початкових даних. Вони дають можливість порівняти вплив різних видів невизначеності на результати пошуку величини максимальної сили. Такі дані наведено в табл. 9.

Таблиця 9

Порівняння результатів визначення критичної сили  $P^*$  ( $\alpha = 0.9$ ) при невизначеному значенні товщини та радіусу оболонки

Міра невизначеності	$k$ %	5%		10%		20%	
	$P^*$ , кН	%	$P^*$ , кН	%	$P^*$ , кН	%	
Імовірність	132,3	5,5%	124,9	10,8%	110,6	21%	
Можливість	138,6	1%	137,2	2%	131,7	5%	
Довіра	132,5	5,3%	126,6	9,6%	114,5	18%	



В таблиці 9 через  $k$  у % надано відхилення ширини розкиду інформаційної гранули;  $P^*$  - визначене максимальне значення осьової сили в (кН). В стовпчику % надано у відсотках відхилення величини сили  $P^*$  від детермінованого розв'язку  $P_{det} = 139.95 \text{ кН}$ . За отриманими даними побудовано графік залежності (рис. 13) величини сили  $P^*$  від ширини інформаційної гранули для кожного виду невизначеності, яка тут розглядається. Графіки показують "реакцію" значень шуканої критичної сили на можливу наявність в постановці задачі невизначених факторів і степеню їх невизначеності: несуча здатність оболонки зменшується значно більше при наявності факторів випадкової і неточної природи, аніж нечіткої.

Із рисунку 13 випливає, що підхід з боку мір невизначеності до задачі пошуку максимального значення критичної сили, яка діє на ортотропну циліндричну оболонку, при невизначених радіусі и товщині найменше реагує на зміну ширини інформаційної гранули у випадку нечітких множин.

### Висновки

1. Застосовано підхід з боку мір невизначеності до аналізу подій – обмежень несучої здатності оболонки в задачі оптимального проектування при наявності невизначених параметрів, а також визначення максимального значення осьової сили, що діє на циліндричну ортотропну оболонку при виконанні умов несучої здатності і наявності невизначених радіусу та товщини випадкової, нечіткої та неточної природи.

2. Підхід базується на моделюванні модальності "імовірно", "можливо" і "неточно" з уведенням до розгляду відповідних функцій розподілу, належності, наближень.

3. Для задачі визначення максимального значення осьової сили, яка стискає армовану циліндричну оболонку із склопластику, з урахуванням умов стійкості та міцності і невизначеному завданні товщини та радіусу, отримано оцінки реагування пружної системи на можливі розмитості, випадковості, неточності в завданні вихідних даних.

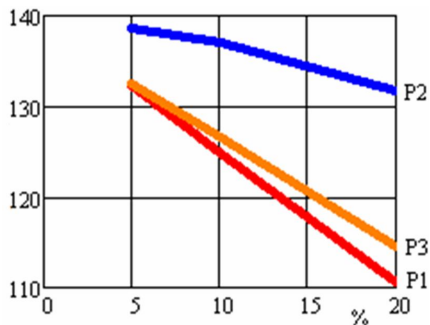


Рис. 13. Оцінка "реакції" критичної сили на можливі розмитості початкових даних:  
1- теорія ймовірностей; 2- теорія нечітких множин; 3- теорія неточних множин

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Augusti G., Baratta A., Casciati F. Probabilistic Methods in Structural Engineering. L-N-Y Chapman and Hall. – 1984. – 582 p.

2. *Болотин В.В.* Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.: Изд-во лит-ры по строительству. – 1971. – 255 с.
3. *Banichuk N.V., Neittaanmäki P.J.* Structural Optimization with incomplete information// Mechanics Based Design of Structures and Mashines. –2007. – V.35. №1. – P.76-95.
4. *Banichuk N.V., Neittaanmäki P.J.* Structural Optimization with Uncertainties. Springer. – 2009. – 245 p.
5. *Zadeh L.A.* Fuzzy sets. Information and control. - 1965. Vol. 8. – P. 338-353.
6. *Почтман Ю.М., Малов В.Ю.* О применении теории нечётких множеств к задачам оптимального проектирования конструкций // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1983. – №4. – С. 30-34.
7. *Baranenko V.* Optimal design truss in condition of fuzzy load by expected value models and dynamic programming // Theoretical foundations of civil engineering. Warsaw. – 2006. – P. 495-498.
8. *Banichuk N.V., Baranenko V.A.* The weak infringement restriction in designing if bar system by fuzzy modeling // Int. Conference "Mathematical modeling and optimization in mechanics" 6-7 March 2014, Jyväskylä, Finland. – 2014. – P. 28-33.
9. *Liu B.* Uncertain programming. - Wiley. New York. – 1999. – 201 p.
10. *Borel E.* Rend. Circolo mat. Palermo, –1909, V. 27, –P. 247-71.
11. *Тетерс Г.А., Рикардс Р.Б., Нарусберг В.Л.* Оптимизация оболочек из слоистых материалов, Рига "Зинатне". – 1978. – 238 с.
12. *Piegat A.* Fuzzy modeling and Control, Physica-Verlag Heidelberg / A springer –Verlag Company.– 2001. – 728 p.
13. *Rutkowska D., Pilinski M., Rutkowski L.* Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte. – PWN, Warsaw – Logz. . – 1999. – 452 p.
14. *Liu B.* Theory and Practice of Uncertain Programming. Physica-Verlag A Springer – Verlag Company Heidelberg. . – 2002. – 416 p.
15. *Fishman G.S.* Monte-Carlo: concepts, algorithms and applications. – Springer. – 1996. –722 p.
16. *Соболь И.М.* Численные методы Монте-Карло. – М.: "Наука" Физматлит. – 1973. – 312 с.
17. *Pawlak Z.* Rough sets, International journal of information and computer science, vol. 11, №5. – 1982. – P. 341-356.

## REFERENCES

1. *Augusti G., Baratta A., Casciati F.* Probabilistic Methods in Structural Engineering. L-N-Y Chapman and Hall. – 1984. – 582 p.
2. *Bolotin V.V.* Primenenie metodov teorii veroyatnostej i teorii nadezhnosti v raschetah sooruzhenij (Application of methods of probability theory and reliability theory in calculations of structures) М.: Изд-во лит-ры по stroitel'stvu, – 1971. – 255 p.
3. *Banichuk N.V., Neittaanmäki P.J.* Structural Optimization with incomplete information// Mechanics Based Design of Structures and Mashines. –2007. – V.35. №1. – P.76-95.
4. *Banichuk N.V., Neittaanmäki P.J.* Structural Optimization with Uncertainties. Springer. – 2009. – 245 p.
5. *Zadeh L.A.* Fuzzy sets. Information and control. - 1965. Vol. 8. – P. 338-353.
6. *Pochtman YU.M., Malov V.YU.* O primenenii teorii nechyotkih mnozhestv k zadacham optimal'nogo proektirovaniya konstrukcij (On the application of the theory of fuzzy sets to problems of optimal design of constructions) // Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo i arhitektura. – 1983. – №4. – P. 30-34.
7. *Baranenko V.* Optimal design truss in condition of fuzzy load by expected value models and dynamic programming // Theoretical foundations of civil engineering. Warsaw. – 2006. – P. 495-498.
8. *Banichuk N.V., Baranenko V.A.* The weak infringement restriction in designing if bar system by fuzzy modeling // Int. Conference "Mathematical modeling and optimization in mechanics" 6-7 March 2014, Jyväskylä, Finland. – 2014. – P. 28-33.
9. *Liu B.* Uncertain programming. - Wiley. New York. – 1999. – 201 p.
10. *Borel E.* Rend. Circolo mat. Palermo, –1909, V. 27, –P. 247-71.
11. *Teters G.A., Rikards R.B., Narusberg V.L.* Optimizaciya obolocek iz sloistyh materialov (Optimization of layers of laminate materials), Riga "Zinatne". – 1978. – 238 p.

12. *Piegat A.* Fuzzy modeling and Control, Physica-Verlag Heidelberg / A Springer –Verlag Company.– 2001. – 728 p.
13. *Rutkowska D., Pilinski M., Rutkowski L.* Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte. – PWN, Warsaw – Logz. – 1999. – 452 p.
14. *Liu B.* Theory and Practice of Uncertain Programming. Physica-Verlag A Springer – Verlag Company Heidelberg . – 2002. – 416 p.
15. *Fishman G.S.* Monte-Carlo: concepts, algorithms and applications. – Springer. – 1996. –722 p.
16. *Sobol' I.M.* Chislennyye metody Monte-Karlo (Numerical methods of Monte Carlo). – M.: "Nauka" Fizmatlit. – 1973. – 312 p.
17. *Pawlak Z.* Rough sets, International journal of information and computer science, vol. 11, №5. – 1982. – P. 341-356.

*Стаття надійшла 11.12.2020*

*Baranenko V.A., Volchok D.L.*

#### **APPLICATION OF VARIOUS UNCERTAINTY MEASURES IN THE PROBLEM OF CRITICAL FORCE SEARCHING FOR ORTHOTROPIC SHELL IN CONDITIONS OF THE CARRYING CAPACITY**

The questions of measures calculation of events containing uncertain quantities of random, fuzzy and rough nature are considered. The algorithms of determination of measures of events, based on methods of statistical simulation, are proposed. The "chances" of realization an uncertain event - the simultaneous fulfillment of the conditions of the bearing capacity of a cylindrical orthotropic shell compressed by an axial force, which can be presented in a random, fuzzy or rough manner, are investigated. The stochastic uncertainty is given by the distribution density of the random variable. Fuzzy data are defined by the membership function, and rough data are defined by a deterministic upper and lower approximation. Each type of uncertainty is characterized by its own measures: the probability - for the description of the modality - "probably", the possibility - for the description of the modality is "fuzzy", trust - to describe the modality "rough". The paper proposes procedures for calculating the listed measures. Also numerical illustrations of the calculation of modalities as "probably", "fuzzy", "rough" for the analysis of the limit force of carrying capacity in the problem of optimal design of the compressed orthotropic cylindrical shell made of fiberglass in conditions of uncertainty of the problem of geometrical parameters, such as thickness and radius, and description of the corresponding degree of implementation of an uncertain event are shown. Uncertain event is to fulfill the limitations of general and local stability and durability. The results of the calculations are compared with the solution of the problem with deterministic data. The results show the "reaction" of the values of the critical force to the possible presence of uncertain factors in the problem and the degree of uncertainty. Thus, the bearing capacity of the shell decreases significantly more in the presence of factors of random and rough nature in comparison to the fuzzy data.

**Keywords:** uncertainty, modeling, measure, probability, fuzziness, roughness, set, orthotropic cylindrical shell, optimization.

*Бараненко В.А., Волчок Д.Л.*

#### **ПРИМЕНЕНИЕ МЕР РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В ЗАДАЧЕ ПОИСКА КРИТИЧЕСКОЙ СИЛЫ ДЛЯ ОРТОТРОПНОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ УСЛОВИЙ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ**

Рассматриваются вопросы исчисления мер событий, содержащих неопределенные величины случайной, нечеткой и неточной природы. Предложены алгоритмы определения мер событий, в основе которых взят метод статистического моделирования (Монте-Карло). Исследованы "шансы" выполнения неопределенного события - условий несущей способности цилиндрической ортотропной оболочки сжатой осевой силой. Стохастическая неопределенность задается плотностью распределения случайной величины. Нечеткие данные описываются функцией принадлежности, а неточные - детерминированным верхним и нижним приближением. Каждый вид неопределенности характеризуется своими мерами: вероятность - для описания модальности - "случайно", возможность - для описания модальности "нечетко", доверие - для описания модальности "неточно". В работе

предлагаются процедуры вычисления перечисленных мер. Также приводятся иллюстрации вычисления мер для анализа ограниченной несущей способности: общей и местной устойчивости и прочности в задаче оптимального проектирования сжатой ортотропной цилиндрической оболочки из стеклопластика в условиях неопределенности задания геометрических параметров - толщины, радиуса и относительного содержания армирующих волокон. Результаты вычислений сравниваются с решением задачи при детерминированных данных.

**Ключевые слова:** неопределенность, моделирования, мера, вероятность, нечеткость, неточность, множество, ортотропная цилиндрическая оболочка, оптимизация

УДК 517.11+519.92+539.3

*Бараненко В.О., Волчок Д.Л. Застосування мір невизначеності в задачі пошуку критичної сили для ортотропної оболонки за умов несучої здатності // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – Київ: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 201-220.*

*Розглядаються питання обчислення мір подій, що містять невизначені величини випадкової, нечіткої та неточної природи.*

Табл. 9. Іл. 13. Бібліогр. 17 назв.

UDC 517.11+519.92+539.3

*Baranenko V.A., Volchok D.L. Application of various uncertainty measures in the problem of critical force searching for orthotropic shell in conditions of the carrying capacity // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. - Kyiv: KNUBA, 2021. - Issue 106. - P. 201-220. – Ukr.*

*The questions of measures calculation of events containing uncertain quantities of random, fuzzy and rough nature are considered.*

Tabl. 9. Fig. 13. Ref. 17.

УДК 517.11+519.92+539.3

*Бараненко В.А., Волчок Д.Л. Применение мер неопределенности в задаче поиска критической силы для ортотропной оболочки при выполнении условий несущей способности // Соппротивление материалов и теория сооружений. – 2021. – Вып. 106. – С. 201-220.*

*Рассматриваются вопросы вычисления мер событий, содержащих неопределенные величины случайной, нечеткой и неточной природы.*

Табл. 9. Ил. 13. Библиогр. 17 назв.

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):**

*доктор технічних наук, професор БАРАНЕНКО Валерій Олексійович*

**Адреса робоча:** 49600, м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", БАРАНЕНКО Валерій Олексійович

**Роб. тел.** +38(056)7563422

**E-mail:** baranenko1941@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-4658-1205>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):**

*кандидат технічних наук, доцент, заступник декана факультету ПЩБ ВОЛЧОК Денис Леонідович*

**Адреса робоча:** 49600, м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", ВОЛЧОК Денис Леонідович

**Роб. тел.** +38(056)7563422; +38(066) 727-656-0

**E-mail:** Denys.L.Volchok@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-7914-321X>

UDC 621.873

## OPTIMIZATION OF ROTATE MODE AT CONSTANT CHANGE OF DEPARTURE IN THE LEVEL-LUFFING CRANE WITH GEARED SECTOR

V.S. Loveikin<sup>1</sup>D.A. Palamarchuk<sup>2</sup>Yu.O. Romasevych<sup>1</sup>A.V. Loveikin<sup>3</sup><sup>1</sup>*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine*<sup>2</sup>*Kyiv National University of Construction and Architecture*<sup>3</sup>*Taras Shevchenko National University of Kyiv*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.221-235

The object of the study is a level-luffing boom system with a drive mechanism for changing the departure in the form of a toothed sector. The turning mechanism consists of a drive motor, a planetary mechanism and an open gear. Variation calculus methods were used to optimize the mode of rotation of the boom system. In this case, a variational problem is formed, which includes the equation of motion of the boom system when turning and changing the departure, the optimization criterion and the boundary conditions of motion. The Lagrange's equation of the second kind was used to compile the equations of motion. The optimization criterion is presented in the form of an integral functional, which reflects the root mean square value of the driving moment of the drive mechanism of rotation during start-up.

**Key words:** turning mechanism, departure change mechanism, cargo swing, steady departure change, integrated functionality, turn mode optimization.

### Introduction

The level-luffing boom system is the basis of many designs of boom systems in modern cranes. Such boom system was created on the basis of the hinged four-link Chebyshev's mechanism. These level-luffing boom systems most often used in gantry cranes to perform unloading and reloading operations in ports [1].

It is well known that the delay of ships in ports is an undesirable phenomenon, as it leads to significant financial costs for both the carrier and the customer. Therefore, reducing the duration of loading and unloading of transport vessels is an urgent task. This issue is especially acute when unloading bulk cargo. This is due to the fact that in parallel with the unloading of the ship, these cargoes are loaded into railway cars or trucks.

Two schemes of unloading bulk cargo from ships and loading into wagons are most often used:

- ship, crane grab, collar, crane grab, wagon (truck);
- ship, crane grab, wagon (truck).

Each of the described systems has its disadvantages and advantages.

In the case of using the first scheme, the speed of unloading the vessel itself increases. However, this significantly increases the total duration of the unloading-loading cycle. In addition, this scheme cannot be used in small ports due to the lack of space for intermediate storage of bulk cargo. In the case of using the second unloading-loading scheme, the unloading time of the vessel increases, but the total duration of work with the cargo decreases [2].

In these cases, there is a need to combine several movements of the crane at the same time. Most often, the combination is observed during the operation of the mechanisms of changing the departure of the boom system and the crane rotation.

Horizontal movement of cargo by means of the mechanism of change of departure is a separate working movement of cranes with level-luffing boom system. This working movement can be performed independently or by combining with other working movements, depending on the technological needs during the operation of the crane.

Important problems at using of cranes during handling are the reduction of the duration of the working cycle of overloading, as well as increasing the maintenance cycle of the metal structure of the jib system and the crane as a whole. These tasks can be solved by minimizing the oscillations of the load on a flexible rope suspension.

The largest oscillations of the load on the flexible suspension are observed during the operation of the motor of the crane rotation mechanism in transient modes (start, braking) [1, 2].

Oscillations of load on a flexible suspension have a negative impact on such performance indicators of cranes as: productivity, efficiency, reliability, maneuverability, etc. [1]. The magnitude of the deviation of the cargo rope from the vertical depends on the following factors: weight of the load, speed of rotation, duration of the motor mechanism, the position of the center of mass of the load relative to the suspension point, wind loads, etc. [3, 4]. Therefore, there is a need to optimize the mode of movement of the boom system during the operation of the mechanisms of rotation and change of departure. In this case, as a rule, the operation of one mechanism is considered in the steady state of motion, and the other – in transient (start or brake) [5].

### **Analysis of publications**

Thorough studies of the kinematics and dynamics of such a boom system were conducted in the monograph [1]. In particular, the results of studies of the movement of the boom system under different equations, corresponding to the minimization of standard deviations of displacements, speeds, accelerations and jerks of the load and the end point of the trunk. It is important that these studies were conducted when moving the cargo from the minimum value of departure to the maximum. However, the process of starting the boom system when changing the departure of the cargo was not studied.

In the article [3] the modes of movement of the mechanisms of rotation of cranes are optimized. Graphical dependences of change of kinematic and force

parameters during operation of the mechanism of rotation on transient modes of movement are constructed.

In [4] the models of possible cases of operational loading of the boom system are analyzed and constructed. The results on the operation of the mechanism of change of departure during different distribution of loads on the links of the boom system of the crane are given.

The authors of articles [5, 6] describe the ways and means of optimal control of the electric drive of the mechanism of rotation of jib cranes. In this case, the operation of electric motors is considered both during transient modes and at steady state.

In [7] the problem of optimization of loads on the links of the boom system in order to reduce the power consumption of the drive motors of the mechanism of change of departure was considered. However, the above method incompletely reveals the change of inertial forces in the unstable sections of the crane boom system.

The analysis of literature sources on research topics showed that different approaches to improving the dynamic characteristics of boom systems are proposed. However, for the most part, two ways of improving the characteristics of cranes are proposed – changing the design parameters of boom systems of cranes and means of controlling the electric motors of the actuators of cranes. In this case, the overall goal is to improve the following indicators of crane efficiency: productivity, efficiency, reliability, maneuverability, ergonomics, etc. [8...11].

#### **Purpose and research task statement**

The purpose of this study is to develop a method for optimizing the process of starting the mechanism of rotation of the level-luffing boom systems of the crane at a steady state change of departure by reducing the existing loads.

#### **Research results**

There is level-luffing boom system of a gantry crane with a toothed sector drive of the mechanism of change of departure of cargo and a planetary drive of the mechanism of turn is given (Fig. 1).

At constructing a dynamic model of the level-luffing boom system, the following assumptions are made:

- It is considered that all parts of the system are solids, except for the load, which performs pendulum oscillations on a flexible suspension;
- When changing the departure, the load moves horizontally, because the cargo rope runs along the trunk and extension and when changing the departure does not change its own length;
- We consider that the change in the departure of the boom system is carried out in a steady state, ie the angular velocity of the boom  $\omega_0$  is a constant value;
- we neglect the deviation of the cargo rope from the vertical in the plane of change of departure, only the deviation in the plane of rotation of the crane along the tangent to the trajectory of the cargo is taken into account;

– It is considered that the boom system is completely balanced by a movable counterweight.

Consider the combined movement of two mechanisms to change the departure of the load and the rotation of the crane.

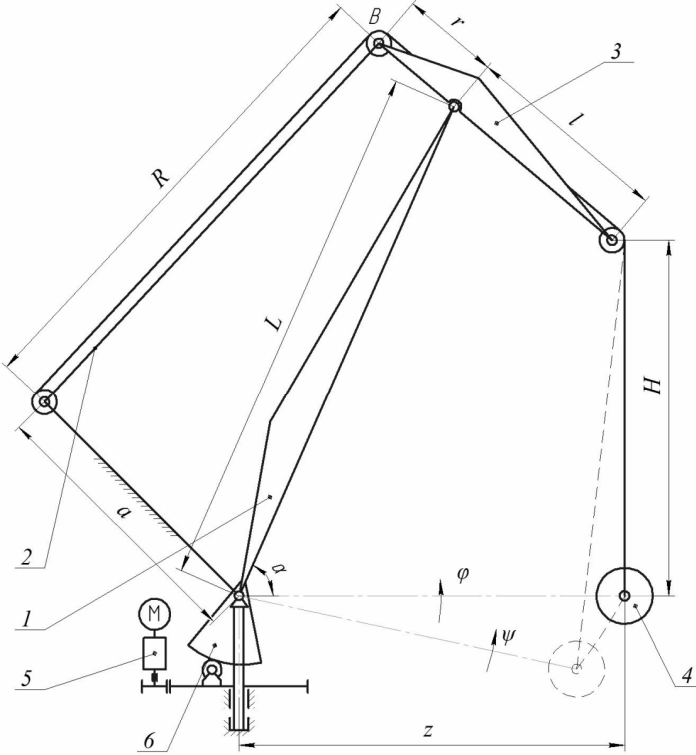


Fig. 1. Dynamic model of level-luffing boom system of the crane

1. Main jib; 2. Tieback; 3. Jib; 4. Load; 5. Rotation mechanism; 6. Outreach mechanism with gear sector

The boom system is presented as a holonomic mechanical system with three degrees of freedom. The angular coordinates of the boom in the plane of change of departure  $\alpha$  and the angular coordinates of the rotation of the boom  $\varphi$  and the load  $\psi$  in the horizontal plane are taken as generalized coordinates (Fig. 2).

An elm is superimposed on the angular velocity of the boom in the plane of change of departure, as a result of which the system moves with a constant velocity  $\dot{\alpha} = \omega_0 = const$ . Therefore, a system with three degrees of freedom is transformed into a system with two degrees of freedom, in which the generalized coordinates will be the coordinates  $\varphi$  and  $\psi$ . The angular coordinate of the boom  $\alpha$  varies according to a linear law  $\alpha = \alpha_0 + \omega_0 t$ , where



$t$  is the time,  $\alpha_0$  is the initial position of the boom, and  $\omega_0$  is the angular velocity of its rotation in the plane of change of departure.

For such a dynamic model of motion of a level-luffing boom system, we compose differential equations of motion using the Lagrange equations of the second kind:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_{\varphi} - \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi}; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} - \frac{\partial T}{\partial \psi} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \psi}, \end{cases} \quad (1)$$

where  $T$  – the kinetic energy of the system;  $\Pi$  – potential energy of the system;  $Q_{\varphi}$  – generalized component of non-potential forces reduced to the coordinate  $\varphi$ .

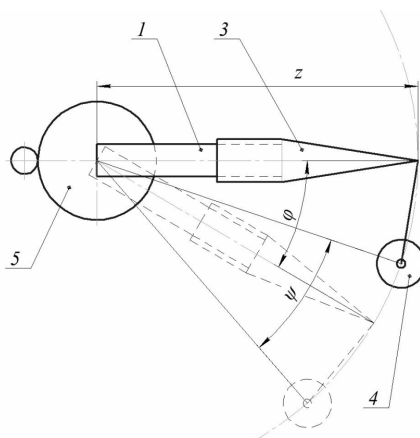


Fig. 2. The scheme of rotation of the boom system (designation of positions corresponds to Fig. 1)

Determine the kinetic energy of the boom system with the combined movement of the mechanisms of change of departure and rotation of the crane

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} (J_0 + J_C + m_X L^2) \omega_0^2 + \frac{1}{2} J_X \dot{\varphi}_X^2 + \frac{1}{2} J_B \dot{\varphi}_B^2 - \frac{1}{2} m_X L (l-r) \omega_0 \dot{\varphi}_X \cos(\varphi_X - \alpha) + \\ & + \frac{1}{2} \left\{ J_X \cos^2 \varphi_X + m_X \left[ (f + L \cos \alpha)^2 + (f + L \cos \alpha)(l-r) \cos \varphi_X \right] + \right. \\ & + J_B \cos^2 \varphi_B + m_B (f - a \cos \Theta)(f - a \cos \Theta + R \cos \varphi_B) + J_P \left. \right\} \dot{\varphi}^2 + \\ & + \frac{1}{2} m (\dot{z}^2 + \dot{\psi}^2 z^2), \end{aligned} \quad (2)$$

where  $m_X$ ,  $m_B$ ,  $m$  – respectively, the mass of the jib, tieback and cargo;  $J_0$  – the moment of inertia of the drive elements of the departure change mechanism, which is reduced to the axis of rotation of the boom;  $J_P$  – moment of inertia of the drive of the turning mechanism, reduced to the axis of rotation of the crane;  $J_C$ ,  $J_X$ ,  $J_B$  – moments of inertia about their own axes of rotation, respectively, main jib, jib and tieback;  $L$ ,  $R$  – respectively, the length of the

main jib and the tieback;  $l, r$  – respectively the length of the jib and counter jib;  $f$  – the displacement of the axis of rotation of the crane relative to the lower axis of the boom hinge;  $a, \Theta$  – respectively, the length of the strut and its angle of inclination to the horizon;  $z$  – the horizontal coordinate of the position of the center of mass of the load relative to the lower hinge of the boom;  $\varphi_X, \varphi_B$  – angular coordinates of rotation, respectively, the jib and tieback.

The potential energy of a fully balanced boom system is determined by the potential energy of the load

$$\Pi = mgy = mgH \left( 1 - \cos \frac{z(\varphi - \psi)}{H} \right), \quad (3)$$

where  $g$  – the acceleration of free fall;  $H$  – height of the load suspension relative to the lower hinge of the boom;  $y$  – the vertical coordinate of the center of mass of the cargo.

The non-potential component of the generalized force of the turning mechanism is determined by the following dependence

$$Q_\varphi = M = M_P u \eta, \quad (4)$$

where  $M$  – reduced to the axis of rotation of the crane driving moment of the rotation mechanism;  $M_P$  – driving torque on the motor shaft of the crane rotation mechanism;  $u$  – the gear ratio of the drive of the turning mechanism;  $\eta$  – the efficiency of the drive in the turning mechanism.

Since the tieback has little effect on the dynamics of the boom system, therefore,  $m_B = 0, J_B = 0$ . We will also assume that the axis of rotation of the crane coincides with the lower hinge of the boom, so  $f = 0$ .

After substituting expressions (2...4) in the system (1), we obtain a system of differential equations of compatible motion of the mechanisms of change of departure and rotation of the crane

$$\begin{cases} a_1 \ddot{\varphi} - 2a_2 \omega_0 \dot{\varphi} = M - \frac{mg}{H} z^2 (\varphi - \psi); \\ mz^2 + 2mz\dot{z}\dot{\psi} = \frac{mg}{H} z^2 (\varphi - \psi). \end{cases} \quad (5)$$

Where

$$a_1 = J_P + (J_C + m_X L^2) \cos^2 \alpha + m_X (l - r) L \cos \alpha \cos \varphi_X + J_X \cos^2 \varphi_X; \quad (6)$$

$$a_2 = (J_C + m_X L^2) \sin \alpha \cos \alpha + \frac{1}{2} m_X (l - r) L (\sin \alpha \cos \varphi_X + \frac{L \sin \varphi_X}{l \cos \varphi_X} \cos^2 \alpha) + J_X \frac{L^2}{l^2} \cos \alpha \sin \varphi_X; \quad (7)$$

$$z = L \cos \alpha - l \cos \varphi_X; \quad \alpha = \alpha_0 + \omega_0 t; \quad \dot{\alpha} = \omega_0; \quad \ddot{\alpha} = 0. \quad (8)$$

$$\sin \varphi_X = \frac{1}{l} (L \sin \alpha - H); \quad \cos \varphi_X = \sqrt{1 - \frac{(L \sin \alpha - H)^2}{l^2}}. \quad (9)$$

Consider the process of starting the rotation mechanism and determine its optimal mode with a steady movement of the mechanism of change of departure. According to the criterion of the mode of movement of the turning mechanism with compatible steady motion with the mechanism of change of departure, we choose the root mean square value of the driving torque of the drive, reduced to the axis of rotation of the crane

$$M_{CK} = \left[ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} M^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min, \quad (10)$$

where  $t$  – the time;  $t_1$  – the duration of the start-up process.

From the first equation of the system (5) we express the driving moment of the rotation mechanism reduced to the axis of rotation of the crane

$$M = a_1 \ddot{\varphi} - 2a_2 \omega_0 \dot{\varphi} + \frac{mg}{H} z^2 (\varphi - \psi). \quad (11)$$

Also from the second equation of the system (5) we express the coordinate of the main motion of the rotation mechanism  $\varphi$  through the function  $\psi$  and its time derivatives

$$\varphi = \psi + \frac{H}{g} \left( \ddot{\psi} + 2 \frac{\dot{z}}{z} \dot{\psi} \right). \quad (12)$$

Differentiating the obtained expression (12) twice over time, we obtain:

$$\dot{\varphi} = \dot{\psi} + \frac{H}{g} \left\{ \ddot{\psi} + \frac{2}{z} \left[ \left( \ddot{z} - \frac{\dot{z}^2}{z} \right) \dot{\psi} + \dot{z} \dot{\psi} \right] \right\}; \quad (13)$$

$$\ddot{\varphi} = \ddot{\psi} + \frac{H}{g} \left\{ \ddot{\psi} + \frac{2}{z} \left[ \left( \ddot{z} - 3 \frac{\dot{z}\ddot{z}}{z} + 2 \frac{\dot{z}^3}{z^2} \right) \dot{\psi} + 2 \left( \ddot{z} - \frac{\dot{z}^2}{z} \right) \dot{\psi} + \dot{z} \ddot{\psi} \right] \right\}. \quad (14)$$

When determining the optimal mode of movement of the turning mechanism at the steady-state mode of change of departure of cargo it is necessary to set initial conditions of movement at  $t = 0$ :

$$\varphi(0) = 0, \quad \dot{\varphi}(0) = 0, \quad \psi(0) = 0, \quad \dot{\psi}(0) = 0. \quad (15)$$

In this case, the final starting conditions, which ensure the absence of oscillations of the load at a steady movement of the turning mechanism [12], when  $t = t_1$ :

$$\varphi(t_1) = \frac{\omega_p t_1}{2}, \quad \dot{\varphi}(t_1) = \omega_p, \quad \psi(t_1) = \frac{\omega_p t_1}{2}, \quad \dot{\psi}(t_1) = \omega_p, \quad (16)$$

where  $\omega_p$  – the established value of the angular velocity of the crane rotation mechanism.

After substituting expressions (12...14) into equation (11), it is seen that the subintegral expression  $M$  will depend only on the unknown function and its derivatives in time up to the fourth order. Therefore, the  $M_{CK}$  functionality will, in fact, have one unknown function  $\psi(t)$  as its argument.

We rewrite the boundary conditions (15) and (16) using only the function and its time derivatives. To do this, use the relations (12...14) and obtain:

$$\begin{cases} \varphi(0) = 0, \psi(0) = 0, \dot{\psi}(0) = 0, \ddot{\psi}(0) = 0, \\ \psi(t_1) = \frac{\omega_P t_1}{2}, \dot{\psi}(t_1) = \omega_P, \ddot{\psi}(t_1) = -2\omega_P \frac{\dot{z}(t_1)}{z(t_1)}, \\ \ddot{\psi}(t_1) = 2\omega_P \left[ 3 \frac{\dot{z}^2(t_1)}{z^2(t_1)} - \frac{\ddot{z}(t_1)}{z(t_1)} \right]. \end{cases} \quad (17)$$

Therefore, to optimize the mode of movement of the turning mechanism at a steady state change of departure of the load, an optimization problem is formulated. It includes criterion (10) in the form of an integral functional with a subintegral function (11) taking into account expressions (6...9) and (12...14) and boundary conditions of motion during start-up (17).

To approximate the solution of the nonlinear variational problem, we will represent the desired function (optimal start mode) in the form of a polynomial. Moreover, this function is divided into two terms

$$\psi(t) = \psi_0(t) + \psi_1(t), \quad 0 \leq t \leq t_1. \quad (18)$$

Here, the first term is a selected polynomial (has an explicit form) that satisfies the boundary conditions (17), and the second is a polynomial that includes free coefficients and satisfies zero boundary conditions similar to (17):

$$\begin{cases} \varphi_1(0) = 0, \psi_1(0) = 0, \dot{\psi}_1(0) = 0, \ddot{\psi}_1(0) = 0, \\ \psi_1(t_1) = 0, \dot{\psi}_1(t_1) = 0, \ddot{\psi}_1(t_1) = 0, \ddot{\psi}_1(t_1) = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Choose  $\psi_0$  in the form of a polynomial of degree 7 to ensure conditions (17):

$$\begin{aligned} \psi_0(t) &= t^4 \left[ A_1 + A_2(t-t_1) + A_3(t-t_1)^2 + A_4(t-t_1)^3 \right], \quad 0 \leq t \leq t_1; \\ \dot{\psi}_0(t) &= 4A_1 t^3 + A_2(5t^4 - 4t^3 t_1) + A_3(6t^5 - 10t^4 t_1 - 4t^3 t_1^2) + \\ &\quad + A_4(7t^6 + 18t^5 t_1 - 15t^4 t_1^2 - 4t^3 t_1^3); \\ \ddot{\psi}_0 &= 12A_1 t^2 + A_2(20t^3 - 12t^3 t_1) + A_3(30t^4 - 40t^3 t_1 + 12t^2 t_1^2) + \\ &\quad + A_4(42t^5 - 90t^4 t_1^2 + 45t^3 t_1^2 - 12t^2 t_1^3); \\ \ddot{\psi}_0 &= 24A_1 t + A_2(60t^2 - 24t t_1) + A_3(120t^3 - 120t^2 t_1 + 24t t_1^2) + \\ &\quad + A_4(210t^4 - 270t^2 t_1^2 - 24t t_1^3 + 135t^2 t_1^2). \end{aligned} \quad (20)$$

With this choice  $\psi_0$ , the boundary conditions (17) at the initial time  $t = 0$  are already fulfilled. The coefficients  $A_1, A_2, A_3, A_4$  are chosen so that the nonzero boundary conditions (17) are satisfied at the final moment of time  $t = t_1$ .

As a result of substituting conditions (17) depending on (20) we obtain:

$$A_1 = \frac{\omega_P}{2t_1^3}; \quad A_2 = -\frac{\omega_P}{t_1^4}; \quad A_3 = \frac{\omega_P}{t_1^4} \left[ \frac{1}{t_1} - \frac{\dot{z}(t_1)}{z(t_1)} \right];$$

$$A_4 = \frac{\omega_P}{3t_1^4} \left[ 3 \frac{\dot{z}_1^2(t_1)}{z^2(t_1)} - \frac{\ddot{z}(t_1)}{z(t_1)} + 12 \frac{\dot{z}(t_1)}{t_1 z(t_1)} \right]. \quad (21)$$

Therefore, a polynomial  $\psi_0$  of the form (20) with coefficients (21) satisfies the boundary conditions (17). We will write a polynomial  $\psi_1$  in a kind

$$\psi_1(t) = t^4 (t - t_1)^4 (C_0 + C_1 t + \dots + C_n t^n), \quad 0 \leq t \leq t_1. \quad (22)$$

The multiplier  $t^4 (t - t_1)^4$  guarantees the fulfillment of zero boundary conditions at any values of the coefficients  $C_0, \dots, C_n$ . These coefficients remain free, and are used to find the minimum of the functional  $M_{CK}$ .

Substituting dependences (20) with coefficients (21) and dependence (22) into expression (18), we obtain an explicit form of the function  $\psi$ , which includes free coefficients  $C_0, \dots, C_n$ , and it follows from the construction that the obtained function  $\psi$  will satisfy the boundary conditions (17) at random choice  $C_0, \dots, C_n$ . Having an explicit form of the function  $\psi$ , we can find the form of the function  $\varphi$  using dependence (12). The function  $\varphi$  will also include free coefficients  $C_0, \dots, C_n$ . Next, substituting  $\varphi$ ,  $\psi$  in expression (11) we obtain the expression for the moment  $M$ , which is included in the subintegral expression of the functional  $M_{CK}$  (10). After the integration, in expression (10) the functional  $M_{CK}$  will depend on the free coefficients  $C_0, \dots, C_n$ , because the functional  $M_{CK}$  is considered as a function of arguments  $C_0, \dots, C_n$ . Therefore, the approximate solution of the variational problem (10) taking into account (6...14) and boundary conditions (17) is reduced to finding the minimum of the function of many variables, for this we can use one of the approximate methods [13, 14]. In this work, an application package was used to solve this problem, in which methods based on the simplex method were used to find the minimum function of many variables.

To determine the derivatives  $\dot{\psi}, \dot{\psi}', \dot{\varphi}, \dot{\varphi}'$  included in (11...14), approximate formulas of numerical differentiation were used, namely, symmetric difference derivatives of the first and second orders, and to approximate the integral (1) – the trapezoidal formula.

The selected in (22) maximum exponent  $n=5$ . For the required functions  $\psi$ ,  $\varphi$ , their derivatives and for the driving moment  $M$  (11) calculations are performed, the results of which are shown in Fig. 3...6. These calculations were performed for the crane boom system with the following parameters [15]:  $\alpha_0 = 0,9$  radian,  $\omega_0 = 0,0278$  radian/s,  $\omega_P = 0,157$  radian/s,  $t_1 = 4$  s,

$L = 25,76 \text{ m}$ ,  $l = 10,16 \text{ m}$ ,  $r = 2,51 \text{ m}$ ,  $H = 14,7 \text{ m}$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ,  
 $m = 20000 \text{ kg}$ ,  $m_X = 5453 \text{ kg}$ ,  $J_C = 2,856 \cdot 10^6 \text{ kg m}^2$ ,  $J_X = 1,189 \cdot 10^5 \text{ kg m}^2$ ,  
 $J_P = 6,338 \cdot 10^5 \text{ kg m}^2$ .

In fig. 3 shows graphs of changes in the angular coordinates of the rotation of the boom system and the load. These graphs show a smooth change of angular coordinates, but there is a deviation of the coordinates of the boom system and the load, which is eliminated before the start of the start-up process, and when entering the steady state coordinates coincide.

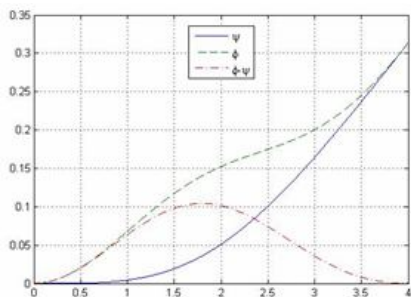


Fig. 3. Graphical dependence of coordinates

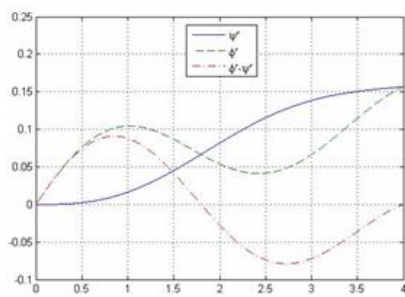


Fig. 4. Graphical dependence of velocities

In fig. 4 shows the dependences of the angular velocities of the boom system and the load when turning the crane. From these graphs it is seen that the speed of the load during the start-up process gradually increases, and in the speed of the boom system there are some fluctuations. At the end of the start-up process, the angular velocities of the boom system and the load coincide, as in their movements. This indicates that there will be no pendulum oscillations of the load on the flexible suspension in the area of steady movement of the turning mechanism.

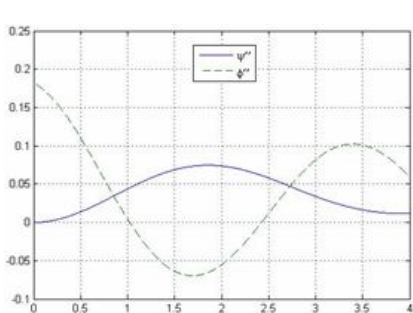


Fig. 5. Graphical dependence of accelerations

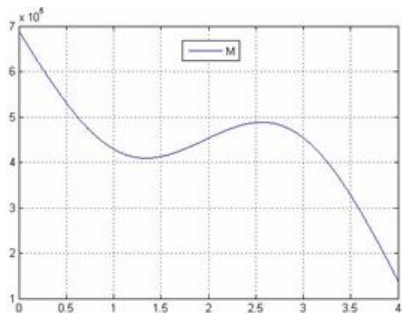


Fig. 6. Graphical dependence of torque

In fig. 5 shows the graphical dependences of the angular accelerations of the load and the boom system, which shows that the acceleration of the load increases smoothly and decreases from zero initial value to a small value at the

end of the start. However, the acceleration of the boom system at the beginning of the movement increases rapidly to the maximum value with subsequent change with oscillations.

A similar situation is observed when changing the dynamic component of the driving moment of the drive mechanism (Fig. 6). At the initial moment of start the driving moment of a drive of the mechanism of turn sharply increases to the maximum value with its subsequent decrease with some fluctuations. A sharp change, at the beginning of the movement, leads to oscillations in the system, to reduce which it is necessary to ensure a smooth change of driving momentum. However, this mode of movement increases the start-up time, which reduces the performance of the crane.

### Conclusions

1. In the considered article the optimization problem of joint movement of mechanisms of change of departure and turn of a boom system of the crane is set. In this case, the change of load departure is carried out in a steady state at a constant angular velocity of the motor shaft, and rotation during start-up, when the motor shaft changes its angular velocity from zero to a fixed value.

2. The optimization problem includes a mathematical model of the joint movement of the mechanisms of change of departure and rotation of the crane, the optimization criterion, which is the RMS value of the driving torque of the rotation mechanism during start-up and boundary conditions of movement that eliminate load oscillations on a flexible suspension. process.

3. The nonlinear optimization problem is solved by an approximate method, where the solution is represented as a polynomial with unknown coefficients, which are determined using a package of applications based on the simplex method.

4. As a result of solving the optimization problem, the graphical dependences of the kinematic characteristics of the boom system and the load, as well as the driving moment of the drive of the turning mechanism during start-up are constructed. The obtained optimal mode of crane rotation during start-up at the steady-state mode of departure change allowed to eliminate load oscillations on a flexible suspension and to minimize dynamic loads in the drive mechanism.

5. Recommendations for the possible application of a certain optimal mode of joint movement of the mechanisms of change of departure and rotation of the jib system of the crane in practice in limited operating conditions.

### REFERENCES

1. *Loveikin V.S., Palamarchuk D.A.* Optymizatsiya rezhymiv rukhu sharnirno-zchlenovanoi strilovoyi systemy krana (Optimization of modes of movement of the articulated boom system of the crane). – Kyiv : Publisher TsP «KOMPRINT», 224 p.
2. *Palamarchuk D.A., Kim A.O., Sysolyatina L.D.* Vykorystannya kraniv z sharnirno-zchlenovanoju strilovoyu systemoyu u perevantazhuvalnykh kompleksakh (Using of cranes with level-luffing jib system in reloading complexes). 14th International Symposium of Ukrainian Mechanical Engineers in Lviv: materials of the symposium. Lviv: KINPATRI LTD, 2019. P. 114–115.

3. *Loveikin V.S., Chovnyuk Yu.V., Kadikalo I.O.* Optimizatsiya rezhymiv rukhu mekhanizmiv obertannya vantazhopidymnykh kraniv (Optimization of modes of movement of mechanisms of rotation of cranes). Scientific Bulletin of the National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine. Series: machinery and energy of agro-industrial complex. Kyiv. 2017. Vol. 262. P. 177–190.
4. *Bortyakov D.E., Nekrasova A.V., Sokolov S.A.* Modelirovaniye ekspluatatsionnoy nagruzhennosti elementov portal'nykh kranov (Modeling the operational loading of gantry crane elements). Scientific and technical bulletin of the St. Petersburg State Polytechnic University, 2008. No. 60. P. 203–211.
5. *Gerasimyak R.P., Togobitskiy A.L., Naidenko E.V.* Optimal'noye upravleniye elektroprivodom mekhanizma povorota (Optimal control of the electric drive of the rotation mechanism). Collection of materials of the V International (XVI All-Russian) scientific conference. S. Petersburg, 2007. P. 384–387.
6. *Limonov L.G., Netesa A.N., Kreslavsky A.I., Teslitsky A.N.* Elektroprivody peremennogo toka osnovnykh mekhanizmov portal'nogo krana s greyferym i kryukovym zakhvatom (AC electric drives of the main mechanisms of the gantry crane with grab and hook gripper). Electrical engineering and electrical equipment, 2006. No 66. P. 138–140.
7. *Loveikin V.S., Palamarchuk D.A.* Issledovaniye dvizhushchikh sil v mekhanizme izmeneniya vyleta strelovoy sistemy krana (Investigation of driving forces in the mechanism of changing the outreach of the boom system of the crane). Allukrainian collection of scientific works "Mining, constructional, road and melioration machines", 2014. Vol. 84. P. 39–45.
8. *Naidenko O. V., Makhortova D. O.* Keruvannya elektroprivodom mekhanizmiv obertannya z urakhuvannyam pidvishenoho vantazhu (Control of the electric drive of mechanisms of rotation taking into account the suspended load). Electrical and computer systems, 2010. No01 (77). P. 17–26.
9. *Zairulazha Bin Zainal.* Modeling and Vibration Control of a Gantry Crane. Faculty of Electrical Engineering Universiti Teknologi Malaysia, 2005. 160 p.
10. *Noriaki Miyata, Tetsuji Ukita, Masaki Nishioka, Tadaaki Monzen, Takashi Toyohara* Development of Feedforward Anti-Sway Control for Highly efficient and Safety Crane Operation. Technical Review, 2001. Vol. 38 No. 2. P. 73–77.
11. *Keqin LI, Cuxiang Jiang* Inverse design of a new double-link luffing mechanism and realization on MATLAB. Proceedings of the 3rd ICMEM International conference on mechanical engineering and mechanics. October 21–23, 2009. Beijing, P. R. China. P. 301–304.
12. *Loveikin V. S., Romasevich Yu. O., Kadikalo I. O.* Obhruntuvannya krayovykh umov rukhu v zadachi optymizatsiyi rezhymu povorotu strilovoho krana (Substantiation of boundary conditions of movement in the problem of optimization of the mode of rotation of the jib crane). Lifting and transport equipment, 2019. No. 2 (61) P. 45–59.
13. *Lyashko I. I., Boyarchuk A. K., Guy Ya. G., Golovach G. P.* Spravochnoye posobiye po vysshey matematike (Reference book in higher mathematics) Moscow. Editorial URSS, 2001. 360 p.
14. *Tslaf L. Ya.* Calculus of variations and integral equations. St. Petersburg: Lan, 2005. 192 p.
15. *Erkki Salminen* Big is Beautiful. Konecranes' world, 2002. No7. – P. 3–5.

*Стаття надійшла 02.03.2021*

*Ловеїкін В.С., Паламарчук Д.А., Ромасевич Ю.О., Ловеїкін А.В.*

### **ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМУ ПОВОРОТУ КРАНА ПРИ УСТАЛЕНІЙ ЗМІНІ ВІЛЬОТУ ШАРНІРНО-ЗЧЛЕНОВАНОЇ СТІЛОВОЇ СИСТЕМИ ІЗ ЗУБЧАСТИМ СЕКТОРОМ**

Наведено результати оптимізації режиму повороту шарнірно-зчленованої стрілової системи крана на ділянці пуску, при усталеному режимі зміни вильоту. За об'єкт дослідження використано стрілову систему з секторним приводом механізму зміни вильоту, а механізм повороту складається з електродвигуна, планетарного механізму та відкритої зубчастої передачі. Для оптимізації режиму повороту стрілової системи використані методи варіаційного числення. При цьому, сформовано варіаційну задачу, яка включає рівняння



руху стрілової системи при повороті та зміні вильоту, критерій оптимізації та крайові умови руху. Критерій оптимізації має вигляд інтегрального функціоналу, що відображає середньоквадратичне значення рушійного моменту приводного механізму повороту за час пуску. Дослідження проведено на ділянці пуску електродвигуна механізму повороту від стану спокою до досягнення номінальної частоти обертання та при усталеній швидкості обертання електродвигуна механізму зміни вильоту.

Розв'язок задачі представлено у вигляді полінома з двома доданками, перший з яких забезпечує крайові умови руху, а другий мінімізує критерій оптимізації через невідомі коефіцієнти. Для цього використано пакет програм, що базується на симплекс методі. Побудовано графіки зміни кінематичних характеристик вантажу та стрілової системи при роботі механізмів повороту та зміни вильоту, а також рушійного моменту в процесі пуску механізму повороту, які відповідають оптимальному режиму руху. Отриманий режим руху дозволив усунути коливання вантажу на підвищі та мінімізувати дію динамічних навантажень. На основі досліджень розроблено рекомендації щодо використання отриманого оптимального режиму пуску.

**Ключові слова:** механізм повороту, механізм зміни вильоту, розгойдування вантажу, усталена зміна вильоту, інтегральний функціонал, оптимізація режиму повороту.

*Loveykin V.S., Palamarchuk D.A., Romasevich Yu.O., Loveykin A.V.*

#### **OPTIMIZATION OF ROTATE MODE AT CONSTANT CHANGE OF DEPARTURE IN THE LEVEL-LUFFING CRANE WITH GEARED SECTOR**

The results of optimization of the rotation mode of the level-luffing boom system of the crane at the launch site, with the steady-state mode of departure change. The object of the study is a boom system with a sector drive of the mechanism of change of departure. The mechanism of rotation consists of an electric motor, a planetary mechanism and an open gear. Variation calculus methods were used to optimize the mode of rotation of the boom system. In this case, a variational problem is formed, which includes the equation of motion of the boom system when turning and changing the departure, the optimization criterion and boundary conditions of motion. The optimization criterion has the form of an integral functional that reflects the root mean square value of the driving torque of the drive mechanism of rotation during start-up. The study was carried out at the starting point of the electric motor of the turning mechanism from the state of rest to reach the nominal speed and at a steady speed of rotation of the electric motor of the mechanism of change of departure. The solution of the problem is presented in the form of a polynomial with two terms, the first of which provides boundary conditions of motion, and the second minimizes the criterion of optimization through unknown coefficients. To do this, use a software package. Graphs of change of kinematic characteristics of cargo and boom system at work of mechanisms of turn and change of departure, and also the driving moment in the course of start of the mechanism of turn which correspond to an optimum mode of movement are constructed. The resulting mode of movement allowed to eliminate the oscillations of the load on the suspension. Based on research, recommendations for the use of the obtained optimal start-up mode have been developed.

**Key words:** turning mechanism, reach change mechanism, cargo swing, steady change of reach, integrated functionality, turn mode optimization.

*Ловеїкин В. С., Паламарчук Д. А., Ромасевич Ю. А., Ловеїкин А. В.*

#### **ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМА ПОВОРОТА КРАНА ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ ИЗМЕНЕНИИ ВЫЛЕТА ШАРНИРНО-СОЧЛЕНЕННОЙ СТРЕЛОВОЙ СИСТЕМЫ С ЗУБЧАТЫМ СЕКТОРОМ**

Приведены результаты оптимизации режима поворота шарнирно-сочлененной стреловой системы крана на участке пуска, при установившемся режиме изменения вылета. За объект исследования использована стреловая система с секторным приводом механизма изменения вылета, механизм поворота состоит из электродвигателя, планетарного механизма и зубчатой передачи. Для оптимизации режима поворота стреловой системы использованы методы вариационного исчисления. При этом, сформировано вариационную задачу, которая включает уравнения движения стреловой системы при повороте и изменении вылета, критерий оптимизации и краевые условия движения. Критерий оптимизации имеет вид интегрального функционала, отражает среднее значение движущего

момента приводного механизма поворота за время пуска. Исследование проведено при пуске двигателя механизма поворота от состояния покоя до достижения номинальной частоты вращения, и при постоянной скорости вращения двигателя в механизме изменения вылета.

Решение задачи представлено в виде полинома с двумя слагаемыми, первый из которых обеспечивает краевые условия движения, а второй минимизирует критерий оптимизации по неизвестным коэффициентам. Для этого использована программа, основанная на симплекс методе. Построены графики изменения кинематических характеристик груза и стреловой системы при работе механизмов поворота и изменения вылета, а также движущего момента в процессе пуска механизма поворота, которые соответствуют оптимальному режиму движения. Полученный режим движения позволил устранить колебания груза и минимизировать воздействие динамических нагрузок. Разработаны рекомендации по использованию полученного оптимального режима пуска.

**Ключевые слова:** механизм поворота, механизм изменения вылета, раскачивание груза, устоявшееся изменение вылета, интегральный функционал, оптимизация режима поворота.

УДК 621.87

*Ловеikin В. С., Паламарчук Д. А., Ромасевич Ю. О., Ловеikin А. В. Оптимізація режиму повороту крана при усталеній зміні вильоту шарнірно-зчленованої стрілової системи із зубчастим сектором // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 221-235.*

*Наведено результати оптимізації режиму повороту шарнірно-зчленованої стрілової системи крана на ділянці пуску, при усталеному режимі зміні вильоту. За об'єкт дослідження використано стрілову систему з секторним приводом механізму змін вильоту, а механізм повороту складається з електродвигуна, планетарного механізму та відкритої зубчастої передачі. Для оптимізації режиму повороту стрілової системи використані методи варіаційного числення. Розв'язок задачі представлено у вигляді полінома з двома доданками. Для цього використано пакет програм, що базується на симплекс методі.*

Ил. 6. Библиогр. 15 назв.

UDC 539.3

*Loveykin V.S., Palamarchuk D.A., Romasevich Yu.O., Loveykin A.V. Optimization of rotate mode at constant change of departure in the level-luffing crane with geared sector // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 221-235.*

*The results of optimization of the rotation mode of the level-luffing boom system of the crane at the launch site, with the steady-state mode of departure change. The object of the study is a boom system with a sector drive of the mechanism of change of departure, and the mechanism of rotation consists of an electric motor, a planetary mechanism and an open gear. Variation calculus methods were used to optimize the mode of rotation of the boom system. The solution of the problem is presented in the form of a polynomial with two terms. To do this, use a software package based on the simplex method.*

Ил. 6. Ref. 15.

*Ловеikin В. С., Паламарчук Д. А., Ромасевич Ю. А., Ловеikin А. В. Оптимізація режиму повороту крана при установившемся изменении вылета шарнірно-сочлененной стреловой системы с зубчатым сектором // Сопротивление материалов и теория сооружений. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 221-235.*

*Приведены результаты оптимизации режима поворота шарнірно-сочлененной стреловой системы крана на участке пуска, при установившемся режиме изменения вылета. За объект исследования использовано стреловую систему с секторным приводом механизма изменения вылета, а механізм поворота состоит из электродвигателя, планетарного механизма и открытой зубчатой передачи. Для оптимізації режиму поворота стреловой системы использованы методы вариационного исчисления. Решение задачи представлено в виде полинома с двумя слагаемыми. Для этого использован пакет программ, основанный на симплекс методе.*

Ил. 6. Библиогр. 15 назв.

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України ЛОВЕЙКІН Вячеслав Сергійович

**Адреса робоча:** 03041 Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, ЛОВЕЙКІНУ Вячеславу Сергійовичу.

**Робочий тел.:** +38(044) 527-87-34;

**Мобільний тел.:** +38(097) 349-14-53;

**E-mail:** lovvs@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-4259-3900>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри теоретичної механіки КНУБА ПАЛАМАРЧУК Дмитро Анатолійович.

**Адреса робоча:** 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра теоретичної механіки, ПАЛАМАРЧУКУ Дмитру Анатолійовичу.

**Мобільний тел.:** +38(097) 825-73-35;

**E-mail:** palamarchuk-dima@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-8019-9659>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, доцент, професор кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України РОМАСЕВИЧ Юрій Олександрович.

**Адреса робоча:** 03041 Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12, Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра конструювання машин і обладнання, РОМАСЕВИЧУ Юрію Олександровичу.

**Робочий тел.:** +38(044) 527-87-34;

**E-mail:** romasevichyuriy@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-5069-5929>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математичної фізики Київського національного університету імені Тараса Шевченка ЛОВЕЙКІН Андрій Вячеславович

**Адреса робоча:** 03022, Україна, м. Київ, проспект академіка Глушкова, 4е, корпус механіко-математичного факультету, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, кафедра математичної фізики, ЛОВЕЙКІНУ Андрію Вячеславовичу

**Мобільний тел.:** +38(097) 350-91-23;

**E-mail:** anlov74@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-7988-8350>

УДК 624.014.2:624.078.46:624.042.062

## ВПЛИВ ЖОРСТКОСТІ ФЛАНЦЕВОГО ГРЕБЕНЕВОГО ВУЗЛА ДВОШАРНІРНОЇ АРКИ НА ПЕРЕРОЗПОДІЛ ЗУСИЛЬ В ЇЇ ЕЛЕМЕНТАХ

**В.В. Романюк,**  
канд. техн. наук

**В.В. Супрунюк,**  
канд. техн. наук

*Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.236-246

Теоретичне визначення дійсної жорсткості гребеневого вузла сталеві перфорованої арки здійснено з використанням методу початкових параметрів, який дозволив обчислити напруження у верхньому опорному перерізі поясу конструкції. Застосування запропонованої методики розрахунку дозволяє визначити жорсткість болтового фланцевого з'єднання з урахуванням його дійсної роботи, а також змінювати її за рахунок зміни геометричних параметрів вузлових деталей, тобто, діаметру болтів або товщини фланців.

**Ключові слова:** болт, з'єднання, фланець, несуча здатність, опір, жорсткість, закріплення, арка, гребеневий вузол.

**Вступ.** В розрахунку будівельних конструкцій важливе значення має точне визначення крайових умов з'єднання вузлових елементів, яке суттєво впливає не тільки на перерозподіл зусиль в окремих елементах конструкцій по їх довжині та на жорсткість вузлів і конструкцій в цілому, а і на складність розрахунку конструкцій. Особливо це стосується болтових з'єднань і, зокрема, фланцевих болтових з'єднань, які є одними з найбільш ефективних видів заводських, а особливо монтажних стиків, і які дуже широко застосовуються у світовій практиці проектування і зведення металевих конструкцій.

**Аналіз останніх досліджень.** На даному етапі для визначення крайових умов з'єднання окремих елементів конструкцій застосовують вітчизняні та європейські норми проектування [1, 2], за якими вузлові з'єднання приймаються шарнірними, жорсткими, у вигляді рухомого заземлення тощо. Всі ці умови закріплення є ідеалізованими, що не у повному обсязі відповідає дійсним умовам роботи вузлових з'єднань і конструкцій в цілому і це підтверджено як експериментальними дослідженнями [3, 4, 6], так і практикою експлуатації існуючих конструкцій.

**Постановка мети і задач досліджень.** Метою досліджень є теоретичне визначення дійсної жорсткості гребеневого вузла сталеві попередньо напруженої перфорованої арки. Задачами є: визначення теоретичних деформацій балки у місці кріплення її до абсолютно жорсткої опори методом початкових параметрів; визначення фактичної

жорсткості вузлового з'єднання; порівняння обчислених теоретичних напружень з експериментальними.

**Результати досліджень.** В науково-дослідній лабораторії кафедри промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд Національного університету водного господарства та природокористування було проведено експериментальні дослідження сталеві перфоровані арки прольотом  $L=9$  м зі стрілою підйому  $f=2,25$  м (рис. 1 (а)) з жорстким фланцевим гребневим вузлом (рис. 1 (б)) [3, 6]. Розрахункове симетричне рівномірно розподілене навантаження на арку становило  $8,35$  кН/м. Під час експериментальних досліджень воно було замінено зосередженими еквівалентними вузовими навантаженнями величиною  $8,4$  кН, прикладеними з кроком  $0,9$  м (рис. 1 (в)).

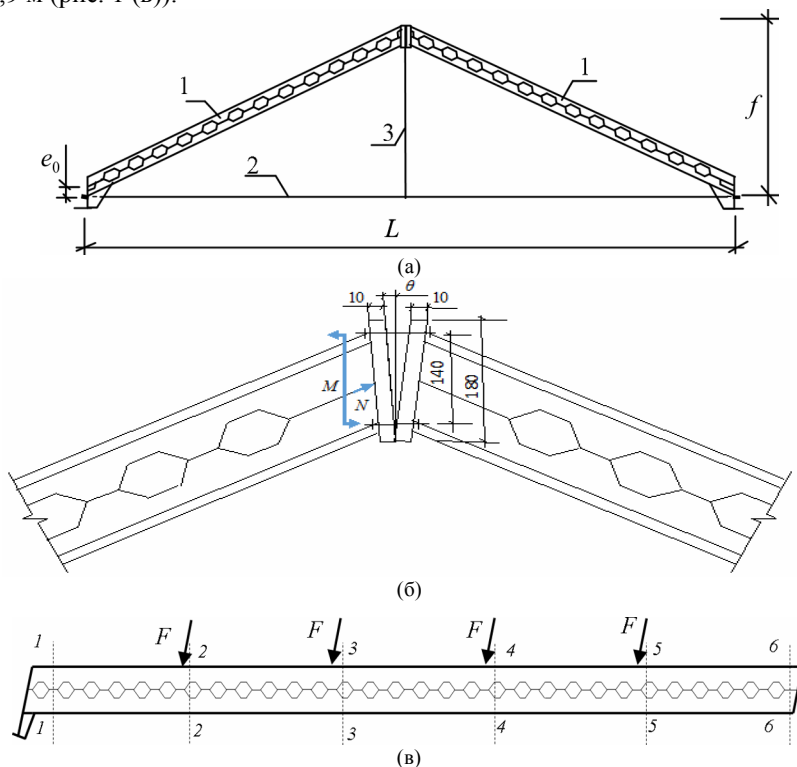


Рис. 1. Сталева попередньо напружена перфорована арка:  
 (а) – загальний вигляд; (б) – розрахункова схема фланцевого гребневого вузла;  
 (в) – напіварка з характерними перерізами  
 1 – перфоровані пояси; 2 – затяжка; 3 – підвіска

Аналіз напруженого стану перфорованого стиснуто-згинального поясу арки здійснювався шляхом порівняння теоретичних і експериментальних напружень у 12-ми його перерізах (6 на кожну

напіварку, поблизу вузлів і зосереджених сил) (див. рис. 1, (в)). Теоретичні напруження були обчислені за методикою [1], яка використовує теорію згину і передбачає, що напруження визначаються як у звичайній балці, послабленій отвором, а експериментальні – виміряні за допомогою тензорезисторів, які були наклеєні по висоті перерізів напіварок (табл. 1 і рис. 2).

Таблиця 1

Напруження у верхній і нижній полицях поясу напіварки

Полиця	Напруження	Перерізи					
		1-1	2-2	3-3	4-4	5-5	6-6
Верхня	$\sigma_t$ , МПа	-66,85	-200,3	-221,8	-142,3	38,23	258,7
	$\sigma_c$ , МПа	-59,84	-195,6	-230,9	-133,3	-14,77	85,00
Нижня	$\sigma_t$ , МПа	-28,52	110,5	137,7	63,84	-111,0	-331,5
	$\sigma_c$ , МПа	-36,04	92,82	144,3	96,9	-36,72	-143,8

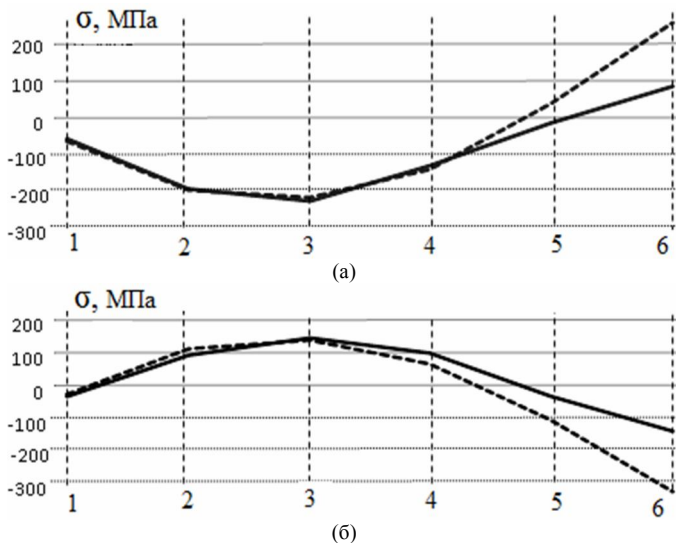


Рис. 2. Розподіл напружень в характерних перерізах напіварки по її довжині:

(а) – у верхній полиці; (б) – у нижній полиці

(---) - теоретичні значення напружень,  
 ———) - експериментальні значення напружень)

Експериментальні напруження у характерному перерізі 6-6, який знаходився поблизу гребеневого вузла, значно відрізнялись від теоретичних значень, чого не спостерігається в інших перерізах, розташованих далі від фланцевого з'єднання у цьому вузлі.

Розбіжність складала 56,6%-67,1%. Це можна пояснити податливістю фланцевого болтового з'єднання, яке за дії у вузлі згинаючого моменту і

поздовжньої сили розкривалося (див. рис. 1 (б)), а в теоретичних розрахунках це з'єднання приймалося абсолютно жорстким.

Це означає, що гребеневий вузол працював не як жорсткий, а частково шарнірний, а дійсна розрахункова схема роботи двохарнірної арки (рис. 3 (а)) частково була тришарнірною (рис. 3 (б)), а, отже, значення згинаючого моменту було меншим за рахунок податливості.

Напруження в затязці складо: теоретичне 147,22 МПа; експериментальне 129,47 МПа. Розбіжність становить 12,1%.

Якщо жорсткість ідеального фланцевого з'єднання прийняти за одиницю, то із вище наведеного можна зробити висновок, що за результатами експериментальних досліджень реальна жорсткість була меншою за одиницю. Отже, жорсткість болтового фланцевого з'єднання буде зменшуватись на величину відповідну згинаючому моменту, який сприймається болтовим з'єднанням за рахунок його податливості.

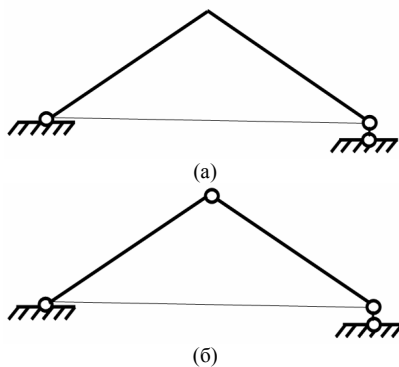


Рис. 3. Статичні схеми арок:  
(а) – двохарнірна; (б) – тришарнірна

**Методика досліджень.** Напруження, які виникають в перерізах арки, залежать від внутрішніх зусиль, а внутрішні зусилля, у свою чергу, від зовнішнього навантаження. Порівнявши розрахункові схеми дво- і тришарнірної арок, можна зробити висновок, що зусилля в перерізах будуть залежати від величини зовнішнього навантаження, опорної реакції та зусилля в затязці від розпору. При однакових значеннях прольоту, стріли підйому та зовнішнього навантаження величина опорної реакції в різних розрахункових схемах буде однаковою. Різниця буде полягати лише у величині зусилля в затязці від розпору. Отже, обчисливши величину, на яку зросте зусилля в затязці за рахунок розкриття фланців, можна в подальшому обчислити величину зменшення згинаючого моменту в перерізі 6-6 і, відповідно, жорсткість фланцевого болтового з'єднання.

Внутрішні зусилля, а саме згинаючий момент  $M$  і поздовжня сила  $N$  в перерізі 6-6 двохарнірної арки, у разі абсолютно жорсткого гребеневого вузла і завантаженні рівномірно-розподіленим навантаженням  $q$  визначаються за формулами:

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{qL^2}{8 \cos \alpha} - \frac{qLf}{\sin \alpha} = \frac{8,35 \cdot 9^2}{8 \cdot \cos 26,565} - \frac{8,35 \cdot 9 \cdot 2,25}{\sin 26,565} = 23,6 \text{ кНм} \\ N &= \frac{qL}{3,2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{8,35 \cdot 9}{3,2 \cdot \operatorname{tg} 26,565} = 47 \text{ кН} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

де  $\alpha=26,565$  – кут нахилу поясів арки.

Зусилля в зтяжці від розпору становить

$$P = \frac{qL}{3,2 \sin \alpha} = \frac{8,32 \cdot 9}{3,2 \cdot \sin 26,565} = 52,5 \text{ кН.} \quad (2)$$

Розкриття фланцевого болтового з'єднання можна визначити за видовженням болтів. Найбільш навантажені болти сприймають зусилля

$$F = \frac{M}{2h} - \frac{N}{4 \cos \alpha} = \frac{23,6}{2 \cdot 0,14} - \frac{47}{4 \cdot \cos 26,565} = 71,2 \text{ кН,} \quad (3)$$

де  $h=0,14$  м – відстань між болтами у фланцевому з'єднанні, які сприймають згинаючий момент  $M$  (див. рис. 1 (б)).

Видовження болтів при цьому становить

$$\Delta l_{\sigma} = \frac{F \sum t}{E A} = \frac{71,2 \cdot 2}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 0,785} = 0,00881 \text{ см,} \quad (4)$$

де  $\sum t = 2$  см – сума товщин елементів, що з'єднуються (фланців) (див. рис. 1 (б));  $A = 0,785 \text{ см}^2$  – площа поперечного перерізу болта діаметром  $d = 10$  мм.

Кут розкриття гребеневого вузла складає

$$\theta = \arctg \frac{\Delta l_{\sigma}}{h+2} = \arctg \frac{0,00881}{14+2} = 0,0315, \quad (5)$$

де  $h+2$  см – довжина розкриття фланців від низу до найбільш навантаженого болта.

Кут розкриття гребеневого вузла  $\theta$  є кутом повороту поясу напіварки у цьому вузлі.

Для визначення прогинів і кутів повороту поясів арки використано метод початкових параметрів

$$\left. \begin{aligned} EI\theta_{xi} &= EI\theta_0 + \sum M_{xi}(x_i - a_1) + \sum F_{xi} \frac{(x_i - a_2)^2}{2} + \sum q_{xi} \frac{(x_i - a_3)^3}{6} \\ EIy_{xi} &= EIy_0 + EI\theta_0 x_i + \sum M_{xi} \frac{(x_i - a_1)^2}{2} + \sum F_{xi} \frac{(x_i - a_2)^3}{6} + \sum q_{xi} \frac{(x_i - a_3)^4}{24} \end{aligned} \right\}, (6)$$

де  $\theta_{xi}$ ,  $y_{xi}$  – кут повороту та прогин в перерізі, що розглядається;  $\theta_0$ ,  $y_0$  – кут повороту та прогин елемента на початку системи (початкові параметри);  $M_{xi}$ ,  $F_{xi}$ ,  $q_{xi}$  – відповідно зосереджені моменти, зосереджені сили та величина рівномірно розподіленого навантаження, які прикладені до конструкції;  $x_i$  – відстань від початку системи до перерізу, в якому обчислюється деформація;  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  – відстані від початку системи до точок прикладання відповідно зосереджених моментів, зосереджених сил та до початку ділянок прикладання розподіленого навантаження;  $I$  – момент інерції перерізу;  $E$  – модуль пружності сталі.

Суть методу полягає у визначенні деформацій і кутів повороту у будь-якому перерізі конструкції послідовно, враховуючи всі силові фактори,



які мають вплив на цей переріз та параметри його жорсткості, встановивши при цьому деякі початкові загальновідомі передумови (початкові параметри). Так для розрахункової схеми двохарнірної арки (див. рис. 3 (а)) очевидним є те, що кут повороту  $\theta$  в гребеневому вузлі, дорівнює нулю. Підстановка цих даних у першу частину системи формул (6), дозволяє визначити кут повороту в опорному вузлі

$$EI\theta_0 = EI\theta_{xi} - \sum M_{xi}(x_i - a_1) + \sum F_{xi} \frac{(x_i - a_2)^2}{2} + \sum q_{xi} \frac{(x_i - a_3)^3}{6}. \quad (7)$$

Оскільки для розрахункової схеми тришарнірної арки (див. рис. 3 (б)) вузол розкривається, то кут повороту поясу у гребеневому вузлі визначається за виразом

$$EI\theta_{xi} = EI\theta_0 + \sum M_{xi}(x_i - a_1) + \sum F'_{xi} \frac{(x_i - a_2)^2}{2} + \sum q_{xi} \frac{(x_i - a_3)^3}{6}, \quad (8)$$

де  $F'_{xi}$  – сума всіх зосереджених поперечних сил, що прикладаються до поясу напіварки з урахуванням зміни розрахункової схеми і, як наслідок, зусилля в зтяжці.

Як показують розрахунки, початковий кут повороту  $\theta_0$  практично не змінюється в розрахункових схемах дво- і тришарнірної арок. Після підстановки вираз (7) у (8) отримано кут повороту у будь-якому перерізі

$$EI\theta_{xi} = \sum F'_{xi} \frac{(x_i - a_2)^2}{2} - \sum F_{xi} \frac{(x_i - a_2)^2}{2}. \quad (9)$$

У виразі (9) різниця всіх сил  $\sum F'_{xi} - \sum F_{xi}$  у правій частині виразу відповідає величині збільшення зусилля в зтяжці внаслідок часткового переходу розрахункової схеми арки з двохарнірної у тришарнірну. Величину цього зусилля можна визначити за виразом

$$\Delta P = \frac{8EI\theta \cos^2 \alpha}{L^2 \sin \alpha} = \frac{8 \cdot 2,06 \cdot 538,18 \cdot 0,0315 \cdot \cos^2 26,565}{9^2 \cdot \sin 26,565} = 6,17 \text{ кН}, \quad (10)$$

де  $I=538,18 \text{ см}^4$ ,  $A=13,136 \text{ см}^2$  – відповідно момент інерції і площа поперечного перерізу напіварки в перерізі 6-6.

Згинаючий момент в гребеневому вузлі зменшиться на величину

$$\Delta M = \Delta P f = 6,17 \cdot 2,25 = 13,88 \text{ кНм}. \quad (11)$$

Таким чином, значення згинаючого моменту і поздовжнього зусилля в перерізі 6-6 становитиме

$$\left. \begin{aligned} M' &= M - \Delta M = 23,6 - 13,88 = 9,72 \text{ кН}; \\ N' &= N + \Delta P \cos \alpha = 47 + 6,17 \cdot \cos 26,565 = 52,5 \text{ кН}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Отже, жорсткість жорсткого вузлового фланцевого з'єднання можна визначити за формулою

$$k = \frac{M'}{M_1} = \frac{9,72}{23,6} = 0,412. \quad (13)$$

Теоретичні напруження у перерізі 6-6 з урахуванням податливості болтового з'єднання становлять: у верхній полиці +81,3 МПа; у нижній

полиці  $-153,66$  МПа. Теоретичне напруження в з'язці з урахуванням уточненої розрахункової схеми становить  $+130,64$  МПа.

Порівнявши теоретичні та експериментальні результати (рис. 4), встановлено, що відхилення експериментальних значень напружень від теоретичних для верхньої полиці складо: за жорсткого вузла  $-67,1\%$ , за податливого  $-4,3\%$ ; для нижньої полиці: за жорсткого вузла  $-56,6\%$ , за податливого  $-6,4\%$ . Відхилення напружень в з'язці за жорсткого вузла  $-12,1\%$ , з урахуванням його податливості  $-0,9\%$ .

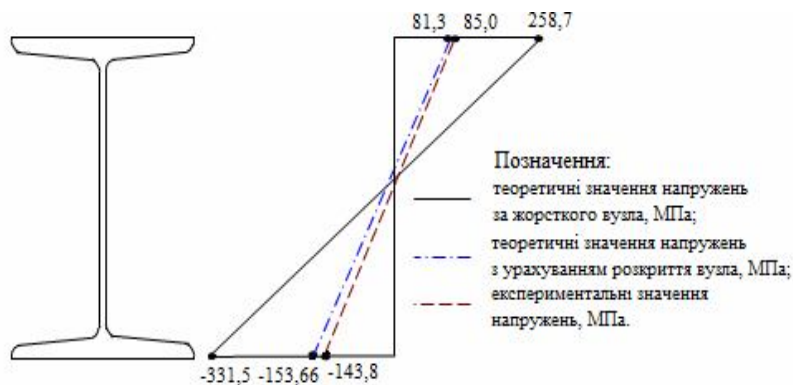


Рис. 4. Розподіл напружень в перерізі 6-6

У разі застосування у цьому з'єднанні болтів інших діаметрів жорсткість вузла буде суттєво змінюватись (табл. 2).

Таблиця 2

Жорсткість болтового фланцевого з'єднання  $k$  залежно від діаметра болта  $d$

Жорсткість болтового фланцевого з'єднання	Діаметр болта $d$ , мм							
	10	12	14	16	18	20	22	24
$k$	0,412	0,591	0,699	0,770	0,818	0,853	0,878	0,897

**Висновки.** Застосування запропонованої методики дозволяє визначити жорсткість болтового фланцевого з'єднання з урахуванням його дійсної роботи, яка, як видно з експериментальних досліджень і теоретичних розрахунків, відрізняється від ідеалізованих розрахункових схем. Окрім того, ця методика дозволяє змінювати жорсткість болтового з'єднання, наприклад, змінюючи діаметр болтів, їх кількість, відстань між ними або товщину і висоту фланців, а також використовувати додатковий ресурс матеріалу за рахунок деякого зменшення максимальних напружень в послаблених перерізах елементів, зокрема, як у розглянутому прикладі на  $56,6-67,1\%$ . Жорсткість болтового з'єднання складо  $0,412$  і може коливатись залежно від діаметра болтів від  $0,412$  до  $0,897$ .

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Сталеві конструкції [Текст]: ДБН В.2.6 – 198: 2014. – [офіц. вид.]. – К.: ДП «Укрархбудінформ», 2014. – 199 с. – (Нормативний документ Мінрегіонбуду України. Норми проектування).
2. Eurocode 3: Design of steel structures. EN 1993-1-8:2005.
3. *Романюк В. В.* Міцність та деформативність перфорованих елементів сталеві арки [Текст]: монографія / В. В. Романюк, В. В. Супрунюк. – Рівне: НУВГП, 2013. – 106 с.
4. *Романюк В. В.* Несуча здатність перфорованих прогонів Z-подібного профілю за косою згини [Текст]: монографія / В. В. Романюк, В. Б. Василенко, В. В. Супрунюк. – Рівне: НУВГП, 2017. – 206 с.
5. *Романюк В. В.* Особливості розрахунку прольотних конструкцій з перфорованих елементів за складного напружено-деформованого стану [Текст] / В. В. Романюк, В. В. Супрунюк // Збірник наукових праць Українського державного університету залізничного транспорту. – Харків: УкрДУЗТ, 2018. – Випуск 175. – С. 98 – 108.
6. *Романюк В. В.* Експериментальні дослідження прольотних конструкцій з перфорованих елементів за складного напружено-деформованого стану [Текст] / В. В. Романюк, В. В. Супрунюк // Опір матеріалів і теорія споруд: наук. – тех. збірн. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 103. – С. 189-200.

## REFERENCES

1. Stalevi konstruktsiyi (Steel structures) [Tekst]: DBN V.2.6 – 198: 2014. – [ofits. vyd.]. – K.: DP «Ukrarkhbuildinform», 2014. – 199 s. – (Normatyvnyy dokument Minrehionbudu Ukrayiny. Normy proektuvannya).
2. Eurocode 3: Design of steel structures. EN 1993-1-8:2005.
3. *Romaniuk V. V.* Mitsnist ta deformatyvnist perforovanykh elementiv stalevoyi arky (Strength and deformability of perforated elements of steel arch) [Tekst]: monohrafiya / V. V. Romaniuk, V. V. Supruniuk. – Rivne: NUVHP, 2013. – 106 s.
4. *Romaniuk V. V.* Nesucha zdatnist perforovanykh prohoniv Z-podibnoho profilyu za kosoho z'hynu (Carrying capacity of perforated runs of Z-shaped profile in oblique bending) [Tekst]: monohrafiya / V. V. Romaniuk, V. B. Vasylenko, V. V. Supruniuk. – Rivne: NUVHP, 2017. – 206 s.
5. *Romaniuk V. V.* Osoblyvosti rozrakhunku prolotnykh konstruktsiy z perforovanykh elementiv za skladnoho napruzhenno-deformovanoho stanu (Features of the calculation of span structures from perforated elements in complex stress-strain state) [Tekst] / V. V. Romaniuk, V. V. Supruniuk // Zbirnyk naukovykh prats Ukrayinskoho derzhavnoho universytetu zaliznychnoho transportu. – Kharkiv: UkrDUZT, 2018. – Vypusk 175. – S. 98 – 108.
6. *Romanyuk V. V.* Eksperymentalni doslidzhennya prolotnykh konstruktsiy z perforovanykh elementiv za skladnoho napruzhenno-deformovanoho stanu (Experimental researches of flexible constructions from perforated elements at a complex stress-deformed state) [Tekst] / V. V. Romaniuk, V. V. Supruniuk // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk. – tekh. zbirn. – K.: KNUBA, 2019. – Vyp. 103. – S. 189-200.

*Стаття надійшла 30.11.2020*

*Романюк В.В., Супрунюк В.В.*

### **ВПЛИВ ЖОРСТКОСТІ ФЛАНЦЕВОГО ГРЕБЕНЕВОГО ВУЗЛА ДВОШАРІРНОЇ АРКИ НА ПЕРЕРОЗПОДІЛ ЗУСИЛЬ В ЇЇ ЕЛЕМЕНТАХ**

Теоретичне визначення дійсної жорсткості конькового вузла сталевий перфорованої арки здійснено з використанням методу початкових параметрів, який дозволив обчислити напруження в верхньому опорному перерізі поясу конструкції. Застосування запропонованої методики розрахунку дозволяє визначити жорсткість болтового фланцевого з'єднання з урахуванням його реальної роботи, а також змінювати її за рахунок зміни геометричних параметрів вузлових деталей, тобто, діаметра болтів або товщини фланців.

Відзначено, що при розрахунку будівельних конструкцій важливе значення має точне визначення крайових умов з'єднання вузлових елементів, що істотно впливає на перерозподіл зусиль в окремих елементах конструкцій по їх довжині і жорсткості вузлів. Особливо це стосується фланцевих болтових з'єднань. В сучасних нормах проектування використовуються ідеалізовані схеми вузлових з'єднань, які, згідно з численними дослідженнями, в повному обсязі відповідають фактичним умовам роботи вузлових з'єднань і конструкцій в цілому.

Для реалізації мети досліджень, тобто, теоретичного визначення жорсткості конькового вузла сталевий попередньо напруженої перфорованої арки, використовується метод початкових параметрів, який дозволив визначити теоретичні напруження в опорному перерізі кріплення верхнього пояса до конькового вузла арки.

Розбіжність в значеннях фактичних напружень в перетинах балки і теоретичних, розрахованих відповідно до чинних проектних правилами, пояснюється гнучкістю фланцевих болтових з'єднань, які, завдяки діючому в вузлі згинному моменту, розкриваються, хоча в теоретичних розрахунках цей вузол прийнятий абсолютно жорстким. Жорсткість залежить від товщини фланців, діаметра болтів, відстаней між ними, значень попереднього натягу болтів і зовнішнього навантаження.

Зроблено висновок про те, що застосування запропонованої методики розрахунку дозволяє визначити жорсткість болтового фланцевого з'єднання з урахуванням його фактичної роботи, і яка, згідно з експериментальними дослідженнями і теоретичними розрахунками, відрізняється від ідеалізованих схем розрахунку. Крім того, методика дозволяє змінити жорсткість болтового з'єднання, змінюючи діаметр болтів або товщину фланців, а також використовувати додатковий ресурс матеріалу за рахунок деякого зменшення максимальних напружень в ослаблених перетинах елементів.

**Ключові слова:** болт, з'єднання, фланець, несуча здатність, опір, жорсткість, кріплення, арка, коньковий вузол.

*Romaniuk V. V., Supruniuk V. V.*

### **INFLUENCE OF RIGIDITY OF A FLANGE RIDGE KNOT OF A DOUBLE HINGED ARCH ON THE REDISTRIBUTION OF EFFORTS IN ITS ELEMENTS**

The theoretical determination of the actual stiffness of the ridge knot of a steel perforated arch was carried out using the initial parameter method, which made it possible to calculate the stress in the upper reference section of the structure belt. The application of the proposed calculation method makes it possible to determine the rigidity of the bolted flange connection, taking into account its actual operation, and to change it by changing the geometrical parameters of the nodal details, that is, the diameter of the bolts or the thickness of the flanges.

It is marked that in the calculation of building constructions an important value has exact determination of boundary conditions of connection of nodal elements, that substantially influences on the redistribution of efforts in the separate elements of constructions on their length and rigidity of knots. Especially it touches of flange bolted joints. Current design rules use idealized schemes of nodal joints, which, according to numerical researches, do not fully correspond to the actual operating conditions of nodal joints and constructions on the whole.

For realization of aim of researches, that is, theoretical determination of rigidity of ridge knot of the steel preliminary tense perforated arch, the method of initial parameters is used, which allowed to define theoretical tensions in the supporting cut of fastening upper belt to the ridge knot of arch.

Divergence in the values of actual tensions in the cuts of beam and theoretical, calculated according to the current design rules, is explained by the flexibility of the flanged bolted joints, that due to the actions in the knot of bending moment opens up, although in theoretical calculations this joint is accepted by absolutely rigid. Rigidity depends on the thickness of flanges,

diameter of bolts, the distances between them, the values of the previous tension of the bolts and external loading.

The conclusion is set forth, that the application of the offered methodology of calculation allows to define the rigidity of the bolted flanged joint taking into account its actual work, and which, according to experimental researches and theoretical calculations, differs from the idealized calculation schemes. In addition the proposed methodology allows to change the rigidity of the bolted joint, changing the diameter of the bolts or the thickness of the flanges, and also to use the additional resource of material due to some reduction of the maximum tensions in weak cuts of elements.

**Keywords:** bolt, joint, flange, bearing capacity, strength, rigidity, fastening, arch, ridge knot.

*Романюк В. В., Супрунюк В. В.*

### **ВЛИЯНИЕ ЖЕСТКОСТИ ФЛАНЦЕВОГО КОНЬКОВОГО УЗЛА ДВУХШАРНИРНОЙ АРКИ НА ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В ЕЕ ЭЛЕМЕНТАХ**

Теоретическое определение действительной жесткости конькового узла стальной перфорированной арки осуществлено с использованием метода начальных параметров, который позволил вычислить напряжения в верхнем опорном сечении пояса конструкции. Применение предложенной методики расчета позволяет определить жесткость болтового фланцевого соединения с учетом его реальной работы, а также изменять ее за счет изменения геометрических параметров узловых деталей, то есть, диаметра болтов или толщины фланцев.

**Ключевые слова:** болт, соединение, фланец, несущая способность, сопротивление, жесткость, крепление, арка, коньковый узел.

УДК 624.014

*Романюк В.В., Супрунюк В.В.* **Вплив жорсткості фланцевого гребеневого вузла двохшарнірної арки на перерозподіл зусиль в її елементах** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 236-246.

*Теоретичне визначення дійсної жорсткості гребеневого вузла сталеві перфорованої арки здійснено з використанням методу початкових параметрів, який дозволив обчислити напруження у верхньому опорному перерізі поясу конструкції. Застосування запропонованої методики розрахунку дозволяє визначити жорсткість болтового фланцевого з'єднання з урахуванням його дійсної роботи, а також змінювати її за рахунок зміни геометричних параметрів вузлових деталей, тобто, діаметру болтів або товщини фланців.*

Табл. 2. Іл. 4. Бібліогр. 6 назв.

UDC 624.014

*Romaniuk V.V, Supruniuk V.V.* **Influence of rigidity of a flange ridge knot of a double hinged arch on the redistribution of efforts in its elements** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles. – Kyiv.: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 236-246.

*The theoretical determination of the actual stiffness of the ridge knot of a steel perforated arch was carried out using the initial parameter method, which made it possible to calculate the stress in the upper reference section of the structure belt. The application of the proposed calculation method makes it possible to determine the rigidity of the bolted flange connection, taking into account its actual operation, and to change it by changing the geometrical parameters of the nodal details, that is, the diameter of the bolts or the thickness of the flanges.*

Tabl. 2. Fig.4. Ref. 6.

УДК 624.014

*Романиук В.В., Супрунюк В.В. Влияние жесткости фланцевого конькового узла двухшарнирной арки на перераспределение усилий в ее элементах // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2020. – Вып. 106. – С. 236-246.*

*Теоретическое определение действительной жесткости конькового узла стальной перфорированной арки осуществлено с использованием метода начальных параметров, который позволил вычислить напряжения в верхнем опорном сечении пояса конструкции. Использование предложенной методики расчета позволяет определить жесткость болтового фланцевого соединения с учетом его реальной работы, а также изменять ее за счет изменения геометрических параметров узловых деталей, то есть, диаметра болтов или толщины фланцев.*

Табл. 2. Ил. 4. Библиогр. 6 назв.

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** доцент, кандидат технічних наук, професор кафедри промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд НУВГП Романюк Володимир Володимирович.

**Адреса:** 33028 Україна, м. Рівне, вул. Соборна, 11, Національний університет водного господарства та природокористування, кафедра промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд.

**Мобільний тел.:** +38(096) 804-31-77

**E-mail:** v.v.romaniuk@nuwm.edu.ua

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-2539-4654>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** доцент, кандидат технічних наук, доцент кафедри автомобільних доріг, основ та фундаментів НУВГП Супрунюк Володимир Володимирович.

**Адреса:** 33028 Україна, м. Рівне, вул. Соборна, 11, Національний університет водного господарства та природокористування, кафедра автомобільних доріг, основ та фундаментів.

**Мобільний тел.:** +38(097) 732-99-01

**E-mail:** v.v.supruniuk@nuwm.edu.ua

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-9534-4460>

УДК 624.046.3

## СТІЙКІСТЬ БЛОЧНОЇ ЗАГОРОДЖУВАЛЬНОЇ ПЕРЕШКОДИ ПРИ ДІЇ ЗОВНІШНІХ НАВАНТАЖЕНЬ

**О.І. Шаповалів,**  
канд. техн. наук

**А.В. Ковтун,**  
канд. техн. наук

*Національна академія Національної гвардії України, м. Харків,  
майдан Захисників України 3, 61001*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.247-261

Стаття присвячена аспектам інженерного забезпечення сил охорони правопорядку в разі ускладнення оперативної обстановки. В роботі проведені попередні експериментальні дослідження, які дозволяють визначити характер взаємодії пустотілих з'єднувальних елементів блочної загороджувальної перешкоди при різних ступенях і напрямках їх наповнення рідиною під час впливу зовнішніх навантажень. Запропоновані математичні моделі визначення стійкості блочної загороджувальної перешкоди при дії зовнішніх навантажень і наведено їх результати. Подальші дослідження пов'язані з вдосконаленням блочної загороджувальної перешкоди і визначенням її стійкості у разі дії на неї різних видів зовнішніх навантажень.

**Ключові слова:** блочна загороджувальна перешкода, пустотілі з'єднувальні елементи, сили охорони правопорядку, загороджувальні засоби, стійкість.

**Постановка проблеми.** У сучасному світі домінуючими чинниками нестабільності в різних країнах, в тому числі в Україні, є такі негативні явища як внутрішні суперечності (політичні, етнічні, етнорелігійні та ін.), що можуть переростати у масові заворушення.

Результати аналізу спостережень за перебігом цих подій показують, що можуть виникати провокації на державному кордоні в місцях пункту пропуску [1] або масові заворушення в населених пунктах [2]. Це організовані навмисні дії порушників, спрямовані проти держави Україна з території суміжних держав (тимчасово окупованої території України), а також з боку екстремістів, що грубо порушують режим державного кордону з метою виклику дій у відповідь для досягнення певних політичних або воєнних цілей.

Масові заворушення – це дії натовпу, що супроводжуються вчиненням насильства, погромів, підпалів, знищенням майна, захопленням будівель або споруд, опором представникам влади та іншими діями руйнівного характеру із застосуванням зброї або інших предметів, які використовуються як зброя [2]. Масові заворушення можуть виникнути в одному чи декількох містах, районах одночасно або послідовно на всій території держави, області і окремих місцевостях. За своїм характером і наслідками масові заворушення є досить небезпечними, оскільки порушують нормальне функціонування органів

державного управління, транспорту, торгівлі та інших сфер життєдіяльності.

На практиці багатьох держав у разі ускладнення соціально-політичної обстановки для відновлення правопорядку залучають будь-які підрозділи (поліцейські, військові) незалежно від їх призначення [3], які об'єднуються в сили охорони правопорядку.

У роботі [1] зазначається, що одним із способів припинення масових заворушень силами охорони правопорядку може бути блокування руху натовпу шляхом оперативного створення перешкод (інженерними або переносними загородженнями, вантажними автомобілями та ін.).

Проведений аналіз існуючих загороджувальних засобів [4], які використовуються силами охорони правопорядку під час припинення масових заворушень, свідчить про наявність у них наступних недоліків:

- низьку ефективність недопущення прориву учасників заворушень на заборонені ділянки території або блокування певних напрямків руху натовпу;

- низьку захищеність особового складу сил охорони правопорядку від засобів нападу учасників масових заворушень.

Таким чином, з огляду на викладене вище виникає необхідність у створенні нових зразків загороджувальних засобів, які повинні мати такі властивості:

- надійне блокування і недопущення порушників на заборонені ділянки території;

- забезпечення швидкого монтажу та демонтажу загороджувальних засобів для перекриття різних ділянок території;

- забезпечення захисту особового складу під час виконання службово-бойових завдань;

- обмеження щодо завдання шкоди інфраструктурі району;

- забезпечення мінімальної вартості їх виготовлення й експлуатації.

Виходячи з цього і з урахуванням проведеного аналізу [4] та перелічених властивостей у статті пропонується для використання силами охорони правопорядку нова конструкція загороджувального засобу – блочна загороджувальна перешкода (БЗП) [5].

Особливістю цього типу загороджень є наповнення пустотілих з'єднувальних елементів (ПЗЕ) рідиною для підвищення її стійкості. Під стійкістю розуміється здатність конструкції чинити опір зовнішнім навантаженням, спроможним її зсунути або перекинути, тим самим забезпечуючи підвищення ефективності виконання завдання силами охорони правопорядку [6].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дослідженням стійкості будівель і споруд присвячена велика кількість наукових робіт. Фундаментальні дослідження проводили В.З. Власов, О.Р. Ржаницин, І.М. Рабінович [7].

Сучасні дослідження стійкості будівель і споруд пов'язані з щорічним ростом числа аварій, внаслідок терористичних актів, вибухів побутового



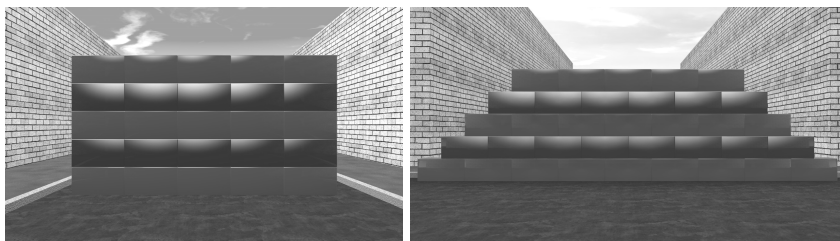
газу, видалення опор при наїзді автотранспорту, які не були передбачені на стадії проектування, але викликали обвалення окремих конструкцій, а в деяких випадках – усієї будівлі або споруди [8, 9, 10, 11]. Для більшості будівельних об'єктів сприйняття таких «особливих дій» не передбачається, оскільки вони відносяться до аварійних ситуацій, і за економічними показниками були дуже дорогими. Тому, аварії будівель і споруд в результаті помилок проектування, зведення, порушення правил експлуатації, що почастишали останнім часом, і висока міра зносу експлуатованих об'єктів капітального будівництва вимагають розробки принципово нової концепції захисту проєктованих будівельних об'єктів, здатних сприйняти сучасні дії природного і техногенного характеру.

Таким чином, проведений аналіз досліджень і публікацій показує, що загороджувальні засоби, які відповідають висунутим вимогам по стійкості конструкції (недопущення проходу учасників масових заворушень на заборонені ділянки території та захищеності особового складу сил охорони правопорядку) у відомій науково-технічній літературі та нормативних документах не розглянуті.

**Мега статті** – дослідити процес стійкості блочної загороджувальної перешкоди при дії на неї зовнішніх навантажень з боку учасників масових заворушень.

**Основний матеріал.** Однією із принципових переваг блочної загороджувальної перешкоди є можливість зміни ваги конструкції шляхом заповнення пустотілих з'єднувальних елементів рідиною для надання їй більшої стійкості. Це дає можливість особовому складу сил охорони правопорядку власними зусиллями оперативно проводити монтаж (демонтаж) загородження на визначених ділянках території. При цьому воно використовується не лише як загороджувальний засіб, а і як конструкція для захисту особового складу сил охорони правопорядку від засобів нападу учасників заворушень.

Використання запропонованого загородження дозволяє проводити монтаж різних конструктивно-компонувальних схем (рисунк 1). Блочна загороджувальна перешкоди дозволяє змінювати її висоту залежно від оперативної обстановки, яка склалася, шляхом встановлення необхідної кількості рядів елементів. Для зміни довжини загороджувальної перешкоди (залежно від ділянки території) її з'єднують у ланцюг.



(а)

(б)

Рис. 1. Варіанти побудови блочної загороджувальної перешкоди для перекриття ділянок території: а – рядний; б – шаховий

В якості зовнішнього навантаження розглядаються силові дії учасників масових заворушень (натовпу) приклади яких подано на рисунку 2.



Рис. 2. Силові дії учасників масових заворушень на загороджувальні засоби

Дії натовпу (зовнішнє навантаження) може спричинити:

- зсув конструкції в цілому відносно поверхні її опирання;
- зсув окремих елементів конструкції;
- перекидання окремих елементів конструкції;
- перекидання конструкції в цілому.

Практичне використання блочної загороджувальної перешкоди ускладнюють такі чинники:

- невизначеність процесу взаємодії пустотілих з'єднувальних елементів конструкції при різних ступенях та напрямках її наповнення рідиною під час прикладання зовнішнього навантаження;
- невизначеність стійкості блочної загороджувальної перешкоди при наповненні її рідиною під час прикладання зовнішнього навантаження.

Одним із завдань дослідження є визначення особливостей впливу зовнішніх навантажень на стійкість блочної загороджувальної перешкоди при різних ступенях та напрямках її наповнення рідиною.

Для досягнення поставленої мети виникає необхідність в проведенні попередніх експериментальних досліджень, які дозволяють визначити характер взаємодії пустотілих з'єднувальних елементів конструкції при різних ступенях та напрямках їх наповнення рідиною під час впливу зовнішніх навантажень.

При цьому необхідно вирішити наступні завдання:

- розробити експериментальну установку, яка б дозволила визначити характер взаємодії елементів моделі конструкції при різних ступенях їх наповнення рідиною під час прикладання зовнішніх навантажень;
- розробити конструктивні вузли та елементи, які забезпечували б швидку та надійну зміну їх положень для проведення експериментальних досліджень.

Виходячи з поставлених завдань було створено експериментальну установку, схема якої представлена на рисунку 3.

Експериментальна установка складається з: станина 1, випромінювач 3 вузько спрямованого світлового променя 4, блок світлового приймача 5 із звуковим сигналізатором 6 та навантажувальна площадка 10.

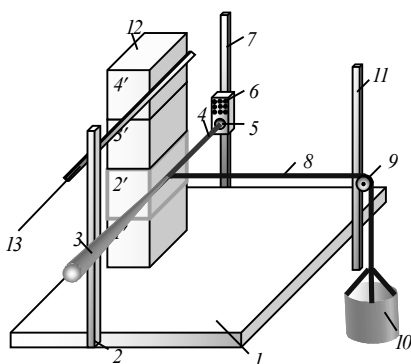


Рис. 3. Схема експериментальної установки для дослідження взаємодії елементів моделі конструкції при прикладанні зовнішніх сил

Станина 1 має прямокутну форму з гладкою поверхнею і призначена для кріплення всіх частин установки. З лівого боку станини 1 фіксується пересувна стійка 2, на якій закріплюється випромінювач 3 вузько спрямованого світлового променя 4 та регульовані фіксатори 13 елементів 1'-4'. Живлення випромінювача 3 здійснюється від акумуляторних батарей. Паралельно стійці 2, що може пересуватися, з протилежного боку станини 1 фіксується пересувна стійка 7, на якій встановлюється блок світлового приймача 5 з вмонтованим звуковим сигналізатором 6, що живиться від постійної напруги. Між випромінювачем 3 та блоком світлового приймача 5 на станині 1 встановлюється модель конструкції 12, яка складається з чотирьох елементів 1'-4'. Паралельно моделі конструкції 12 на станині 1 фіксується пересувна стійка 11, на якій кріпиться обертальне колесо 9, через яке проходить поперечна тяга 8, яка з'єднується з навантажувальною площадкою 10. Поперечна тяга 8 служить для з'єднання елемента 2' моделі конструкції 12 з навантажувальною площадкою 10 для прикладання зовнішньої сили. Кожний елемент 1'-4' моделі конструкції 12 має масу 0,015 кг, що дорівнює силі ваги 0,2 Н, а у разі наповнення рідиною – 0,315 кг (3,1 Н). Загальна вага пустої моделі конструкції 12 – 0,6 Н і у разі наповнення її рідиною – 12,4 Н.

Завданням проведення попередніх експериментальних досліджень було визначення стійкості моделі конструкції 12 у разі прикладання зовнішньої сили за різних об'ємів і способів її наповнення рідиною.

Змінними чинниками у дослідженнях вважаються:

- маса наповнення елементів 1'-4' рідиною;
- зміна напрямку наповнення елементів рідиною.

За зміну напрямку наповнення моделі конструкції 12 рідиною прийнято:

- наповнення рідиною елементів з 1' по 4' по черзі;
- наповнення рідиною елементів з 4' по 1' по черзі.

Результатом є сила тертя між елементами 1'-4' моделі конструкції 12 при прикладанні зовнішньої сили до елемента 2'.

Дослідження проводилось в два етапи, сутність яких залежала від напрямку наповнення елементів 1'-4' моделі конструкції 12 рідиною. Перший етап досліджень – процес наповнення рідиною з 4' по 1' елементи; другий етап – наповнення рідиною з 1' по 4' елементи.

Зміна маси наповнювача елементів 1'–4' рідиною здійснювалася у межах від 0 до 0,3 кг. Варіанти наповнення елементів 1'–4' моделі конструкції 12 рідиною подано у таблиці 1.

Таблиця 1

Варіанти наповнення елементів моделі конструкції 12 рідиною

Варіанти наповнення елементів рідиною		1		2		3		4		5	
Маса рідини, кг		0	0,3	0	0,3	0	0,3	0	0,3	0	0,3
Етапи проведення досліджень	Елементи	Перший етап									
	1'	+	-	+	-	+	-	+	-	-	+
	2'	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+
	3'	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+
	4'	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+
	Елементи	Другий етап									
	1'	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+
	2'	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+
	3'	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+
	4'	+	-	+	-	+	-	+	-	-	+

Коли зовнішня сила досягала максимальної величини сили тертя спокою, відбувався зсув елемента 2' моделі конструкції 12, який, у свою чергу, переривав вузько спрямований світловий промінь 4. Світловий промінь 4 між випромінювачем 3 та блоком світлового приймача 5 розривався, що супроводжувалося звуковим сигналом 6, який був результатом початку зсуву елемента 2' при прикладанні до нього зовнішньої сили.

Дослідження з визначення залежності максимальної сили тертя елемента 2' відносно моделі конструкції 12 від зміни напрямку та об'єму її наповнення рідиною проводилися відповідно до рекомендацій, викладених у роботі [12]. Результати досліджень наведені на рисунку 4.

У процесі проведення дослідження одержано такі результати:

– під час наповнення моделі конструкції 12 рідиною з 4' по 1' елементи відбувався зсув 2', 3', 4' елементів відносно 1' з максимальною силою ваги  $G_1$  навантажувальної площадки 10 [під індексом 1 прийнято вважати перший етап (таблиця 1) проведення досліджень];

– під час наповнення моделі конструкції 12 рідиною з 1' по 4' елементи відбувався зсув елементів 2', 3', 4' відносно елемента 1' з мінімальною силою ваги  $G_2$  навантажувальної площадки 10 [під індексом 2 прийнято вважати другий етап (таблиця 1) проведення досліджень]; одному ступеню наповнення моделі конструкції 12 рідиною сила ваги визначена як  $G_2 < G_1$ .

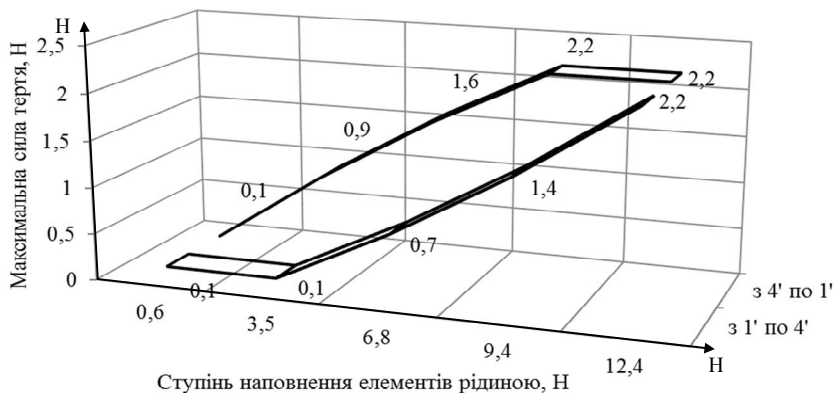


Рис. 4. Залежність максимальної сили тертя спокою між елементами 2' та 1' моделі конструкції 12 від напрямку та ступеню її наповнення рідиною

Таким чином, сила тертя між елементами 1' та 2' залежить від маси та напрямку їх наповнення рідиною, а також місця прикладання зовнішнього навантаження до моделі конструкції 12.

Аналіз результатів попередніх досліджень, дозволив отримати аналітичну залежність для визначення величини зовнішньої сили  $P$ , що необхідна для зсуву одних елементів загороджувальної перешкоди відносно інших елементів.

Для математичного опису процесу зсуву елементів при прикладанні зовнішньої сили  $P$  прийнято такі припущення:

- елемент вважаємо, як тверде тіло;
- деформацію елементів при прикладанні зовнішньої сили  $P$  не враховуємо;
- зовнішня сила прикладається до  $i$ -го елемента;
- зсув елементів відбувається за законом Амонтона – Кулона [13].

При дослідженні залежності сили, яка викликає зсув елементів загороджувальної перешкоди, від маси та способу наповнення її рідиною у разі прикладання зовнішньої сили  $P$  побудовані часткові математичні моделі:

- модель зсуву елементів під час прикладання зовнішньої сили  $P$  до 1-го (нижнього) елемента за умови, що коефіцієнт тертя  $f_{01}$  між 1-м елементом та поверхнею обпирання буде менше, ніж коефіцієнти тертя  $f_i$  між іншими елементами загороджувальної перешкоди, тобто ( $f_{01} < f_i$ );

- модель зсуву елементів при прикладанні зовнішньої сили  $P$  до  $i$ -х елементів крім 1-го (нижнього) за умови, що коефіцієнт тертя  $f_{01}$  між 1-м елементом та поверхнею обпирання буде більшим або дорівнюватиме коефіцієнтам тертя  $f_i$  між іншими елементами загороджувальної перешкоди, тобто ( $f_{01} \geq f_i$ );

При прикладанні зовнішньої сили  $P$  до 1-го елемента ( $P = F_1$ ) за умов, що у разі виконання нерівності сил  $f_{01} < f_i$  відбувається зсув усієї загороджувальної перешкоди. Математичну модель зсуву елементів при

прикладанні зовнішньої сили  $P$  можна подати у вигляді

$$F_1 = f_{01} \cdot \left( \left( N_{el,1} + \sum_{i=2}^n N_{el,i} \right) + \left( N_{p,1} + \sum_{i=2}^n N_{p,i} \right) \right), \quad (1)$$

де  $N_{el,i}$  – сила нормальної реакції опори  $i$ -го елемента, Н;  $N_{p,i}$  – сила нормальної реакції ваги рідини в  $i$ -х елементах, Н.

Коефіцієнт стійкості загороджувальної перешкоди при її зсуві під час прикладання зовнішньої сили  $P$  до 1-го елемента визначається за виразом

$$k_{зсув} = \frac{F_1}{P_{\max}}, \quad (2)$$

де  $P_{\max}$  – максимальна зовнішня сила, яка дорівнює 2 600 Н.

Математична модель зсуву загороджувальної перешкоди при прикладанні зовнішньої сили  $P$  до 1-го елемента має такий загальний вигляд:

$$\left. \begin{aligned} P &= F_1; \\ F_1 &= f_{01} \cdot \left( \left( N_{el,1} + \sum_{i=2}^n N_{el,i} \right) + \left( N_{p,1} + \sum_{i=2}^n N_{p,i} \right) \right); \\ k_{зсув} &= \frac{F_1}{P_{\max}}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

При прикладанні зовнішньої сили  $P$  до  $i$ -го елемента крім 1-го ( $P=F_{1+i}$ ) за умови, що  $f_{01} \geq f_i$  відбувається зсув окремих  $i$ -х елементів загороджувальної перешкоди. Математична модель має вигляд:

$$F_1 = f_{i-1,i} \cdot \left( \sum_{i=2}^n N_{el,i} + \sum_{i=2}^n N_{p,i} \right) + f_{0,i} \cdot (N_{el,1} + N_{p,1}). \quad (4)$$

Загальна математична модель зсуву загороджувальної перешкоди при прикладанні зовнішньої сили  $P$  до 1-го або  $(1+i)$ -х елементів від сили реакції опори  $N$  елементів має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} P &= F_i; \\ f_{01} &< f_i; \\ F_1 &= f_{01} \cdot \left( \left( N_{el,1} + \sum_{i=2}^n N_{el,i} \right) + \left( N_{p,1} + \sum_{i=2}^n N_{p,i} \right) \right); \\ f_{01} &\geq f_i; \\ F_i &= f_{i-1,i} \cdot \left( \sum_{i=2}^n N_{el,i} + \sum_{i=2}^n N_{p,i} \right) + f_{0,i} \cdot (N_{el,1} + N_{p,1}); \\ k_{зсув} &= \frac{F_i}{P_{\max}}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Математичне моделювання впливу зовнішніх сил  $P$  на елементи загороджувальної перешкоди у процесі наповнення її рідиною дало змогу

отримати такі результати:

1. У разі прикладання зовнішньої сили  $P$  до  $i$ -го елемента загороджувальної перешкоди за відсутності рідини, де зв'язок між елементами за допомогою сили тертя за умови, що коефіцієнт тертя між 1-м (нижнім) елементом  $f_{01}$  та основою обпирання набагато менший, ніж коефіцієнт тертя  $f_i$  між  $i$ -ми елементами,  $f_{01} \ll f_i$ ;

Відбувався зсув усієї моделі загороджувальної перешкоди із силою зсуву, яка дорівнює силі тертя  $F_{01}$  між поверхнею 1-го елемента та поверхнею основи обпирання,  $P = F_{01}$ .

У разі наповнення конструкції рідиною з нижнього або з верхнього елементів відбувався зсув усієї загороджувальної перешкоди до виконання умови, що зовнішня сила  $P$ , яка діє на елементи, дорівнює максимальній її зовнішній силі  $P_{\max}$ ,  $P = P_{\max}$ .

На основі розробленої математичної моделі (3) отримано залежність значення сили, необхідної для зсуву загороджувальної перешкоди  $P = F_i$ , від реакції опори  $N_i$  елементів, яка наведена на рисунку 5, за умов: коефіцієнт тертя між 1-м (нижнім) елементом та поверхнею обпирання  $f_{01} = 0,1$ ; сила ваги 5 елементів без рідини  $G_{ел.(1...5)} = 2\ 850$  Н; сила ваги рідини у 5-ти елементах  $G_{р.(1...5)} = 18\ 625$  Н.

Отже, залежність зовнішньої сили  $P$ , необхідної для зсуву загороджувальної перешкоди, яка дорівнює силі тертя  $F_i$  елементів,  $P = F_i$ , від реакції опори  $N_i$  елементів (рисунок 5), не залежить від напрямку наповнення цієї конструкції рідиною, а залежить від реакції опори  $N_i$  елементів.

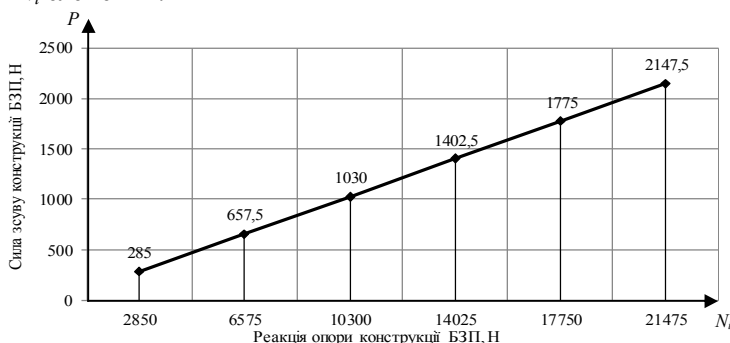


Рис. 5. Залежність сили, необхідної для зсуву загороджувальної перешкоди у разі прикладання зовнішньої сили  $P$  до  $i$ -го елемента, від реакції опори  $N_i$  елементів

2. У разі виконання умови, коли коефіцієнт тертя  $f_{01}$  між 1-м (нижнім) елементом БЗП та поверхнею обпирання значно більший, ніж коефіцієнт тертя  $f_i$  між поверхнями  $i$ -х елементів, тобто  $f_{01} \gg f_i$  та під час прикладання зовнішньої сили  $P$  до  $(1+i)$ -го елемента, зсув незаповнених та заповнених елементів рідиною відбуватиметься між елементом, до якого прикладена сила  $P_{1+i}$  ( $i = 1 \dots n$ ) та елементом  $i$ , який знаходиться нижче, при силі зсуву  $P_{1+i}$ , яка дорівнює силі тертя  $F_{1+i}$  між елементами,

$P_{1+i} = F_{1+i}$ . При цьому значення сили зсуву елементів залежить від напрямку наповнення загороджувальної перешкоди рідиною, що підтверджено результатами попередніх досліджень.

На основі рівняння (5) побудовано залежність сили, необхідної для зсуву елементів загороджувальної перешкоди, значення якої дорівнює силі тертя  $F_{1+i}$  між елементами  $P = F_{1+i}$  (при коефіцієнті тертя між 1-м і 2-м елементами  $f_{12} = 0,1$  та її прикладанні до 2-го елемента) від реакції опори  $N$  елементів (за умов, що сила ваги 5-ти елементів без рідини  $G_{ел.(1...5)} = 2\ 850$  Н; сила ваги рідини в 5-ти елементах  $G_{р.(1...5)} = 18\ 625$  Н) та напрямку наповнення їх рідиною відносно осі  $OY$ . Результати математичного моделювання визначення стійкості загороджувальної перешкоди у разі зсуву елементів під час наповнення їх рідиною наведені на рисунку 6.

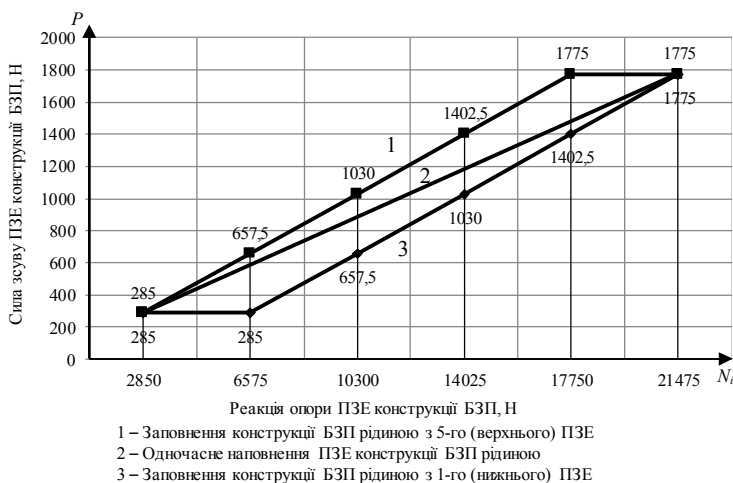


Рис. 6. Залежність сили, необхідної для зсуву елементів під час прикладання зовнішньої сили  $P$  до 2-го елемента, від реакції опори  $N$  елементів та напрямку наповнення їх рідиною

Під час прикладання сили, необхідної для зсуву  $P$  елементів загороджувальної перешкоди, яка дорівнює силі тертя  $F_2$ , до 2-го елемента та у разі зміни напрямку наповнення їх рідиною може відбуватися процес зсуву:

– у разі наповнення рідиною з 5-го (верхнього) елемента та під час прикладання зовнішньої сили  $P$  до 2-го елемента (графік 1, рисунок 6) сила, яка необхідна для зсуву елементів  $P=F_2$ , зростає від 285 до 1775 Н разом зі зростанням реакції опори  $N$  елементів від 2850 до 17750 Н. У разі наповнення 1-го елемента рідиною сила, яка необхідна для їх зсуву  $P=F_2$ , не зростає, але реакція опори  $N$  елементів зазначеної загороджувальної перешкоди збільшується від 17750 до 21475 Н. Це пояснюється тим, що у разі наповнення 1-го елемента рідиною він не чинить опір зовнішній силі  $P$ ;



– у разі одночасного наповнення кожного елемента рідиною (графік 2, рисунок 6) та під час прикладання зовнішньої сили  $P$  до 2-го елемента сила, яка необхідна для їх зсуву  $P=F_2$ , зростає від 285 до 1 775 Н разом зі зростанням реакції опори  $N$  загороджувальної перешкоди від 2 850 до 21 475 Н. Кут нахилу графіка 2 на рисунку 6 менший, ніж кут нахилу графіків 1 і 3. Це пояснюється тим, що відбувається часткове, одночасне наповнення кожного з елементів рідиною, що забезпечує рівномірний розподіл сили ваги по всій загороджувальній перешкоді;

– у разі наповнення рідиною з 1-го (нижнього) елемента та під час прикладання зовнішньої сили  $P$  до 2-го елемента (графік 3, рисунок 6) сила, яка необхідна для зсуву елементів  $P=F_2$ , не зростає, але збільшується реакція опори  $N$  загороджувальної перешкоди від 2 850 до 6 575 Н. Це пояснюється тим, що при наповненні 1-го елемента рідиною він не чинить опір зовнішній силі  $P$ . При наповненні з 2-го елемента рідиною сила, яка необхідна для зсуву елементів  $P=F_{1+i}$ , починає зростати від 285 до 1 775 Н зі зростанням реакції опори  $N$  загороджувальної перешкоди від 6 575 до 21 475 Н.

Отже, особливість залежності сили, необхідної для зсуву елементів  $P=F$  при її прикладанні до  $(1+i)$ -го елемента, від реакції опори  $N$  елементів та напрямку наповнення загороджувальної перешкоди рідиною, як зображено на рисунку 6, полягає в тому, що одному значенню реакції опори  $N$  елементів відповідає кілька значень сили, необхідної для зсуву елементів залежно від напрямку наповнення їх рідиною.

### Висновки

Набула подальшого розвитку аналітична залежність (5) сили тертя покою  $F$  між елементами загороджувальної перешкоди під час прикладання зовнішньої сили  $P$  до  $(1+i)$ -го елемента від величини реакції опори  $N$  елементів та коефіцієнта тертя  $f$  у разі зміни напрямку наповнення рідиною. Вона уперше враховує можливість незмінності сили тертя  $F_i$  між елементами при зміні величини реакції опори  $N$  загороджувальної перешкоди. Достовірність підтверджується коректно прийнятими припущеннями та відповідністю її результатів до результатів досліджень. Її практична цінність полягає у тому, що вона дає змогу визначати стійкість загороджувальної перешкоди за різних об'ємів і напрямків її наповнення рідиною під час прикладання зовнішньої сили  $P$  без проведення додаткових експериментальних досліджень.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Катеринчук І.С. Застосування блочної загороджувальної перешкоди у разі виникнення внутрішніх загроз національній безпеці / І.С. Катеринчук, О.І. Шаповалов // Збірник наукових праць Національної академії Державної прикордонної служби України. Серія : військові та технічні науки. – Хмельницький, 2018. – № 2(76). – С. 256-271.
2. Орлов М.М. Способи дій внутрішніх військ під час припинення масових протистоянь громадян у разі виникнення міжетнічного конфлікту / М.М. Орлов, В.В. Халеп, О.І.

- Шаповалов // Честь і закон / Національна академія НГУ. – Харків, 2014. – Вип. 2(49). – С. 20-27.
3. *Шмаков О.М.* Сили охорони правопорядку в службово-бойовій діяльності силових структур / О.М. Шмаков // Честь і закон / Національна академія НГУ. – Харків, 2013. – № 2. – С. 27-30.
  4. *Шаповалов О.І.* Використання загороджувальних засобів силами охорони правопорядку під час припинення масових заворушень / О.І. Шаповалов. – Монографія. – Харків : Видав-во НАНГУ, 2014. – 165 с.
  5. Захисна загороджувальна перешкода : пат. 134662 Україна : МПК F41H 11/00. № u 2019 00121 ; заявл. 03.01.2019 ; опубл. 27.05.2019, Бюл. № 10.
  6. *Шаповалов О.І.* Визначення стійкості блочної багатоярусної загороджувальної перешкоди під дією зовнішнього навантаження / О.І. Шаповалов // Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України. – Харків, 2011. – Вип. 1(17). – С. 17-28.
  7. *Дарков А.В.* Строительная механика / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников // Учебник – СПб.: Издательство «Лань», 2004 г. – 656 с.
  8. *Белостоцкий А.М.* Численное моделирование как эффективный инструмент анализа технического состояния и причин обрушения зданий и сооружений (опыт экспертных исследований спортивнооздоровительного комплекса «Трансвааль-парк») / А.М. Белостоцкий // Теория и практика судебной экспертизы. Российский Федеральный центр судебной экспертизы при Министерстве юстиции Российской Федерации. – 2009. – №4 (16) – С. 105-119.
  9. *Гарькин И.Н.* Анализ причин обрушений промышленных зданий / И.Н. Гарькин // Технические науки: проблемы и перспективы: мат. междунар. науч. конф. СПб.: Реноме, 2011. – С. 27-29.
  10. *Ерёмин К.И.* Обзор аварий зданий и сооружений, произошедших в 2010 году/ К.И. Ерёмин, Н.А. Шишкина // Предотвращение аварий зданий и сооружений: сборник научных трудов, 2011. – С. 1-20.
  11. *Малахова А.Н.* Аварийные разрушения панельного жилого дома типовой технологической серии 1-115 / А.Н. Малахова, А.С. Балакишин // Научно-технический журнал Вестник МГСУ. – 2010. – №2 – С. 203-207.
  12. *Адлер Ю.П.* Введение в планирование эксперимента / Ю.П. Адлер // науч. изд. Москва : Металлургия, 1968. – 155 с.
  13. *Крагельский И.В.* Трение и износ / И.В. Крагельский // науч. изд. Москва : Машиностроение, 1968. – 480 с.

## REFERENCES

1. *Katerynychuk I.S.* Zastosuvannya blochnoyi zahorodzhuvalnoyi pereshkody u razi vynyknennya vnutrishnikh zahroz natsionalny bezpetsi (Application of block barrier in case of internal threats to national security) / I.S. Katerynychuk, O.I. Shapovalov // Zbirnyk naukovykh prats Natsionalnoyi akademiyi Derzhavnoyi prykordonnoyi sluzhby Ukrainy. Seriya : viyskovi ta tekhnichni nauky. – Khmelnytsky, 2018. – № 2(76). – S. 256-271.
2. *Orlov M.M.* Sposoby diy vnutrishnikh viysk pid chas pryypynennya masovykh protystoyan hromadyan u razi vynyknennya mizhetnichnoho konfliktu (Methods of action of internal troops during the termination of mass confrontations of citizens in case of interethnic conflict) / M.M. Orlov, V.V. Khalep, O.I. Shapovalov // Chest i zakon / Natsionalna akademiya NHU. – Kharkiv, 2014. – Vyp. 2(49). – S. 20-27.
3. *Shmakov O.M.* Syly okhorony pravoporyadku v sluzhbovo-boyoviy diyalnosti sylovyykh struktur (Forces of protection of a law and order in service-fighting activity of power structures) / O.M. Shmakov // Chest i zakon / Natsionalna akademiya NHU. – Kharkiv, 2013. – № 2. – S. 27-30.
4. *Shapovalov O.I.* Vykorystannya zahorodzhuvalnykh zasobiv sylamy okhorony pravoporyadku pid chas pryypynennya masovykh zavorushen (The use of barriers by law enforcement during the cessation of mass riots) / O.I. Shapovalov. – Monohrafiya. – Kharkiv : Vydav-vo NANHU, 2014. – 165 s.
5. Zakhysna zahorodzhuvalna pereshkoda (Protective barrier) : pat. 134662 Ukrainyina : MPK F41H 11/00. № u 2019 00121 ; zayavl. 03.01.2019 ; opubl. 27.05.2019, Byul. № 10.

6. *Shapovalov O.I.* Vyznachennya stiykosti blochnoyi bahatoyarusnoyi zahorodzhuvальної pereshkody pid diyeyu zovnishnoho navantazhennya (Determination of the stability of a block multi-tiered barrier under the action of external load) / O.I. Shapovalov // Zbirnyk naukovykh prats Akademiyi vnutrishnikh viysk MVS Ukrainy. – Kharkiv, 2011. – Vyp. 1(17). – S. 17-28.
7. *Darkov A.V.* Stroitel'naya mekhanika (Building mechanics) / A.V. Darkov, N.N. Shaposhnikov // Uchebnik – SPb.: Izdatel'stvo «Lan'», 2004 g. – 656 s.
8. *Belostotskiy A.M.* Chislennoye modelirovaniye kak effektivnyy instrument analiza tekhnicheskogo sostoyaniya i prichin obrusheniya zdaniy i sooruzheniy (Numerical modeling as an effective tool for analyzing the technical condition and causes of the collapse of buildings and structures) / A.M. Belostotskiy // Teoriya i praktika sudebnoy ekspertizy. Rossiyskiy Federal'nyy tsentr sudebnoy ekspertizy pri Ministerstve yustitsii Rossiyskoy Federatsii. – 2009. – №4 (16) – S. 105-119.
9. *Gar'kin I.N.* Analiz prichin obrusheniya promyshlennykh zdaniy (Analysis of the causes of collapse of industrial buildings) / I.N. Gar'kin // Tekhnicheskiye nauki: problemy i perspektivy: mat. mezhdunar. nauch. konf. SPb.: Renome, 2011. – S. 27-29.
10. *Yeromin K.I.* Obzor avariy zdaniy i sooruzheniy, proizoshedshikh v 2010 godu (Overview of accidents of buildings and structures that occurred in 2010) / K.I. Yeromin, N.A. Shishkina // Predotvrashcheniye avariy zdaniy i sooruzheniy: sbornik nauchnykh trudov, 2011. – S. 1-20.
11. *Malakhova A.N.* Avariynnye razrusheniya panel'nogo zhilogo doma tipovoy tekhnologicheskoy serii 1-115 (Emergency destruction of a panel residential building of a typical technological series 1-115) / A.N. Malakhova, A.S. Balakshin // Nauchno-tekhnicheskii zhurnal Vestnik MGSU. – 2010. – №2 – S. 203-207.
12. *Adler YU.P.* Vvedeniye v planirovaniye eksperimeta (Introduction to experiment planning) / YU.P. Adler // nauch. izd. Moskva : Metallurgiya, 1968. – 155 s.
13. *Kragel'skiy I.V.* Treniye i iznos (Friction and wear) / I.V. Kragel'skiy // nauch. izd. Moskva : Mashinostroyeniye, 1968. – 480 s.

Стаття надійшла 30.09.2020

*Шановалів О.І., Ковтун А.В.*

### **СТІЙКІСТЬ БЛОЧНОЇ ЗАГОРОДЖУВАЛЬНОЇ ПЕРЕШКОДИ ПРИ ДІЇ ЗОВНІШНІХ НАВАНТАЖЕНЬ**

Стаття присвячена аспектам інженерного забезпечення сил охорони правопорядку або силам охорони державного кордону у разі ускладнення оперативної обстановки. На сьогодні домінуючими чинниками у разі ускладнення соціально-політичної обстановки в різних державах, у тому числі й в Україні, є такі негативні явища, як внутрішні, так і зовнішні суперечності політичного, етнічного, етнорелігійного та іншого характеру.

В статті розглядається ситуація виникнення масових заворушень, які спрямовані організованою дією порушників проти держави Україна з території суміжних держав (тимчасово окупованої території України), а також з боку екстремістів (громадян України) на території суміжних держав, що грубо порушують режим державного кордону (тимчасовий устрій на адміністративній межі) і здійснюються з метою виклику дій у відповідь для досягнення певних політичних або воєнних цілей. Результати аналізу спостережень за перебігом цих подій показують, що вони можуть виникати, як послідовно в різних місцях держави, так і за певним сценарієм одночасно. Тому виникає питання або збільшувати чисельність особового складу сил охорони правопорядку, або застосовувати пошук нових способів їх припинення (ліквідації) шляхом застосування нових технічних засобів, а саме блочної загороджувальної перешкоди при виконанні службово-бойових завдань.

У роботі проведені попередні експериментальні досліджень, які дозволяють визначити характер взаємодії пустотілих з'єднувальних елементів блочної загороджувальної перешкоди при різних ступенях та напрямках їх наповнення рідиною під час впливу зовнішніх навантажень. Запропоновані математичні моделі визначення стійкості блочної загороджувальної перешкоди при дії зовнішніх навантажень на наведені їх результати. Подальші дослідження пов'язані з вдосконаленням блочної загороджувальної перешкоди та визначенням її стійкості у разі дії на неї різних видів зовнішніх навантажень.

**Ключові слова:** блочна загороджувальна перешкода, пустотілі з'єднувальні елементи, сили охорони правопорядку, загороджувальні засоби, стійкість.

*Shapovalov O., Kovtun A.*

### **SUSTAINABILITY OF THE UNIT OF PROTECTIVE OBSTACLES UNDER THE EXTRA LOAD**

The article is devoted to the aspects of engineering provision of forces for the state border protection, namely the use of a blocking barrier obstacle to block certain areas of the territory in order to prevent a mass transfer of the state border violators at the border checkpoints or during the cessation of massive disturbances in the border areas. It also deals with the determination of the stability of the blocking barrier obstacle in the process of preparing it for its intended purpose in case of preventing the passage or breakthrough of the crowd on the prohibited areas of the territory.

Proceeding from the above presented in the article, the state border guard forces were requested to use a new construction of a barrier, namely: a blocking barrier obstacle to which Ukraine's patents for invention were obtained.

The peculiarity of the blocking barrier obstacle is that it consists of hollow connecting elements made of light polymer material. To increase the stability of the blocking barrier in case of external hollow loads, the connecting elements are filled with liquid. Sustainability refers to the ability of the structure to withstand the external loads, capable to shift or overturn them, thus ensuring the increase in the efficiency of the task of preventing passage or breakthrough of violators into the prohibited areas of the territory at the checkpoints. This feature of the blocking barrier obstacle allows construct various design and layout variants, each of which has certain advantages and disadvantages.

The article section contains the study of the processes of the external loads influence on the hollow connecting elements of the blocking barrier obstacle on various volumes and ways of filling it with liquid. Mathematical models of the blocking barrier obstacle stability with liquid have been constructed in case of applying external loads. The analysis of theoretical studies results of the external loads influence on the hollow connecting elements of the blocking barrier obstacle has been carried out.

**Key words:** blocking barrier obstacle, hollow connecting element, law enforcement forces, blocking means, sustainability.

*Шаповалов А.И., Ковтун А.В.*

### **УСТОЙЧИВОСТЬ БЛОЧНОГО ЗАГРАДИТЕЛЬНОГО ПРЕПЯТСТВИЯ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВНЕШНИХ НАГРУЗОК**

Статья посвящена аспектам инженерного обеспечения сил охраны правопорядка в случае осложнения оперативной обстановки. В работе проведены предварительные экспериментальные исследования, которые позволяют определить характер взаимодействия пустотелых соединительных элементов блочного заградительного препятствия при различных степенях и направлениях их наполнения жидкостью во время воздействия внешних нагрузок. Предложены математические модели определения устойчивости блочного заградительного препятствия при воздействии внешних нагрузок и приведены их результаты. Дальнейшие исследования связаны с совершенствованием блочного заградительного препятствия и определению ее устойчивости в случае воздействия на нее различных видов внешних нагрузок.

**Ключевые слова:** блочное заградительное препятствие, пустотелые соединительные элементы, силы охраны правопорядка, заградительные средства, устойчивость.

УДК 624.046.3

*Шаповалів О.І., Ковтун А.В. Стійкість блочної загороджувальної перешкоди при дії зовнішніх навантажень // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 247-261.*

*У статті запропоновано математичні моделі визначення стійкості блокового загороджувального перешкоди при впливі зовнішніх навантажень.*

Табл. 1. Іл. 6. Бібліогр. 13 назв.

UDC 624.046.3

*Shapovalov O., Kovtun A. Sustainability of the unit of protective obstacles under the extra load // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 247-261.*

*The article proposes mathematical models for determining the stability of a block obstacle under the influence of external loads.*

Tabl. 1. Fig. 6. Ref. 13.

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, старший викладач, кафедра автобронетанкової техніки Національної академії Національної гвардії України. Шаповалів Олександр Ігорович.

**Адреса робоча:** 61001 Україна, м. Харків, майдан Захисників України 3, НАНГУ.

**Мобільний тел.:** +38(097)7811872

**E-mail:** halax1702@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-8518-4336>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент, кафедра бойового та логістичного забезпечення Національної академії Національної гвардії України. Ковтун Анатолій Васильович.

**Адреса робоча:** 61001 Україна, м. Харків, майдан Захисників України 3, НАНГУ, кафедра бойового та логістичного забезпечення, Ковтун Анатолій Васильович.

**Мобільний тел.:** +38(097) 708-04-41

**E-mail:** kav-60@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-8427-1005>

УДК 621.875.322-82

## ВИКОРИСТАННЯ СТОХАСТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПАРАМЕТРИЧНОЇ НАДІЙНОСТІ БУДІВЕЛЬНИХ МАШИН

**Г.В. Гетун<sup>1</sup>,**

канд. техн. наук, професор, професор кафедри архітектурних конструкцій

**В.І. Лесько<sup>1</sup>,**

доцент, доцент кафедри машин і обладнання технологічних процесів

**І.С. Безклубенко<sup>1</sup>,**

канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики

**О.І. Баліна<sup>1</sup>,**

канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики

**Ю.П. Буценко<sup>2</sup>,**

канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математичного аналізу та теорії ймовірності

<sup>1</sup>*Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ*<sup>2</sup>*НТТУ «КПІ» ім. Ігоря Сікорського, Київ*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.262-273

Вирішення технічних задач по забезпеченню роботоздатності машин в значній мірі визначається ефективністю теоретичних і прикладних розробок в області оцінок і прогнозування показників їх надійності. Мета роботи полягає в розробці моделей роботоздатності та параметричної надійності, які змогли би враховувати специфіку устрою елементів гідроприводів машин. Використання запропонованого в роботі загального методологічного підходу до аналізу відмов та побудови моделей роботоздатності і безвідмовності надає можливість отримання більш адекватних моделей надійності гідроприводів машин, так як вони в більш повній мірі враховують специфіку устрою та функціонування елементів гідроприводу, їх взаємозв'язок та особливості формування параметричних відмов. А це дасть змогу отримувати більш реальні і точніші результати оцінки показників надійності гідроприводів як будівельних, так і інших гідролінійних машин. Вони не вичерпують всіх можливих варіантів моделей, які можуть мати місце при аналізі надійності гідроприводів машин, але в той же час вони в певній мірі розширюють та уточнюють коло вже відомих моделей надійності.

Специфічними в плані формування параметричних відмов є такі послідовно з'єднані між собою з точки зору компонування гідроелементи, як робочі секції гідророзподільників та гідроциліндри, які входять до підсистем ГП і утворюють так звані функціональні дільниці (ФД). Досягнення граничного стану ФД  $\eta_{ФД\text{сп}}$  є сумісним результатом об'єднаного випадкового процесу зміни об'ємних ККД ( $\eta_{сп}, \eta_{ци}$ ) цих елементів, а технічний стан ФД оцінюється узагальненим ОККД, що дорівнює добутку ОККД послідовно з'єднаних елементів:  $\varphi_{ФД} = \eta_{сп} \cdot \eta_{ци} - \eta_{ФД\text{сп}} > 0$ .

В такому разі імовірність збереження роботоздатності ФД буде:

$$P = P\{\varphi(\eta_{сп} \cdot \eta_{ци}) - \eta_{ФД\text{сп}} > 0\}.$$

Обробка діагностичної інформації та дослідження надійності ГП в реальних умовах їх експлуатації показали, що розподіл ОККД гідроелементів із достатньою мірою узгодженості може бути описаний за декількома теоретичними законами. Розглянуто випадки, коли ОККД секції гідророзподільника та гідроциліндра розподілені за гамма-розподілом та експоненціальним розподілом.

У роботі запропонована методика моделювання та розробки моделей працездатності та параметричної надійності гідроприводів будівельних машин, які змогли би враховувати специфіку структурного устрою і функціонування гідроприводу та механізми втрати їх працездатності і формування відмов. Побудовано дві стохастичні моделі для випадків експоненціального та гамма- розподілу діагностичних параметрів секції гідроприводів, які можна використовувати для більш реальних і точніших оцінок показників безвідмовності гідроприводів та будуть корисними дослідникам і експлуатаційникам сучасних будівельних машин.

**Ключові слова:** надійність, імітаційне моделювання, будівельні машини, прогнозування, надійність машин, гідропривід, функція розподілу, щільність, статистичне дослідження.

**Вступ.** Успішність вирішення практичних задач по забезпеченню високих показників працездатності та надійності будівельних машин в значній мірі визначається ефективністю теоретичних і прикладних розробок в області оцінок і прогнозування показників надійності машин. Поява на сучасному ринку складних гідрофікованих будівельних машин породжує необхідність пошуку нових нетрадиційних шляхів і методів оцінки та прогнозування надійності гідроприводів таких машин. Гідроприводи сучасних будівельних машин, зокрема однокішшових екскаваторів, автокранів, навантажувачів та інших машин, є складними технічними системами з мінливими під час роботи структурами, складними тісними взаємозв'язками та специфічними механізмами формування відмов. А тому проблеми забезпечення надійності таких машин на всіх етапах (проектування, виробництва та експлуатації) є актуальними і досить складними. Важливе значення при цьому надається адекватності моделей надійності, на основі яких проводиться оцінка показників надійності гідроприводів.

**Мета роботи** полягає в розробці таких моделей працездатності та параметричної надійності гідроприводів будівельних машин, які змогли би враховувати специфіку структурного устрою та функціонування гідроприводу і механізми втрати їх працездатності та формування відмов.

Виникнення параметричних відмов гідравлічних елементів гідроприводу будівельних машин при їх експлуатації є наслідком порушення певних умов працездатності, які характеризують здатність гідроприводу зберігати працездатність у відповідності до заданих параметрів протягом певного часу. Для основних елементів, які лімітують надійність гідроприводу, умови збереження працездатності задаються і характеризуються невиходом об'ємного коефіцієнта корисної дії (ОККД)  $\eta_j$  за певний встановлений граничний рівень  $\eta_{jcp}$ .

Порушення умови  $\varphi_j = \eta_j - \eta_{jcp} > 0$  розглядається як параметрична відмова окремо взятого  $j$ -го елемента, імовірність виникнення якої при

заданому граничному значенні об'ємного ККД  $\eta_{jzp}$  визначається за виразом:

$$P\{\varphi_j = \eta_j - \eta_{jzp} < 0\} = \int_0^{\eta_{jzp}} f(\eta_j) d\eta,$$

де  $f(\eta_j)$  – щільність імовірності розподілу об'ємного ККД (ОККД) елементу.

В гідроприводах машин, наприклад, одноківшових екскаваторів, специфічними в плані забезпечення умов працездатності та формування параметричних відмов є такі важливі складові, що послідовно з'єднані між собою з точки зору конструкції та компонування гідравлічних елементи, а саме робочі секції гідравлічних розподільників та гідроциліндри, які входять до підсистем приводу стріли, приводу рукояті та приводу ковша і утворюють так звані функціональні ділянки (ФД) за схемами під'єднання елементів (рис. 1).

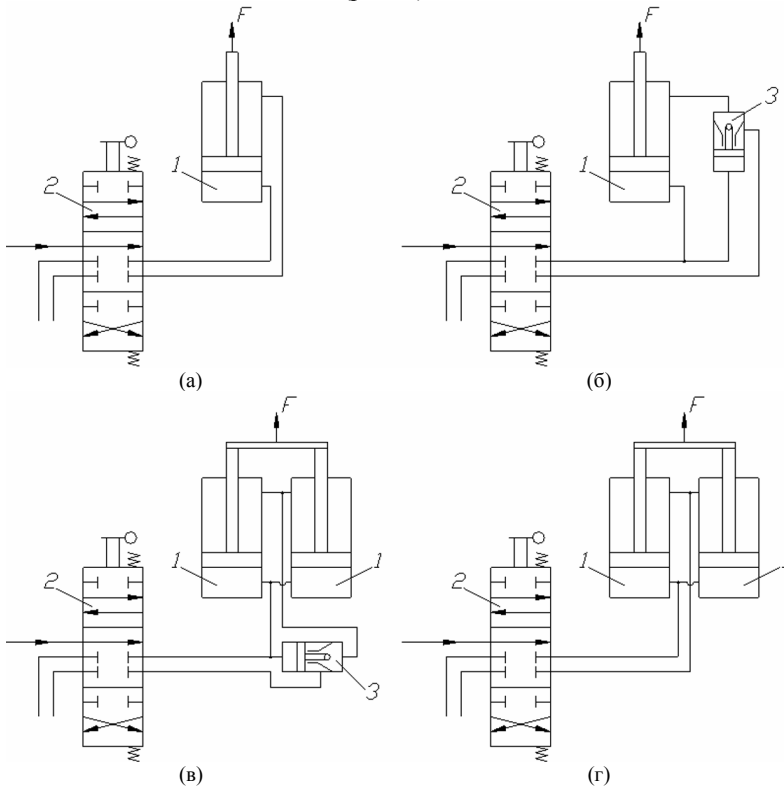


Рис. 1. Гідравлічні схеми з'єднання гідроциліндрів на функціональних ділянках: (а) – послідовна; (б) – послідовна із зворотнім клапаном; (в) – паралельна із зворотнім клапаном; (г) – паралельна; 1 – гідроциліндр; 2 – гідравлічний розподільник; 3 – гідравлічний замок або клапан керований зворотній;  $F$  – сила



В гідроприводах автокранів, навантажувачів, бульдозерів та інших машин подібні схеми з'єднань мають місце в підсистемах підйому та висунення стріли, виносних опорах навісного обладнання тощо. З точки зору конструктивного улаштування та компоновання, з'єднання гідравлічних елементів між собою на ділянках гідроприводу прийнято вважати послідовним, але з точки зору оцінювання надійності та структурно-логічних схем їх не завжди можна віднести до загальноприйнятих в теорії надійності послідовних з'єднань елементів з причини специфічних механізмів формування параметричних відмов. Саме тому з'єднання гідравлічних елементів між собою викликають певний інтерес для дослідження і розробки відповідних методів оцінки показників їх надійності.

**Виклад основного матеріалу.** Розглянемо можливість отримання моделей працездатності функціональної ділянки, яка скомпонована за схемою (рис. 1 (а)). Так як гідравлічні елементи функціональної ділянки за цією гідравлічною схемою з'єднані послідовно, то досягнення граничного стану функціональною ділянкою і втрата працездатності гідроприводу є сумісним результатом об'єднаного випадкового процесу зміни технічного стану обох елементів, граничний стан яких виражається через загальний граничний об'ємний ККД  $\eta_{\Phi Др}$ . Технічний стан функціональної ділянки оцінюється узагальненим ОККД, який дорівнює добутку ОККД послідовно з'єднаних елементів:

$$\eta_{\Phi Д} = \eta_{ер} \cdot \eta_{сц},$$

де  $\eta_{ер}$  – ОККД секції гідравлічного розподільника;  $\eta_{сц}$  – ОККД гідроциліндра.

В такому разі умовою працездатності функціональної ділянки буде невихід значення добутку ОККД секції розподільника та гідроциліндра за граничну область:

$$\varphi_{\Phi Д} = \eta_{ер} \cdot \eta_{сц} - \eta_{\Phi Др} > 0,$$

а імовірність збереження працездатності функціональної ділянки запишеться так:

$$P = P\{\varphi(\eta_{ер} \cdot \eta_{сц}) - \eta_{\Phi Др} > 0\}.$$

Представимо функціональну ділянку як систему двох безперервних випадкових величин  $(\eta_{ер}, \eta_{сц})$  із сумісною щільністю розподілу  $f(\eta_{ер}, \eta_{сц})$ . Тоді її загальний технічний стан можна записати як функцію двох випадкових аргументів:

$$\eta_{\Phi Д} = \varphi(\eta_{ер}, \eta_{сц}).$$

Тоді функція розподілу випадкової величини  $\eta_{\Phi Д}$  набуває виду:

$$F_{\eta_{\Phi Д}}(y) = P\{\eta_{\Phi Д} = \varphi(\eta_{ер}, \eta_{сц}) < y\},$$

де  $y$  - деяка задана величина ОККД.

Застосовуючи інтегральну формулу повної імовірності [1], отримаємо:

$$F_{\eta_{\Phi Д}}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{[\varphi(\eta_{zp}, \eta_{zu}) < y,]} f(\eta_{zp}, \eta_{zu}) d\eta_{zp} \right\} d\eta_{zu}, \quad (1)$$

або

$$F_{\eta_{\Phi Д}}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{[\varphi(\eta_{zp}, \eta_{zu}) < y,]} f(\eta_{zp}, \eta_{zu}) d\eta_{zu} \right\} d\eta_{zp}, \quad (2)$$

Об'єднуючи обидві формули (7) та (8) отримаємо:

$$F_{\eta_{\Phi Д}}(y) = \iint_{[\varphi(\eta_{zp}, \eta_{zu}) < y,]} f(\eta_{zp}, \eta_{zu}) d\eta_{zu} d\eta_{zp}, \quad (3)$$

де область інтегрування визначається із умови  $\varphi(\eta_{zp}, \eta_{zu}) < \eta_{\Phi Д}$ .

Диференціюючи (3) за величиною  $\eta_{\Phi Д}$  знайдемо щільність розподілу випадкової величини  $\eta_{\Phi Д}$ :

$$f_{\eta_{\Phi Д}}(y) = \frac{dF(y)}{d(y)}.$$

Оскільки об'ємні ККД гідравлічних розподільників та гідравлічних циліндрів є незалежними, то їх сумісна щільність розподілу буде рівна [6]:

$$f(\eta_{zp}, \eta_{zu}) = f_{\eta_{zp}}(\eta_{zp}) \cdot f_{\eta_{zu}}(\eta_{zu}).$$

При цьому формули (1 – 3) мають вигляд:

$$\begin{aligned} F_{\eta_{\Phi Д}}(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{[\varphi(\eta_{zp}, \eta) < y,]} f_{\eta_{zp}}(\eta_{zp}) d\eta_{zp} \right\} f_{\eta_{zu}}(\eta_{zu}) d\eta_{zu} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{[\varphi(\eta, \eta_{zu}) < y,]} f_{\eta_{zu}}(\eta_{zu}) d\eta_{zu} \right\} f_{\eta_{zp}}(\eta_{zp}) d\eta_{zp}. \end{aligned}$$

Оскільки загальний об'ємний ККД функціональної ділянки  $\eta_{\Phi Д}$  визначається як добуток двох випадкових аргументів  $\eta_{zp}$  та  $\eta_{zu}$ , то за формулою (3) знайдемо функцію розподілу випадкової величини:  $\eta_{\Phi Д} = \eta_{zp} \cdot \eta_{zu}$ .

$$\begin{aligned} F_{\eta_{\Phi Д}}(y) &= P(\eta_{zp} \cdot \eta_{zu} < y) = \iint_{[\eta_{zp} \cdot \eta_{zu} < y,]} f(\eta_{zp}, \eta_{zu}) d\eta_{zu} d\eta_{zp} = \\ &= \int_{-\infty}^0 \left\{ \int_{y/\eta_{zp}}^{\infty} f(\eta_{zp}, \eta_{zu}) d\eta_{zp} \right\} d\eta_{zu} + \int_0^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{y/\eta_{zp}} f(\eta_{zp}, \eta_{zu}) d\eta_{zu} \right\} d\eta_{zp}. \quad (4) \end{aligned}$$

Або

$$\begin{aligned}
 F_{\eta_{\text{ФД}}}(y) &= \iint_{[\eta_{\text{ЗП}} \cdot \eta_{\text{ЗЦ}} < y]} dF_{\eta_{\text{ЗП}}}(\eta_{\text{ЗП}}) dF_{\eta_{\text{ЗЦ}}}(\eta_{\text{ЗЦ}}) = \int_{-\infty}^0 dF_{\eta_{\text{ЗЦ}}}(\eta_{\text{ЗЦ}}) \cdot \int_{y/\eta_{\text{ЗЦ}}}^{\infty} dF_{\eta_{\text{ЗП}}}(\eta_{\text{ЗП}}) + \\
 &+ \int_0^{\infty} dF_{\eta_{\text{ЗЦ}}}(\eta_{\text{ЗЦ}}) \cdot \int_{-\infty}^{y/\eta_{\text{ЗЦ}}} dF_{\eta_{\text{ЗП}}}(\eta_{\text{ЗП}}) = \int_{-\infty}^0 [1 - F_{\eta_{\text{ЗП}}}(y/\eta_{\text{ЗЦ}})] dF_{\eta_{\text{ЗЦ}}}(\eta_{\text{ЗЦ}}) + \\
 &+ \int_0^{\infty} F_{\eta_{\text{ЗП}}}(y/\eta_{\text{ЗЦ}}) dF_{\eta_{\text{ЗЦ}}}(\eta_{\text{ЗЦ}}). \quad (5)
 \end{aligned}$$

Диференціюючи вирази (4) або (5) по  $y$  отримуємо щільність розподілу випадкової величини  $\eta_{\text{ФД}}$ :

$$f_{\eta_{\text{ФД}}}(y) = - \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\eta_{\text{ЗП}}} f(\eta_{\text{ЗП}}, (y/\eta_{\text{ЗП}})) d\eta_{\text{ЗП}} + \int_0^{\infty} \frac{1}{\eta_{\text{ЗП}}} f(\eta_{\text{ЗП}}, (y/\eta_{\text{ЗП}})) d\eta_{\text{ЗП}}. \quad (6)$$

Оскільки випадкові величини  $\eta_{\text{ЗП}}$  та  $\eta_{\text{ЗЦ}}$  є незалежними, то вираз (6) можна записати в вигляді:

$$f_{\eta_{\text{ФД}}}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|\eta_{\text{ЗЦ}}|} f_{\eta_{\text{ЗП}}}(y/\eta_{\text{ЗЦ}}) \cdot f_{\eta_{\text{ЗЦ}}}(\eta_{\text{ЗЦ}}) d\eta_{\text{ЗЦ}}. \quad (7)$$

Практика діагностування будівельних машин, обробка діагностичної інформації та дослідження надійності гідроприводів будівельних машин в реальних умовах їх експлуатації показала, що випадкові величини об'ємних ККД гідроциліндрів і гідравлічних розподільників  $\eta_{\text{ЗП}}$  та  $\eta_{\text{ЗЦ}}$  можуть бути розподілені за декількома законами розподілу із достатньою мірою узгодженості із відомими теоретичними законами [9]. Тому розглянемо можливість визначення функції та щільності розподілу узагальненого об'ємного ККД функціональної дільниці  $\eta_{\text{ФД}}$ , як функцію добутку випадкових аргументів  $\eta_{\text{ЗП}}$  та  $\eta_{\text{ЗЦ}}$ , розподілених за деякими із можливих законів, наприклад: гамма-розподілом та експоненціальним, що не суперечить раніше проведеним дослідженням в умовах експлуатації машин.

Розглянемо перший випадок, коли діагностичні параметри секції гідравлічного розподільника та гідроциліндра розподілені за *гамма-розподілом* зі щільностями:

$$f_{\eta_{\text{ЗП}}}(y) = \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} y^{\alpha_1-1} e^{-\beta_1 y}, \quad y > 0$$

та

$$f_{\eta_{\text{ЗЦ}}}(y) = \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} y^{\alpha_2-1} e^{-\beta_2 y}, \quad y > 0,$$

де  $\alpha_1, \beta_1$  та  $\alpha_2, \beta_2$  - параметри закону розподілу об'ємного ККД гідрравлічного розподільника  $\eta_{zp}$  та гідроциліндра  $\eta_{zu}$ , відповідно.

За формулою (7) знаходимо щільність розподілу загального об'ємного ККД функціональної ділянки, як системи двох безперервних випадкових величин:

$$\begin{aligned}
 f\eta_{zp} &= \int_0^{\infty} \frac{1}{\eta_{zp}} f\left(\frac{y}{\eta_{zp}}\right) f_{\eta_{zp}}(\eta_{zp}) d\eta_{zp} = \\
 &= \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} \int_0^{\infty} \frac{1}{\eta_{zp}} \left(\frac{y}{\eta_{zp}}\right) \exp\left\{-\frac{\beta_1 y}{\eta_{zp}}\right\} \eta_{zp}^{\alpha_2-1} \exp\{-\beta_2 \eta_{zu}\} d\eta_{zp} = \\
 &= \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} y^{\alpha_1-1} \int_0^{\infty} \frac{1}{y} \frac{1}{y^{\alpha_1-1}} y^{\alpha_2-1} \exp\left\{-\frac{\beta_1 y}{\eta_{zp}} - \beta_2 \eta_{zu}\right\} d\eta_{zp} = \\
 &= \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} y^{\alpha_1-1} \int_0^{\infty} \eta^{\alpha_2-\alpha_1-1} \exp\left\{-\frac{\beta_1 y}{\eta_{zp}} - \beta_2 \eta_{zu}\right\} d\eta_{zp} = \\
 &= \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} y^{\alpha_1-1} \cdot 2 \cdot \left\{\frac{\beta_1 y}{\beta_2}\right\}^{\frac{\alpha_2-\alpha_1}{2}} \cdot K_{\alpha_2-\alpha_1}(\sqrt{\beta_1 \beta_2 y}) = \\
 &= 2 \cdot \frac{(\beta_1 \beta_2)^{\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}}}{\Gamma(\alpha_1) \Gamma(\alpha_2)} y^{\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}-1} \cdot \left\{\frac{\beta_1 y}{\beta_2}\right\}^{\frac{\alpha_2-\alpha_1}{2}} \cdot K_{\alpha_2-\alpha_1}(\sqrt{\beta_1 \beta_2 y}), \quad (8)
 \end{aligned}$$

де  $K_{\alpha_2-\alpha_1}(\bullet)$  - модифікована функція Бесселя 2-го роду порядку  $(\alpha_2-\alpha_1)$  [2]:

$$\int_0^{\infty} x^{\nu-1} \exp\left\{-\frac{\beta}{x} - \gamma x\right\} dx = 2 \cdot \left\{\frac{\beta}{\gamma}\right\}^{\frac{\nu}{2}} \cdot K_{\nu}(\sqrt{\beta \gamma}),$$

де  $\operatorname{Re} \beta > 0, \operatorname{Re} \gamma > 0$ .

Інтегруючи вираз (8), отримаємо модель надійності через імовірність збереження працездатності функціональної ділянки при заданому граничному значенні ОККД функціональної ділянки  $y = \eta_{\Phi Д zp}$ :

$$\begin{aligned}
 P_{\eta_{\Phi Д zp}}(y) &= P\left\{(\eta_{zp} \cdot \eta_{zu}) > y = \eta_{\Phi Д zp}\right\} = \\
 &= \int_{y=\eta_{\Phi Д zp}}^1 2 \cdot \frac{(\beta_1 \beta_2)^{\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}}}{\Gamma(\alpha_1) \Gamma(\alpha_2)} y^{\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}-1} \cdot K_{\alpha_2-\alpha_1}(\sqrt{\beta_1 \beta_2 y}) dy, \quad (9)
 \end{aligned}$$

де  $\eta_{\Phi Д zp}$  - граничне значення узагальненого об'ємного ККД ФД.

Нехай діагностичні параметри  $\eta_{zp}$  та  $\eta_{zu}$  мають експоненціальний закон розподілу із параметрами розподілу  $\lambda_1$  та  $\lambda_2$ , відповідно. Тоді, враховуючи формулу (7), щільність розподілу  $f_{\eta_{ФД}}(y)$  буде мати вигляд:

$$\begin{aligned}
 f_{\eta_{\Phi Д}}(y) &= \int_0^{\infty} \frac{1}{\eta_{\Phi Д}} f_{\eta_{\text{ep}}}\left(\frac{y}{\eta_{\Phi Д}}\right) \cdot f_{\eta_{\Phi Д}}(\eta_{\Phi Д}) d\eta_{\Phi Д} = \\
 &= \int_0^{\infty} \frac{1}{\eta_{\Phi Д}} \lambda_1 \exp\left\{-\frac{\lambda_1 y}{\eta_{\Phi Д}}\right\} \cdot \lambda_2 \exp\{-\lambda_2 \eta_{\Phi Д}\} d\eta_{\Phi Д} = \\
 \lambda_1 \lambda_2 \int_0^{\infty} \frac{1}{\eta_{\Phi Д}} \exp\left\{-\frac{\lambda_1 y}{\eta_{\Phi Д}} - \lambda_2 \eta_{\Phi Д}\right\} d\eta_{\Phi Д} &= 2 \lambda_1 \lambda_2 \cdot K_0\left(\sqrt{\lambda_1 \lambda_2 y}\right), \quad (10)
 \end{aligned}$$

де:  $K_0(\cdot)$ - модифікована функція Бесселя 2-го роду нульового порядку.

Якщо параметри гама-розподілу будуть прийняті такими як:  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ , а  $\beta_1 = \lambda_1, \beta_2 = \lambda_2$ , то формула щільності імовірності розподілу (10) є тотожною отриманій раніше формулі (7), що підтверджує характерні особливості експоненціального і гама-розподілів та існуючий тісний взаємозв'язок між ними.

Знайдемо функцію розподілу величини  $\eta_{\Phi Д} = \eta_{\text{ep}} \cdot \eta_{\Phi Д}$ . Враховуючи (5), маємо:

$$\begin{aligned}
 F_{\eta_{\Phi Д}}(y) &= P(\eta_{\text{ep}} \cdot \eta_{\Phi Д} < y) = \int_0^{\infty} F_{\eta_{\text{ep}}}\left(\frac{y}{\eta_{\Phi Д}}\right) dF_{\eta_{\Phi Д}}(\eta_{\Phi Д}) = \\
 &= \int_0^{\infty} \left[1 - \exp\left\{-\lambda_1 \frac{y}{\eta_{\Phi Д}}\right\}\right] \cdot \lambda_2 \exp\{-\lambda_2 \eta_{\Phi Д}\} d\eta_{\Phi Д} = \\
 &= \int_0^{\infty} \lambda_2 \exp\{-\lambda_2 \eta_{\Phi Д}\} d\eta_{\Phi Д} - \int_0^{\infty} \lambda_2 \exp\left\{-\left[\frac{\lambda_1 y}{\eta_{\Phi Д}} + \lambda_2 \eta_{\Phi Д}\right]\right\} d\eta_{\Phi Д} = \\
 &= 1 - \int_0^{\infty} \lambda_2 \exp\left\{-\left[\frac{\lambda_1 y}{\eta_{\Phi Д}} + \lambda_2 \eta_{\Phi Д}\right]\right\} d\eta_{\Phi Д} = 1 - 2 \lambda_2 \sqrt{\frac{\lambda_1 y}{\lambda_2}} \cdot K_1\left(2 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2 y}\right) = \\
 &= 1 - 2 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2 y} \cdot K_1\left(2 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2 y}\right). \quad (11)
 \end{aligned}$$

В частинному випадку, якщо  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ , то  $F_{\eta_{\Phi Д}}(y) = 1 - 2 \lambda \sqrt{y} \cdot K_1(2 \lambda \sqrt{y})$ .

Враховуючи формулу (11), отримуємо імовірність працездатності ФД гідроприводу при заданому граничному значенні ОККД  $y = \eta_{\Phi Д \text{ep}}$ , яка визначається за формулою:

$$\begin{aligned}
 P_{\eta_{\Phi Д}}(y) &= P_{\eta_{\Phi Д}}(\eta_{\text{ep}} \cdot \eta_{\Phi Д} > y = \eta_{\Phi Д \text{ep}}) = 2 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2 y} \cdot K_1\left(2 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2 y}\right) = \\
 &= 2 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2 \eta_{\Phi Д \text{ep}}} \cdot K_1\left(2 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2 \eta_{\Phi Д \text{ep}}}\right). \quad (12)
 \end{aligned}$$

Для решти схем під'єднання гідравлічних елементів приведених на рис.1 (б, в, г) моделі надійності функціональних ділень гідроприводів отримуємо аналогічно, виходячи із умов збереження працездатності

функціональної дільниці відповідної підсистеми. При цьому оцінку показників безвідмовності можна отримувати як за аналітичними виразами [3,4,10], так і за високоефективними в таких випадках методами статистичного (імітаційного) моделювання Монте-Карло, використаними для подібних задач та розглянутих в роботах [5,7].

Аналізуючи результати роботи - слід зазначити, що закони розподілу узагальненого об'ємного ККД означених вище функціональних дільниць гідроприводів будівельних машин істотно відрізняються від базових теоретичних законів розподілу ОККД її складових елементів – секцій гідравлічних розподільників та гідроциліндрів. Отримані імовірнісні моделі безвідмовності (9) та (12) є більш адекватними для практичного використання аніж моделі, які досі пропонувались і використовувались на практиці. Ці моделі в більш повній мірі враховують специфіку устрою та функціонування елементів гідроприводу, їх взаємозв'язок та особливості формування параметричних відмов гідроприводу і можуть використовуватися для більш реальних і точніших оцінок показників безвідмовності гідроприводів як будівельних машин (однокішшових екскаваторів, автокранів, навантажувачів, бульдозерів та ін.) так і інших гідрофікованих машин та устаткування.

**Висновки.** Отримані моделі мають суттєву відмінність від існуючих на даний час та відомих за літературними джерелами моделей надійності, що вказує на їх новизну, оригінальність та пріоритетність. Вони не вичерпують всіх можливих варіантів моделей, які можуть мати місце при аналізі функціонування і надійності гідроприводів будівельних машин, але в той же час вони значно розширюють та уточнюють коло вже відомих моделей надійності машин.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Вентцель Е. С., Овчаров Л. А.* Теория вероятности и ее инженерные приложения. - М.: Наука. 1988. – 480 с.
2. *Федоренко Н.Д., Баліна О.І., Безклубенко І.С.* Теорія ймовірностей та математична статистика. Навчальний посібник з грифом МОН України./№14/18-Г-607 від 24.04.2007р – К.: КНУБА. 2007.–104 с.
3. *Лесько В.І.* Імовірнісні моделі роботоздатності функціональних дільниць гідроприводів однокішшових екскаваторів //Техніка будівництва. Випуск № 5, м. Київ, КНУБА, 1999 р.
4. *Гетун Г.В.* Дифузійні процеси з накопичувальними характеристиками при експлуатації будівель / Гетун Г.В., Буценко Ю.П., Баліна О.І., Безклубенко І.С., Соломін А.В. // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2019. №102. – С. 243-252.
5. *Getun G.V.* Situation forecasting and decision-making optimization based on using markov finite chains for areas with industrial pollutions / Getun G.V., Butsenko U.P., Balina O.I., Bezklubenko I.S., Labzhynsky V.A., Solomin A.V. // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2020. №104.–.Р.164-174.
6. *Лесько В.І., Безклубенко І.С., Клименко М.О.* Специфічні моделі робото здатності та параметричної надійності гідроприводів машин//XIII Міжнародна наукова конференція «Наука і освіта», 4-13 січня 2019 р., Хайдусобосло, Венгрія.,с.7-11.
7. *Sandmann K., Zondermann D.* Interest rate options. Geld, Banken, Versicherungen. Karlsruhe, ed. W. Heilman. -1992.:P. 739-760.
8. *Oksendal, Berndt K.* Stochastic differential equations. An Introduction with application./ Berlin: Springer. 2010. - 379 p.

9. *Лесько В.І.* Закони розподілу та моделі надійності гідроприводу як функції від розподілу добутку випадкових діагностичних параметрів // Техніка будівництва. Випуск №10, Академія будівництва України, м. Київ, КНУБА, 2001р.
10. *Лесько В.І.* Моделювання параметричних відмов гідравлічних екскаваторів з урахуванням ефективності їх функціонування при прогнозуванні та оцінці показників надійності // Техніка будівництва. Випуск № 9, Академія будівництва України, м. Київ, КНУБА, 2001р.

## REFERENCES

1. *Ventzel' E. S., Ovcharov L.A.* Theory of probabilities and engineering applications. - M.: Science. 1988. – 480 p.
2. *Fedorenko N.D., Balina O.I., Bezklubenko I.S.* Theory of probabilities and mathematical statistics. - K.: KNUBA, 2007. – 104 p.
3. *Les'ko V.I.* Probabilistic models of robotics of functional hydrodrive stations of single-wheelers excavators // Construction technique. № 5, Kyiv, KNUBA, 1999
4. *Getun G.V.* Diffusion processes with cumulative characteristics during the operation of buildings / *Getun G.V., Butsenko Yu.P., Balina O.I., Bezklubenko I.S., Solomin A.V.* // Resistance of materials and theory of structures. – 2019. № 102. – P. 243-252.
5. *Getun G. V.* Situation forecasting and decision-making optimization based on using markov finite chains for areas with industrial pollutions / *Getun G. V., Butsenko U. P., Balina O.I., Bezklubenko I. S., Labzhynsky V. A., Solomin A. V.* // Resistance of materials and theory of structures. – 2020. № 104. - P.164-174.
6. *Les'ko V.I., Bezklubenko I.S., Klymenko M.O.* Specific models of robotic ability and parameters reliability of hydraulic drive machines // XIII International Scientific Conference "Science and Education", January 4-13, 2019 p., Hajdúszoboszló, Hungary., p.7-11.
7. *Sandmann K., Zondermann D.* Interest rate options. Geld, Banken, Versicherungen. Karlsruhe, ed. W. Heilmann. -1992.:P.- 739-760.
8. *Oksendal, Berndt K.* Stochastic differential equations. An Introduction with application. / Berlin: Springer. 2010. - 379 p.
9. *Les'ko V.I.* Laws of distribution and model of reliability of hydraulic drive as a function from the distribution of random diagnostic parameters // Construction technique. № 10, Academy of Construction of Ukraine, Kyiv, KNUBA, 2001
10. *Les'ko V.I.* Modeling of parameters failures of hydraulic excavators taking into account the effectiveness of their functioning in the forecasting and evaluation of reliability indicators // Construction technique. № 9, Academy of Construction of Ukraine, Kyiv, KNUBA, 2001.

*Стаття надійшла 4.04.2021 р.*

*Getun G.V., Les'ko V.I., Bezklubenko I.S., Balina O.I., Butsenko Y.P.*

#### **STOCHASTIC MODELS FOR ENSURING PARAMETRIC RELIABILITY OF THE CONSTRUCTION MACHINES**

The solution of technical problems to ensure the working capacity is largely determined by the effectiveness of theoretical and applied developments in an area of estimation and prediction of their reliability indicators. An effective approach to the analysis of failures and the development of operability and parametric reliability models provides an opportunity to obtain more adequate models of reliability of hydraulic drives of machines, as they more fully take into account the specifics of the structure and functioning of the hydro drive elements of construction machines, their relationships and features of the formation of parameters failures. And this will allow to get more real and accurate results of estimation of reliability indicators of hydraulic drives of both construction and other hydraulic machines. They do not exhaust all possible variants of models that can take place when analyzing the reliability of hydraulic drives of machines, but at the same time they to a certain extent extend and refine the set of known reliability models.

Specific in terms of formation of parametrical failures are such consistently connected in terms of the layout of hydraulic elements, as working sections of hydraulic distributors and hydraulic cylinders, which are part of the subsystems of GPs and form the so-called functional areas (FA). Reaching the FA limit  $\eta_{\text{ФД,сп}}$  is a compatible result of the combined random process of evolution of the volumetric efficiency JCUA ( $\eta_{\text{сп}}, \eta_{\text{ци}}$ ) these elements, and the technical condition of the FA is estimated to be generalized by the JCUA, which equals the product of the JCUA of consecutively connected elements:  $\varphi_{\text{ФД}} = \eta_{\text{сп}} \cdot \eta_{\text{ци}} - \eta_{\text{ФД,сп}} > 0$ .

In this case, the probability of maintaining the capacity of the FA will be:

$$P = P\{\varphi(\eta_{\text{сп}} \cdot \eta_{\text{ци}}) - \eta_{\text{ФД,сп}} > 0\}.$$

The processing of diagnostic information and the study of the reliability of GPs in real conditions of their operation showed that the distribution of JCUD hydraulic elements with a sufficient degree of consistency can be described under several theoretical laws. It is considered when the JCUA sections of the hydraulic distributor and hydraulic cylinder are distributed by gamma distribution and exponential distribution.

The use of the general methodological approach to the analysis of failures and the construction of models of operability and parametric reliability provides an opportunity to obtain more adequate models of reliability of hydraulic drives of machines, as they more fully take into account the specifics of the structure and functioning of the hydraulic drive elements, They don't exhaust all possible models that can take place when analyzing the reliability of hydraulic drives, but at the same time they are to some extent expanding and refining the range of already known models of reliability.

**Keywords:** reliability, simulation modeling, construction machines, forecasting, hydraulic drive, distribution function, density, statistical research.

*Гетун Г.В., Лесько В.И., Безклубенко И.С., Баліна Е.И., Буценко Ю.П.*

#### **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАШИН**

Предложена методика моделирования и разработки модели работоспособности и параметрической надежности гидроприводов строительных машин, которые могли бы учитывать специфику устройства и функционирования гидропривода, механизмы утраты их работоспособности и появления отказов. Построено две вероятностные модели, для случаев экспоненциального и гамма-распределения диагностических параметров секции гидроприводов, которые могут использоваться для более точных и реальных оценок безотказности гидроприводов и будут полезны исследователям, разработчикам и эксплуатационникам современных строительных машин.

**Ключевые слова:** надежность, имитационное моделирование, строительные машины, прогнозирование, гидропривод, функция распределения, плотность, статистическое исследование.

УДК 621.875.322-82

*Гетун Г., Лесько В., Безклубенко І., Баліна О., Буценко Ю. Використання стохастичних моделей для забезпечення параметричної надійності будівельних машин // Опір матеріалів та теорія споруд: Наук.-техн. збірник. - К.: КНУБА, 2021. - Вип. 106. - С. 262-273.*

*У статті пропонується методика моделювання та розробки моделей працездатності параметричної надійності гідроприводів будівельних машин, яка буде корисною дослідникам і експлуатаційникам сучасних будівельних машин.*

Лл. 1. Бібліогр. 10 назв.



UDC 621.875.322-82

Getun G., Les'ko V., Bezklubenko I., Balina O., Butsenko Y. **Stochastic models for ensuring parametric reliability of the construction machines** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 262-273.

*The paper proposes a method of modeling and development of models of performance of parametric reliability of hydraulic drives of construction machines, which will be useful for researchers and operators of moder construction machines.*

Fig. 1. Ref. 10.

**Автор(вчена ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, професор кафедри архітектурних конструкцій КНУБА, Гетун Галина В'ячеславівна

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ГЕТУН Галині В'ячеславівні

**Робочий телефон** +38(044)245-

**Мобільний телефон.** +38(067)320-11-93

**E-mail:** GalinaGetun@ukr.net

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0002-3317-3456>

**Автор(вчена ступінь, вчене звання, посада):** доцент кафедри машин і обладнання технологічних процесів, Лесько Віталій Іванович

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ЛЕСЬКУ Віталію Івановичу

**Робочий телефон** +38(044)245-04-42;

**Мобільний телефон.** +38(067)136-61-13;

**E-mail:** vitalles1@i.ua

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-3510-1365>

**Автор(вчена ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики. Безklubenko Ірина Сергіївна

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, БЕЗКЛУБЕНКО Ірині Сергіївні

**Робочий телефон** +38(044)245-04-02;

**Мобільний телефон.** +38(066)794-01-84

**E-mail:** i.bezklubenko@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-9149-4178>

**Автор(вчена ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики. Баліна О.І.

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, Баліній Олені Іванівні

**Робочий телефон** +38(044)245-04-02

**Мобільний телефон.** +38(066)937-83-73

**E-mail:** elena.i.balina@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-6925-0794>

**Автор(вчена ступінь, вчене звання, посада):** кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичного аналізу та теорії ймовірності НТТУ «КПІ» ім. Ігоря Сікорського, Буценко Юрій Павлович

**Адреса робоча:** 03056 Україна, м. Київ, проспект Перемоги 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», БУЦЕНКУ Юрію Павловичу

**Робочий телефон** +38(044)236-79-89

**Мобільний телефон.** +38(066)937-83-73

**E-mail:** elena.i.balina@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-4806-9587>

UDC 539.3; 514.182.7

**COMPUTER MODELING AND OPTIMIZATION OF ENERGY EFFICIENCY POTENTIALS IN CIVIL ENGINEERING****O.P. Koshevyi,**

candidate of technical science, associate professor

**D.V. Levkivskyi,**

candidate of technical science, associate professor

**V.O. Kosheva,**

candidate of technical science, assistant

**A.S. Mozharovskyi,**

post-graduate student

*Kyiv National University of Construction and Architecture,  
Povitroflotskyi Avenue, 31, Kyiv, 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.274-281

The paper presents the results of creating a software package for optimizing the calculation of potentials of alternative energy sources in the regions of Ukraine based on BIM technologies (AutoCAD, ArchiCAD, Revit), which are combined using the IFC format. The software package uses mathematical and graph-analytical models of climate and energy zoning in the regions of Ukraine, and with the help of MS Excel visualizes the research process and automates, accelerates optimal decision in design, reconstruction and construction. The process of forming a database for traditional energy sources (electricity, oil products, natural gas, coal, firewood) and a database of energy potentials of alternative energy sources (solar energy, wind energy, geothermal energy, hydropower of small rivers, potentials of livestock and crop biomass potential of excess pressure of natural gas, potentials of heat of soil, ground and sewage, potentials of energy of peat and forest waste) for all regions of Ukraine. The structure of the software package and a block diagram has been developed, all indicators are reduced to a single unit of measurement (MW\*h / year per 1000 people). To analyze and make optimal decisions, informative-illustrative bar and sector pie charts are built in MS Excel on five main areas of energy consumption, taking into account alternative energy sources for each region of Ukraine. The general analysis of energy consumption and optimization calculations are carried out with the help of informative-illustrative diagram SANKEY, which is created with the help of "SankeyDiagramGenerator", and visualizes the whole process of graph-analytical modeling of energy consumption in Ukraine.

**Keywords:** computer modeling, calculation optimization, traditional energy sources, potentials of alternative energy sources, energy efficient construction, BIM technologies, SANKEY modeling.

**Introduction.** The creation a software of optimization energy sources based on mathematical and graphical models of climatic and energy zoning of Ukraine for a comprehensive assessment of energy efficiency district and making optimal decisions, and their further implementation in the practice of design, construction and reconstruction of facilities in this area [1]. The developed software package for optimization and graphical presentation of energy efficiency results uses BIM tools (AutoCAD, ArchiCAD, Revit), which are combined using the IFC format, which allows to make optimal decisions

on energy efficiency of natural resources in the region of Ukraine. Using the capabilities of MS Excel complex visualizes the entire research process and accelerates and automates further opportunities for the development of integrated design, construction and reconstruction of buildings and structures [2].

**1. Formation of a database.** The development of the software package begins with the formation of a database of traditional energy sources of the regions of Ukraine in terms of five main areas of energy consumption: electricity (hydroelectric power, nuclear electricity, thermal electricity) in MW; petroleum products (motor gasoline, diesel fuel, fuel oil) in thousands of tons; natural gas in million m<sup>3</sup>; coal in thousands of tons; firewood thousand m<sup>3</sup> (table 1).

Table 1

## Traditional energy sources

n/o	Region of Ukraine	Electricity	Petroleum products	Coal	Natural gas	Firewood
		MW*h/year per 1000 people	MW*h/year per 1000 people	MW*h/year per 1000 people	MW*h/year per 1000 people	MW*h/year per 1000 people
1	Vinnitsia	1858,50	924,56	2674,65	2411,17	37,58
2	Volyn	1545,40	912,87	149,01	2040,13	82,90
3	Dnepropetrovsk	8669,95	1200,82	7550,02	6134,45	5,79
4	Donetsk	4344,80	849,42	15464,84	5466,35	8,07
5	Zhytomyr	2130,81	797,22	52,53	2488,38	216,99
6	Transcarpathian	1511,77	929,90	46,75	1838,18	92,29
7	Zaporozhye	5217,38	1071,64	5318,34	3192,30	9,99
8	Ivano-Frankivsk	1602,04	840,98	4937,12	2715,72	23,50
9	Kyiv	3115,23	1272,30	1098,77	4154,47	30,42
10	Kirovograd	3384,28	1002,99	267,33	2303,65	37,10
11	Luhansk	3624,82	1561,91	7755,46	5368,05	19,79
12	Lviv	1724,12	892,80	880,90	2676,97	34,64
13	Nikolaev	2652,29	1104,04	233,30	3676,45	17,82
14	Odessa	2604,70	1171,54	104,67	3507,88	14,45
15	Poltava	3784,53	1621,73	62,86	5184,61	21,85
16	Rivne	2073,79	721,47	271,96	3450,61	90,60
17	Sumy	2034,37	735,26	203,12	3357,04	129,88
18	Ternopil	2199,11	780,84	49,85	2713,78	23,61
19	Kharkiv	2616,24	754,18	2572,79	3959,51	41,93
20	Kherson	2312,94	1089,09	123,97	1812,95	45,12
21	Khmelnytsky	1027,91	880,05	699,13	2609,57	58,16
22	Cherkasy	2652,63	1086,39	854,81	6210,26	64,81
23	Chernivtsi	1437,46	772,22	82,69	1861,14	129,17
24	Chernihiv	1889,15	757,03	1030,41	2986,14	154,64
25	Crimea	594,59	864,44	151,55	2466,96	17,28

Parallel, a database of energy potentials of alternative energy sources in the regions of Ukraine is being formed:

- solar energy potential (MW\*h / year);
- expedient hydraulic potential of small rivers (MW\*h / year);

- energy potential of livestock biomass (ton of fuel / year);
- energy potential of plant biomass (thousand MW\*h / year);
- energy potential of forest waste (tons of fuel / year);
- thermal potential of geothermal energy (MW);
- expedient economic potential of blast furnace gas overpressure energy resources (thousand MW\*h / year);
- expedient economic potential of excess natural gas pressure (thousand MW\*h / year);
- expedient economic potential of peat (million MW\*h / year);
- expedient economic energy potential of soil and groundwater heat (thousand MW\*h / year);
- expedient economic potential of thermal energy of sewage (thousand MW\*h / year);
- technically achievable wind potential up to 60 m (kW\*h / m<sup>2</sup>), here the possibilities of using up to 200 thousand m<sup>2</sup> of wind energy per region are taken into account (table 2) [3].

Table 2  
Energy potentials of alternative energy sources in the regions of Ukraine

n/o	Region of Ukraine	Solar energy	Hydraulic potential of small rivers	Livestock biomass	Plant biomass	Forest waste	Geothermal energy	Blast furnace gas overpressure energy	Excess natural gas pressure	Potential of peat	Potential of soil and groundwater heat	Thermal energy of sewage	Wind energy
1	Vynnytsia	147,4	69,2	1301,8	43,7	12,9	0	0	25,0	22,2	328,8	153,2	48,1
2	Volyn	154,5	33,9	1161,3	5,5	41,9	0	0	9,0	735,8	280,1	139,1	72,4
3	Dnepropetrovsk	87,3	9,4	781,9	43,8	0	0	32,3	45,5	0	132,2	564,2	43,7
4	Donetsk	60,01	13,7	434,3	24,0	0	0	25,3	32,4	0	637,6	368,0	41,3
5	Zhytomyr	196,7	82,8	1354,2	8,9	30,1	0	0	12,3	130,5	350,8	153,3	61,5
6	Transcarpathian	95,5	1079,7	439,8	8,1	0	115,6	0	4,4	0	62,9	113,0	162,3
7	Zaporozhye	152,4	8,79	1030,5	59,4	0	0	14,8	46,9	0	208,1	337,7	100,9
8	IvanoFrankivsk	87,4	87,4	595,4	5,1	5,0	0	0	39,3	13,0	37,1	249,0	148,6
9	Kyiv	50,9	12,7	417,8	7,8	8,2	0	0	34,3	31,0	40,7	404,1	16,0
10	Kirovograd	232,7	53,9	1419,2	97,1	0	0	0	7,7	0	881,0	178,7	148,1
11	Luhansk	116,2	60,9	601,1	36,2	0	0	3,4	28,3	0	910,0	231,4	65,1
12	Lviv	74,5	213,2	593,9	3,3	10,4	0	0	12,5	95,6	79,5	384,4	80,0
13	Nikolaev	212,2	41,6	1042,8	55,5	0	478,6	0	20,3	0	103,4	216,6	123,8
14	Odessa	142,9	4,6	702,6	42,2	0	191,5	0	11,8	0	82,0	273,5	72,3
15	Poltava	171,4	84,9	1411,9	63,1	0	2,01	0	27,8	102,1	115,7	228,5	99,9
16	Rivne	138,3	78,6	979,8	6,4	53,7	0	0	10,4	497,1	194,4	169,4	64,9
17	Sumy	184,9	82,3	1348,9	29,8	15,9	4,5	0	28,7	530,1	221,0	158,1	69,4
18	Ternopil	114,7	122,4	1223,4	19,3	12,3	0	0	10,5	109,8	185,5	134,8	71,8
19	Kharkiv	100,9	29,9	771,9	34,6	0	0,15	0	39,6	0	57,2	395,8	52,3
20	Kherson	279,5	0,9	1375,6	56,2	0	796,2	0	8,2	7,7	165,8	161,9	165,8
21	Khmelnytsky	142,3	71,9	1423,7	34,0	12,6	0	0	10,3	78,3	135,2	160,5	59,3
22	Cherkasy	149,2	82,0	1287,1	60,1	11,5	0	0	24,0	66,1	394,6	240,4	62,2
23	Chernivtsi	77,4	293,0	765,5	22,3	6,6	0	0	5,6	0	136,0	109,5	225,6
24	Chernihiv	258,5	53,7	1940,4	20,7	26,9	17,8	0	15,9	354,0	148,1	178,0	74,6
25	Crimea	114,7	26,8	618,3	12,4	0	3025	0	12,3	0	87,5	202,6	86,6

**2. The structure of the software package.** At the second stage of creation of the program complex the main indicators of energy consumption of the regions of Ukraine, as well as indicators of potentials of alternative energy sources are reduced to uniform units of MW\*h / year per 1000 people of the region and a hierarchy of its work is formed. The block diagram of the operation of the software package is presented in fig. 1.

Informative and illustrative synthesizing bar charts for traditional energy sources are created, which show the energy consumption levels of the regions of Ukraine (electricity, oil, coal, natural gas, firewood) in MW\*h / year per 1000 people, which also reflect it as a percentage [4].

**3. Optimization graph-analytical models of energy consumption.** To make optimal decisions, the analysis of energy consumption is carried out taking into account the possible use of energy potentials of alternative energy sources of the regions of Ukraine in the form of informative and illustrative synthesizing pie charts in MS Excel. The diagrams highlight the sectors of possible replacement of traditional energy sources with alternatives in digital and percentage values. In fig. 2 presents a bar chart of the existing energy consumption of the region of Ukraine and sectoral charts of optimization of energy sources in five areas on the example of Kyiv region.

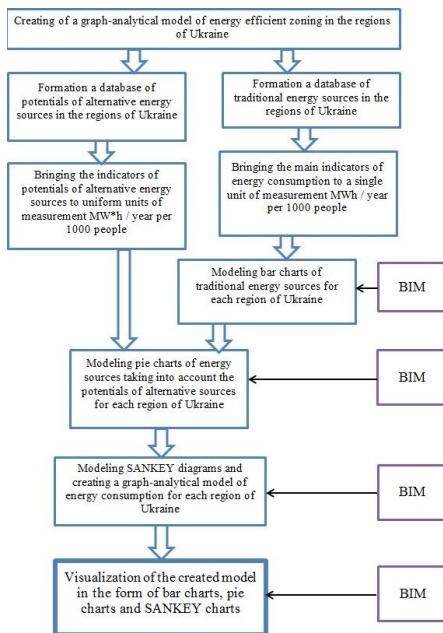


Fig. 1

In fig. 2 presents a bar chart of the existing energy consumption of the region of Ukraine and sectoral charts of optimization of energy sources in five areas on the example of Kyiv region.

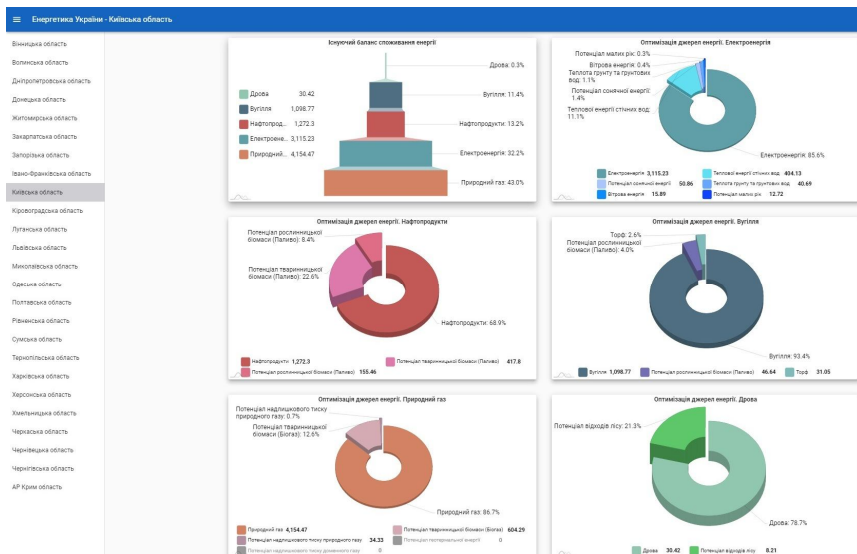


Fig. 2

The general analysis of energy consumption is carried out with the help of informative-illustrative technological diagram SANKEY, which visualizes the whole process of graph-analytical modeling of energy consumption and optimizes the rational use of energy potentials of the regions of Ukraine. The decision-making process is divided into streams, the values of which are illustrated in digital and percentage ratios. The created SANKEY diagrams give the chance to move streams, to adjust their sizes, to cancel superfluous and to add new, and also to continue the analysis in other directions and with other parameters [5]. The SANKEY optimization diagram on the example of Kyiv region is showed in fig. 3.

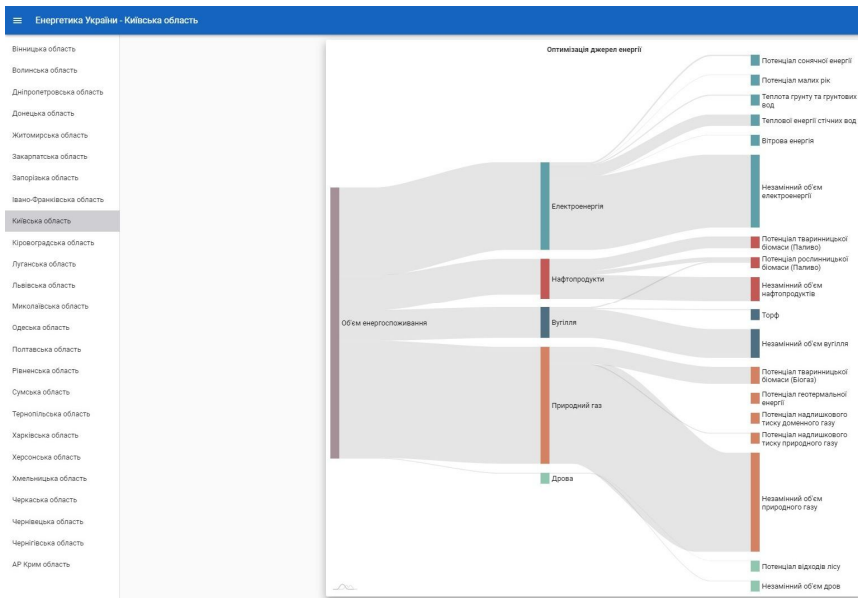


Fig. 3

**4. Working with the software interface.** The whole process of graph-analytical modeling of energy consumption in the regions of Ukraine is displayed on a computer screen. To the left of the column are the names of regions of Ukraine that are active, when you press "ENTER", when the cursor is on the name of the region, the whole process of modeling and the results of optimization of energy consumption in this area in separate "windows". The first window builds an initial bar chart of the region's existing energy consumption. Next, five pie charts are constructed showing the possibility of substituting electricity, oil products, coal, natural gas and firewood for the potentials of alternative energy sources that are achievable for this region of Ukraine. The process is summarized by modeling a SANKEY diagram that optimizes with graph-analytical modeling energy consumption and the choice of an efficient model for the selected region.

**Conclusions.** The graph-analytical model of complex analysis and optimization of energy efficiency allows to assess the prospects of using the energy potentials of the regions of Ukraine, and to determine the most optimal directions of their introduction into the energy system to increase energy efficiency of buildings and structures. Modeling also allows us to visualize the decision-making process in the design of new and reconstruction of existing architectural objects, which greatly facilitates the work of designers, and lays the foundations for accurate selection of climatic parameters for further using. This model identifies the main directions in improving the energy efficiency of the regions, taking into account their potential of using of alternative energy sources, and provides an opportunity to form a comprehensive graph-analytical model of the building for further use and compilation of its energy passport.

The developed software package of optimization and graph-analytical modeling of energy efficiency of the regions of Ukraine automates the process of making optimal decisions in determining the energy consumption conditions of construction areas. General analysis of energy consumption and optimization calculations are performed using the informative-illustrative diagram SANKEY, which is created using "SankeyDiagramGenerator" and visualizes the whole process of graph-analytical modeling of energy consumption in Ukraine, which significantly accelerates decision-making in designing and identifying promising areas. The databases used for the operation of the software package can be updated with new data, which significantly expands the possibilities of using the software package in the future.

The results of research and a comprehensive optimization model of energy efficiency of areas in the regions of Ukraine are presented in the form of a software package posted on the site [6].

#### REFERENCES

1. *Hetun H. V., Kosheva V. O.* Aktualnist vykorystannya vidnovlyvalnykh dzherel enerhiyi u budivelnomu sektori v umovakh Ukrainy (The peculiarities using of renewable energy sources in the construction sector in Ukraine) // N.-t. zbirnyk «Enerhoefekyvnist v budivnytstvi ta arkhitekturi», vyp. 9, – K.: KNUBA, 2017 r. – s. 44-48.
2. *Kosheva V. O.* Pobudova kompleksnoyi modeli funktsionuvannya enerhoaktyvnykh ob'ektiv arkhitektury (Creation of a complex model of functioning of energy-active objects of architecture) // N. t. zbirnyk «Prykladna heometriya ta inzhenerna hrafika». vyp. 98, – K.: KNUBA, 2020 r. – s. 74-84.
3. *Kosheva V.O., Hetun H.V., Levkivskyy D.V.* Pobudova kompleksnoyi modeli enerhoosnashchenosti rayoniv budivnytstva Ukrainy (Creation of a complex model of energy equipment of construction areas of Ukraine) // N. t. zbirnyk «Mistobuduvannya ta terytorialne planuvannya», vyp. 73, – K.:KNUBA, 2020r., – 320 s.156-167.
4. *Infogr.am* Generates Beautiful Infographics From Custom Data. *DinamicInfogr.am*. URL: <https://lifehacker.com/infogr-am-generates-beautiful-infographics-from-custom-5992991> (Data zvernennya:20.02.2021).
5. *Henerator diahram SANKEY (SANKEY chart generator)*. *SankeyDiagramGenerator*. URL: <http://sankey-diagram-generator.acquireprocure.com/> (Data zvernennya :10.01.2021).
6. *Doslidzhennya ta kompleksna model enerhoefektyvnosti rayoniv budivnytstva v rehionakh Ukrainy (Research and complex model of energy efficiency of construction areas in the regions of Ukraine)*. URL: <http://sopromat-knuba.com/energy/>.

*Кошевий О.П., Левківський Д.В., Кошева В.О., Можаровський А.С.*

### **КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ПОТЕНЦІАЛІВ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНОСТІ В БУДІВНИЦТВІ**

В даній роботі наведені результати створення програмного комплексу оптимізаційного розрахунку потенціалів альтернативних джерел енергії в регіонах України на основі BIM технологій (AutoCAD, ArchiCAD, Revit), що об'єднуються за допомогою формату IFC. Програмний комплекс використовує створені математичні та графоаналітичні моделі кліматичного та енергетичного районування в регіонах України, та за допомогою можливостей MS Excel візуалізує процес дослідження і автоматизує та прискорює прийняття оптимальних рішень при проектуванні, реконструкції та будівництві. Розглядається процес формування бази даних для традиційних джерел енергії (електроенергія, нафтопродукти, природний газ, вугілля, дрова), та бази даних енергетичних потенціалів альтернативних джерел енергії (сонячна енергія, вітрова енергія, геотермальна енергія, гідропотенціал малих рік, потенціали тваринницької та рослинницької біомаси, потенціал надлишкового тиску природного газу, потенціали теплоти ґрунту, ґрунтових та стічних вод, потенціали енергії торфу та відходів лісу) для всіх регіонів України. Розроблена структура функціонування програмного комплексу, де всі показники зводяться до єдиного одиниць виміру (МВт\*год/рік на 1000 чол.) та блок-схема. Для аналізу і прийняття оптимальних проектних рішень будуються інформативно-ілюстративні стовпчикові та секторіальні кругові діаграми в середовищі MS Excel по п'яти основним напрямкам енергоспоживання з урахуванням альтернативних джерел енергії для кожного регіону України. Загальний аналіз енергоспоживання та оптимізаційні розрахунки проводяться за допомогою інформативно-ілюстративної діаграми SANKEY, яка створюється за допомогою «SankeyDiagramGenerator», та візуалізує весь процес графоаналітичного моделювання енергоспоживання регіонів України.

**Ключові слова:** комп'ютерне моделювання, оптимізація розрахунків, традиційні джерела енергії, потенціали альтернативних енергоджерел, енергоефективне будівництво, BIM технології, SANKEY моделювання.

УДК 539.3; 514.182.7

*Кошевий О.П., Левківський Д.В., Кошева В.О., Можаровський А.С.* **Комп'ютерне моделювання та оптимізація потенціалів енергоефективності в будівництві** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 274-281.

*В статті наведені результати комп'ютерного моделювання енергетичних потенціалів джерел енергії та створення комплексу програм оптимізаційних розрахунків для підвищення енергоефективності будівництва в регіонах України.*

Табл. 2. Іл. 3. Бібліогр. 6 назв.

UDC 539.3; 514.182.7

*Koshevyi O.P., Levkivskiy D.V., Kosheva V.O., Mozharovskiy A.S.* **Computer modeling and optimization of energy efficiency potentials in civil engineering** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 274-281.

*The paper shows the results of computer modeling potential of energy sources and the creation of software package for optimization calculations to increase energy efficiency of construction sector in the regions of Ukraine.*

Tabl. 2. Il. 3. Ref. 6.

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри опору матеріалів КНУБА Кошевий Олександр Петрович.

**Адреса:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра опору матеріалів, Кошевий Олександр Петрович.

**Робочий тел.:** +38(044) 241-54-21;

**Мобільний тел.:** +38(050)-441-52-30;

**E-mail:** a0504415230@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-7796-0443>



**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри опору матеріалів КНУБА Левківський Дмитро Володимирович.

**Адреса:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра опору матеріалів, Левківський Дмитро Володимирович.

**Мобільний тел.:** +38(096) 756-21-33;

**E-mail:** levkivskiy.dv@knuba.edu.ua

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-2964-1605>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, асистент кафедри архітектурних конструкцій КНУБА Кошева Вікторія Олександрівна.

**Адреса:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра архітектурних конструкцій, Кошева Вікторія Олександрівна.

**Мобільний тел.:** +38(063) 277-96-76;

**E-mail:** vikk-ko@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-6178-8837>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** аспірант кафедри опору матеріалів КНУБА Можаровський Андрій Сергійович.

**Адреса:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра опору матеріалів, Можаровський Андрій Сергійович.

**Мобільний тел.:** +38(063) 209-34-45;

**E-mail:** andrii.mozharovskiy@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-2690-0296>

УДК 358.211

## УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКУ КОНСТРУКЦІЙ ПОКРИТТЯ ЗАКРИТИХ ПОЛЬОВИХ ФОРТИФІКАЦІЙНИХ СПОРУД ДЛЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЖИВУЧОСТІ ВІЙСЬК У СУЧАСНОМУ ЗБРОЙНОМУ КОНФЛІКТІ

**О.І. Волощенко<sup>1</sup>,**

канд. військ. наук, пров. наук. співробітник науково-дослідного відділу (проблем інженерного забезпечення)

**М.Г. Кушніренко<sup>2</sup>,**

канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки

**І.В. Черних<sup>3</sup>,**

кандидат військових наук, доцент, заступник начальника інституту забезпечення військ (сил) та інформаційних технологій

<sup>1</sup> *Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України*<sup>2</sup> *Київський національний університет будівництва і архітектури*<sup>3</sup> *Національний університет оборони України імені Івана Черняховського*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.282-295

У статті вирішується завдання щодо удосконалення методики розрахунку конструкцій покриття закритих фортифікаційних споруд на проникнення, пробивання, рикошет та фугасну дію з метою підвищення живучості військ у сучасному збройному конфлікті.

Аналіз антитерористичної операції 2014-2018 років та операції Об'єднаних сил, яка триває, свідчить, що наразі основними засобами вогневого ураження противника є артилерійські, мінометних та авіаційних боєприпаси великої руйнівної дії. За таких умов живучість наших військ напряму залежить від ефективного їх укриття у закритих фортифікаційних спорудах. Важливим елементом улаштування таких фортифікаційних споруд є розрахунки конструкцій їх покриття на проникнення, пробивання, рикошет та фугасну дію, які виконуються з метою визначення конструкції покриття, його матеріалу та товщини.

Новизна удосконаленої методики полягає у тому, що в ній, на відміну від існуючих, розрахунки конструкцій покриття враховують форму бойової частини артилерійських, мінометних та авіаційних боєприпасів, кут зустрічі та кінцеву швидкість цих боєприпасів у момент їх влучення у покриття закритої фортифікаційної споруди, а також коефіцієнти податливості матеріалу, з якого це покриття улаштовано.

Наведені приклади розрахунку конструкцій покриття закритих фортифікаційних споруд з проникнення бойової частини засобу ураження у матеріал покриття, пробивання покриття, улаштованого з крихкого матеріалу, рикошету бойової частини засобу ураження від покриття, а також руйнування покриття внаслідок фугасної дії засобу ураження.

Отримані результати будуть використані для розрахунку захисних конструкцій довготривалих фортифікаційних споруд для пунктів управління та шпиталів.

**Ключові слова:** пробивання, проникнення, рикошет, фортифікаційна споруда.

### Вступ

Аналіз сучасних збройних конфліктів, зокрема антитерористичної операції (АТО) 2014-2018 років та операції Об'єднаних сил (ООС), яка триває на сході України, свідчить, що наразі основними засобами

вогневого ураження є артилерійські системи, міномети та авіаційні боєприпаси великої руйнівної дії [1]. За таких умов живучість наших військ в ООС під час вогневого впливу противника напряму залежить від ефективного укриття особового складу, озброєння і військової техніки (ОВТ) та запасів матеріальних засобів (МТЗ) у закритих польових фортифікаційних спорудах.

На відміну від відкритих польових фортифікаційних споруд (окопів, траншей, ходів сполучення тощо) закриті польові фортифікаційні споруди додатково захищають особовий склад, ОВТ та МТЗ від нависного вогню. Для цього вони мають покриття, яке захищає особовий склад, ОВТ та запаси МТЗ від вражаючих елементів бойових частин артилерійських снарядів, мінометних мін та авіаційних бомб (далі – засобів ураження) з повітря [2]-[4].

Наразі конструкції покриття більшості закритих польових фортифікаційних споруд наших військ є монолітними (з бетону, залізобетону або металу) та багат шаровим (з деревини, ґрунту, піску, металу), які сприймають на себе основну ударну та фугасну дію засобів ураження противника [1]-[4].

Під час фортифікаційного обладнання позицій наших військ обов'язковим елементом роботи є розрахунки з визначення глибини проникнення бойової частини у матеріал покриття закритих польових фортифікаційних споруд, пробивання покриття, улаштованого з крихких матеріалів, рикошету бойової частини від покриття, а також його руйнування внаслідок фугасної дії засобів ураження противника. Ці розрахунки виконуються з метою визначення характеру та термінів фортифікаційного обладнання з метою забезпечення потрібного рівня живучості військ під час бойових дій. За результатами цих розрахунків визначається потрібний обсяг фортифікаційних робіт, зокрема потреба у матеріалах для покриття – ґрунті, піску, дерева, хвильової сталі, бетону, фортифікаційного залізобетону тощо.

Розрахунки конструкцій покриття закритих польових фортифікаційних споруд беруть свій початок у працях з польової та довготривалої фортифікації відомих вчених-фортифікаторів: А.З. Теляковського; А.А. Тотлебена; Р.І. Кондратенка; Д.М. Карбишева та інших [4]. За результатами цих праць отримана методика розрахунку конструкцій польових фортифікаційних споруд, в основу якої покладено формулу визначення глибини проникнення бойової частини засобу ураження у матеріал покриття ( $h_{np}$ ), що враховує його вагу ( $P$ ), калібр ( $d$ ) та кінцеву швидкість польоту у момент зустрічі з покриттям ( $V$ ) [2]:

$$h_{np} = \frac{P}{d^2} \cdot V. \quad (1)$$

Якщо величини ( $P$ ) та ( $d$ ) є відомими, кінцева швидкість польоту бойової частини у момент її зустрічі з покриттям визначалась так [2]:

$$V = \sqrt{20H - H/100}, \quad (2)$$

де  $H$  – висота вільного падіння бойової частини засобу ураження (визначається характеристикою засобу ураження), м.

Однак, у зв'язку із стрімким зростанням ударної і фугасної дії сучасних засобів ураження противника, зазначена вище методика потребує удосконалення, так як нею не враховується ряд важливих параметрів, нехтування якими призводить до помилок у розрахунках з улаштування захисної товщі покриття, ймовірності його пробивання або руйнування, і, як результат, до загибелі особового складу, ураження ОВТ та знищення запасів МТЗ.

У статті вирішується завдання щодо удосконалення методики розрахунку конструкцій покриття закритих польових фортифікаційних споруд для забезпечення живучості військ у сучасному збройному конфлікті.

Удосконалення методики полягає у врахуванні форми бойової частини сучасних засобів вогневого ураження, їх кутів зустрічі та кінцевої швидкості під час попадання у покриття фортифікаційної споруди, а також коефіцієнтів податливості матеріалів покриття на проникнення та пробивання.

Наведені приклади розрахунку покриття закритих польових фортифікаційних споруд на проникнення, пробивання, рикошет та фугасну дію. Отримані результати будуть використані для розрахунку конструкцій покриття довготривалих фортифікаційних споруд для пунктів управління та польових шпиталів.

Розрахунок конструкцій покриття закритих польових фортифікаційних споруд на проникнення, пробивання, рикошет та фугасну дію виконуються згідно удосконаленої методики, структурно-логічна схема якої наведена на рисунку 1.

Розглянемо послідовність розрахунків детальніше.

### **Визначення глибини проникнення бойової частини засобу ураження у покриття закритої польової фортифікаційної споруди**

Коли бойова частина влучає у покриття фортифікаційної споруди, вона проникає у його матеріал на певну глибину та витративши енергію на подолання спротиву цього матеріалу, зупиняється. У фортифікації це явище називають проникненням [2]-[4].

Глибина проникнення бойової частини у матеріал покриття з урахуванням її форми, податливості матеріалу покриття на проникнення або пробивання, а також кута зустрічі бойової частини з покриттям та його кінцевої швидкості визначається за такою формулою:

$$h_{np} = \lambda \cdot k_{np} \cdot \frac{P}{d^2} \cdot V \cdot \cos \alpha, \quad (3)$$

де  $h_{np}$  – глибина проникнення бойової частини у матеріал покриття, яка вимірюється перпендикулярно до його поверхні покриття та осі бойової частини засобу ураження, м;  $\lambda$  – коефіцієнт, який враховує форму бойової частини засобу ураження (для бетонобійних засобів ураження  $\lambda=1,3$ , для інших  $\lambda=1$ );  $k_{np}$  – коефіцієнт, який враховує податливість матеріалу покриття проникненню (табл. 1) [2];  $\alpha$  – кут зустрічі бойової частини з

покриттям;  $V$  – кінцева швидкість бойової частини під час зустрічі з покриттям.



Рис. 1

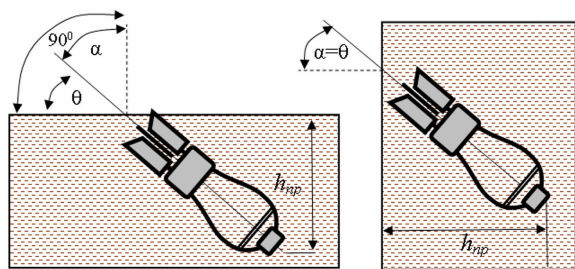
Кут зустрічі бойової частини з покриттям фортифікаційної споруди залежить від нахилу поверхні покриття і кута падіння бойової частини, тобто є кутом між горизонтальною площиною покриття і віссю бойової частини у точці їх зустрічі, як наведено на рисунку 2.

Таблиця 1

Значення коефіцієнту податливості матеріалу на проникнення

Матеріал	$k_{np}$
Свіжонасипаний рихлий ґрунт	0,0000130
Глина середньої густини, ґрунт перемішаним з камінням	0,0000070
Вологий пісок	0,0000065
Щільний рослинний ґрунт	0,0000065
Суглинок	0,0000060
Супісь	0,0000050
Дерев'яний тюфяк з соснових колод	0,0000050
Щільний пісок	0,0000045
Мерзлий ґрунт	0,0000045
Кам'янистий ґрунт	0,0000040

Булижний камінь з щільним укладенням і засипкою піском/грунтом	0,0000030
Цегляна кладка на цементному розчині	0,0000025
Кам'яна кладка на цементному розчині	0,0000020
Скала вапнякова або пісчана	0,0000020
Скала гранітна або гнейсова	0,0000016
Бутобетон	0,0000016
Бетон	0,0000010



(а) Горизонтальна площина

(б) Вертикальна площина

Рис. 2

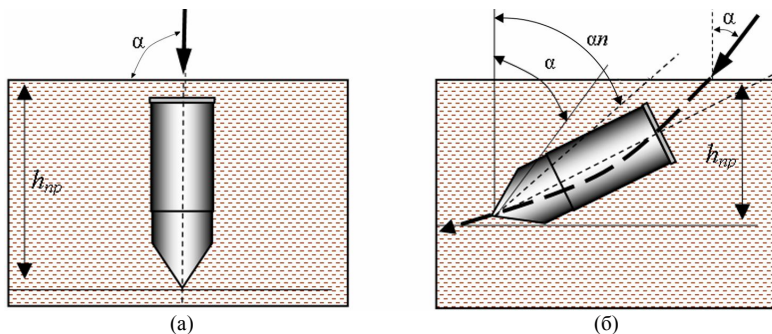
Якщо поверхня покриття горизонтальна (рис. 2(а)), сума кутів зустрічі і падіння становитиме  $90^0$

$$\alpha + \theta = 90^0, \quad (4)$$

де  $\theta$  – кут падіння.

При влученні бойової частини у вертикальну поверхню покриття (рис. 2(б)) кут зустрічі дорівнюватиме куту падіння  $\alpha = \theta$ . Експериментом доведено, що кут падіння для гаубичних снарядів становить  $50^0 - 60^0$ , для артилерійських снарядів при стрільбі прямим наведенням  $0^0$ , а для авіаційних бомб при бомбометанні з горизонтального польоту  $75^0$  [5]-[6].

Якщо бойова частина попадає у покриття закритої фортифікаційної споруди перпендикулярно, напрямок її руху у покритті не змінюється та є прямолінійним (рис. 3(а)) [5]-[6].



(а)

(б)

Рис. 3

У такому випадку кут зустрічі  $\alpha=0^0$ ,  $\cos\alpha=1$  і формула (3) матиме такий вид:

$$h_{np} = \lambda \cdot k_{np} \cdot \frac{P}{d^2} \cdot V. \quad (5)$$

Якщо бойова частина влучає у покриття під деяким кутом зустрічі  $\alpha$ , тоді у кінці проникнення кут між його віссю і перпендикуляром до поверхні покриття буде більшим кута зустрічі у  $n$  разів та буде рівним  $n \cdot \alpha$  (рис. 3 (б)).

Таким чином у формулу (3) замість кута зустрічі ( $\alpha$ ) потрібно підставити середнє значення полусуми цих кутів з урахуванням розвороту бойової частини у матеріалі покриття ( $n$ ). За цієї умови формула визначення глибини проникнення бойової частини у покриття (3) матиме такий вид:

$$h_{np} = \lambda \cdot K_{np} \cdot \frac{P}{d^2} \cdot V \cdot \cos \frac{\alpha + n\alpha}{2}, \quad (6)$$

де  $n$  – коефіцієнт розвороту бойової частини засобу ураження у матеріалі покриття, величина якого за даними експерименту, для засобів ураження з довгою бойовою частиною дорівнює  $n=1,5$ , з короткою  $n=2$ , а для інших приймається  $n=1$  [2].

**Приклад.** Визначити глибину проникнення 81 мм мінометної міни у захисне покриття закритої польової фортифікаційної споруди, яке улаштовано з каменистого ґрунту товщиною 0,95 м.

*Вихідні дані.* Маса бойової частини 81 мм мінометної міни  $H=4,82$  кг; калібр  $d=0,81$  м; кінцева швидкість  $V=160$  м/с; кут падіння  $\theta=75^0$ ; коефіцієнт проникнення верхнього шару покриття  $k_{np}^A=0,0000130$ ; коефіцієнт проникнення нижнього шару покриття  $k_{np}^T=0,0000030$ . Кут зустрічі  $\alpha=40^0$ ;  $\cos\alpha=0,776$ ;  $\lambda=1$  [2].

*Розрахунок.*

$$h_{np} = \lambda \cdot k_{np} \cdot \frac{P}{d^2} \cdot V \cdot \cos \frac{\alpha + n\alpha}{2} = 1 \cdot 0,0000040 \cdot \frac{4,82}{0,81^2} \cdot 160 \cdot 0,776 \cdot \frac{40 + 2 \cdot 40}{2} = 0,22 \text{ м.}$$

**Висновок.** Глибина проникнення 81 мм мінометної міни у захисне покриття закритої польової фортифікаційної споруди, яке улаштовано з каменистого ґрунту товщиною 0,95 м становить 0,22 м. Товщина покриття у такому випадку повинна прийматися більшою на 25% (на 0,38 м) та становити не менше 1,33 м.

Під час улаштування багатшарового покриття потрібно визначати глибину проникнення бойової частини у нижній шар з урахуванням спротиву верхнього шару. Для цього потрібно визначити, яку товщину матеріалу нижнього шару замінює верхній шар та визначити цю величину з глибини проникнення у матеріал нижнього шару (рис. 4).

Під час розрахунку доцільно припустити, що відношення товщини однакових по міцності шарів покриття дорівнюватиме відношенню коефіцієнтів податливості матеріалів покриття цих шарів, тобто:

$$A/T = k_{np}^T / k_{np}^A, \quad (7)$$

де  $A$  – товщина матеріалу покриття верхнього шару;  $T$  – товщина матеріалу покриття нижнього шару;  $k_{np}^T, k_{np}^A$  – коефіцієнти податливості проникненню матеріалів верхнього та нижнього шарів (табл. 1).

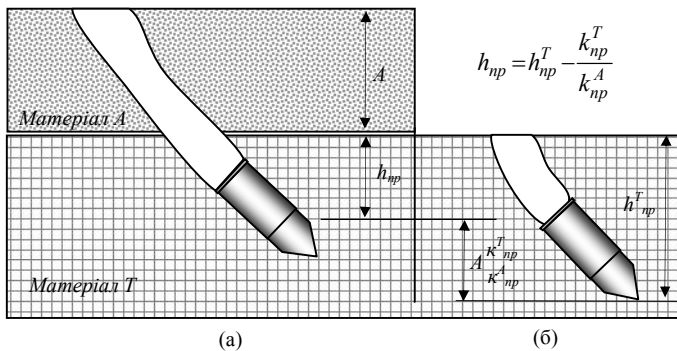


Рис. 4

З формули (7) слідує, що величина проникнення бойової частини у багатшарове покриття визначається за такою формулою:

$$h_{np} = h_{np}^T - T = h_{np}^T - A \cdot \frac{k_{np}^T}{k_{np}^A}, \quad (8)$$

де  $h_{np}^T$  – глибина проникнення бойової частини у матеріал нижнього шару.

**Приклад.** Визначити глибину проникнення фугасного 155-мм артилерійського снаряда у покриття фортифікаційної споруди, улаштованого з буличного каменю та заповненням пустот піском, обсіпаним зверху м'яким ґрунтом товщиною 0,8 м.

*Вихідні дані.* Маса бойової частини 155 мм снаряда  $P=45,4$  кг; калібр  $d=0,155$  м; кінцева швидкість  $V=310$  м/с; кут падіння  $\theta=55^\circ$ ; коефіцієнт проникнення верхнього шару покриття  $k_{np}^A=0,000013$ ; коефіцієнт проникнення нижнього шару покриття  $k_{np}^T=0,000003$ . Кут зустрічі  $\alpha=40^\circ$ ;  $\cos\alpha=0,776$ ;  $\lambda=1$  [2].

*Розв'язання.*

$$h_{np} = k_{np}^T \cdot \lambda \cdot \frac{P}{d^2} \cdot V \cdot \cos\alpha - A \cdot \frac{k_{np}^T}{k_{np}^A} = 0,000003 \cdot 1,3 \cdot \frac{45,4}{0,155^2} \cdot 310 \cdot 0,766 - 0,8 \cdot \frac{0,0000030}{0,0000130} = 0,13 \text{ м.}$$



*Висновок.* Глибина проникнення фугасного 155-мм артилерійського снаряда у покриття фортифікаційної споруди, улаштованого з булижного каменю та заповненням пустот піском, обсипаним зверху м'яким ґрунтом товщиною 0,8 м становить 0,13 м. Товщина покриття у такому випадку повинна прийматися більшою на 25% (на 0,32 м) та становити не менше 1,12 м.

Підсумовуючи слід зазначити, що в умовах сучасного загальновійськового бою, проникнення бойових частин засобів ураження у найбільш поширені покриття закритих польових фортифікаційних споруд є прямолінійним. Розраховуючи за удосконаленою методикою потрібну товщину покриття закритих польових фортифікаційних споруд результат завжди повинен перевищувати визначену товщину цього покриття щонайменше на 25%, що є цілком оправданим для забезпечення живучості військ [8], [10].

### **Визначення непробиваємої товщини покриття закритої польової фортифікаційної споруди**

Аналіз застосування закритих польових фортифікаційних споруд в АТО та ООС свідчить, що при попаданні бойової частини у бетонне, кам'яне або цегляне покриття цих споруд з проникненням, як правило, має місце відкол бетону, каменю або цегли (крихкого матеріалу) зі зворотної сторони покриття. Це явище виникає коли захисне покриття має недостатню товщину, а бойова частина високу кінцеву швидкість [4]. При подальшому зменшенні товщини покриття або збільшенні кінцевої швидкості бойової частини відкол буде збільшуватися до моменту пробиття покриття та проходження бойової частини через вітколну воронку у фортифікаційну споруду (рис. 5(г)).

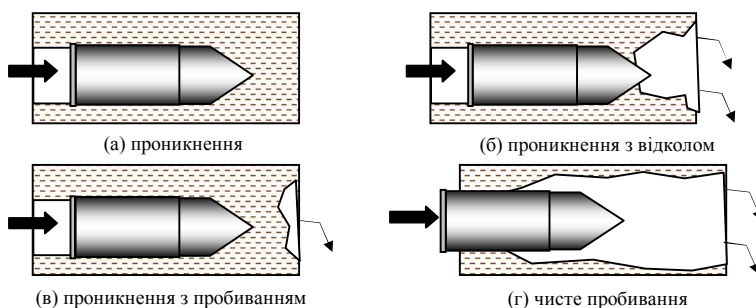


Рис. 5

Таким чином, з урахуванням (5), непробиваєма товщина покриття закритих польових фортифікаційних споруд визначатиметься по такій формулі:

$$h_{нб} = n \cdot h_{пр}, \quad (9)$$

де  $n$  – коефіцієнт пробивання матеріалів (табл.2) [2].

Таблиця 2

Значення коефіцієнту пробивання матеріалів

Матеріал	$n$
Ґрунт	1,5
Дерево	1,3
Залізобетон з гнучким протівідкольным армуванням	1,7
Залізобетон з жорстким протівідкольным армуванням	1,5
Залізобетонна плита на ґрунті (з монолітного або збірного залізобетону)	1,25
Тюфяк з бетону або кам'яної кладки	1,4

**Приклад.** Визначити непробиваєму товщину залізобетонного покриття з гнучким протівідкольным армуванням закритої польової фортифікаційної споруди при попаданні у неї 155-мм артилерійського бетонобійного снаряда.

*Вихідні дані.* Маса бойової частини 155-мм снаряда  $P=43,5$  кг; калібр  $d=0,155$  м; кінцева швидкість  $V=310$  м/с; кут падіння  $\theta=55^0$ ; кут зустрічі  $\alpha=40^0$ ;  $\cos\alpha=0,776$ ;  $\lambda=1,3$  [2].

*Розв'язання.*

$$h_{нб} = n \cdot h_{нр} = n \cdot \lambda \cdot k_{нр} \cdot \frac{P}{d^2} \cdot V \cdot \cos\alpha = 1,7 \cdot 1,3 \cdot 0,000010 \cdot \frac{43,5}{0,155^2} \cdot 310 \cdot 0,766 = 0,95 \text{ м.}$$

*Висновок.* Непробиваєма товщина залізобетонного покриття з гнучким протівідкольным армуванням закритої польової фортифікаційної споруди при попаданні у неї 155-мм артилерійського бетонобійного снаряда повинна бути не меншою 0,95 м.

### **Визначення глибини проникнення бойової частини засобу ураження у покриття закритої польової фортифікаційної споруди під час рикошету**

Коли бойова частина попадає у покриття закритої польової фортифікаційної споруди під гострим кутом зустрічі вона може зробити вм'ятину на поверхні покриття, заглибитись у матеріал покриття та вилетіти з нього, змінивши напрямок та траєкторію свого польоту. Таке явище у фортифікації називають рикошетом [5], [6].

Рикошет тим ймовірніший, чим твердіша поверхня покриття і чим більше кут зустрічі. Експериментом встановлено, що сучасні бойові частини рикошетують, якщо кути їх зустрічі з покриттям фортифікаційних споруд будуть не меншими:  $75^0$  – для м'яких і середніх ґрунтів;  $70^0$  – для твердих ґрунтів;  $60^0$  – для каменю й цегли;  $45^0$  – для бетону, залізобетону й броні.

З урахуванням зазначеного формула (6) для визначення глибини проникнення бойової частини засобу ураження у покриття закритої польової фортифікаційної споруди під час рикошету матиме такий вид

для покриття з м'яких ґрунтів ( $h_{np}^{m2}$ ), твердих ґрунтів ( $h_{np}^{m2}$ ), каменю ( $h_{np}^k$ ) та бетону ( $h_{np}^b$ ) відповідно:

$$\begin{aligned} h_{np}^{m2} &= \lambda \cdot k_{np}^{m2} \cdot \frac{P}{d^2} \cdot V \cdot \cos \frac{0,75\alpha + n \cdot 0,75\alpha}{2}; h_{np}^{m2} = \lambda \cdot k_{np}^{m2} \cdot \frac{P}{d^2} \cdot V \cdot \cos \frac{0,7\alpha + n \cdot 0,7\alpha}{2}; \\ h_{np}^k &= \lambda \cdot k_{np}^k \cdot \frac{P}{d^2} \cdot V \cdot \cos \frac{0,6\alpha + n \cdot 0,6\alpha}{2}; h_{np}^b = \lambda \cdot k_{np}^b \cdot \frac{P}{d^2} \cdot V \cdot \cos \frac{0,45\alpha + n \cdot 0,45\alpha}{2}. \end{aligned} \quad (10)$$

### Визначення радіус руйнування закритої польової фортифікаційної споруди у результаті фугасної дії засобу ураження

Для розрахунку потрібної товщини покриття закритої польової фортифікаційної споруди потрібно визначити не тільки ударну дію бойової частини, а й розміри руйнувань у результаті його фугасної дії.

Так, під час вибуху бойової частини у товщі покриття частина матеріалу цього покриття дробиться та витісняється тиском газів. При цьому утворюється порожнина, яку у фортифікації називають сферою стискування або сферою витіснення [2]-[4], [7]. При підірванні бойової частини на поверхні покриття виникає сфера руйнування та воронка, як показано на рисунку 6.

На деякій глибині за межами стиснення відбувається порушення щеплення між частинами матеріалу покриття. Це явище має місце у межах сфери, яка називається сферою руйнування. За межами цієї сфери матеріал покриття відчуває тільки трясіння від вибуху, однак не руйнується. Якщо матеріал покриття складається з крихкого матеріалу (бетону, залізобетону, каменю, цегли тощо), а його товщина є недостатньою, під час вибуху бойової частини відбувається відкол зі зворотної сторони покриття, частина матеріалу відпадає та утворюється відкольна воронка.

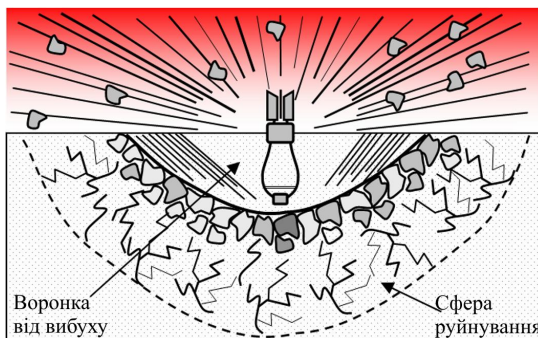


Рис. 6

Так, радіус руйнування, який вимірюється від центру бойової частини засобу ураження (підірвального заряду) визначається за такою формулою:

$$r = k \sqrt[3]{C}, \quad (11)$$

де  $C$  – вага заряду, кг;  $k$  – коефіцієнт податливості матеріалу на проникнення (табл. 1).

Глибина воронки визначається за такою формулою:

$$r_{\text{вук}} = k_0 \sqrt[3]{C}, \quad (12)$$

де  $k_{\text{вук}}$  – коефіцієнт проникнення матеріалу покриття на викид (табл. 3).

Радіус сфери руйнування визначається за такою формулою:

$$r_p = k_p \sqrt[3]{C}, \quad (13)$$

де  $k_p$  – коефіцієнт проникнення матеріалу покриття на руйнування (табл. 3).

Радіус відколу визначається за такою формулою:

$$r_{\text{відк}} = k_{\text{відк}} \sqrt[3]{C}, \quad (14)$$

де  $k_{\text{відк}}$  – коефіцієнт проникнення матеріалу покриття на відкол (табл. 3).

Таблиця 3

Значення коефіцієнту проникнення на викид, руйнування та відкол

Матеріал	$k_{\text{вук}}$	$k_p$	$k_{\text{відк}}$
Свіжонасипаний рихлий ґрунт	0,63	0,85	-
Рослинний ґрунт	0,50	0,65	-
Щільний пісок	0,48	0,63	-
Супісь	0,47	0,62	-
Суглинок. глина	0,46	0,60	-
Кам'янистий ґрунт	0,45	0,58	-
Скала вапнякова або піщана	0,25	0,56	0,79
Скала гранітна або гнейсова	0,20	0,53	0,75
Сосна, дуб, бук, ясен	0,30	0,36	-
Цегляна кладка на цементному розчині	0,24	0,60	0,88
Кам'яна кладка насухо	0,25	0,58	-
Кам'яна кладка на цементному розчині	0,20	0,55	0,84
Бутобетон	0,18	0,39	0,56
Залізобетон марки 400	0,13	0,30	0,42
Фортифікаційний залізобетон з гнучким противідколом	0,12	0,24	0,42
Фортифікаційний залізобетон з жорстким противідколом	0,12	0,24	0,33

## Висновки

Український досвід фортифікаційного обладнання є унікальним, адже війна, яку проти Україна розв'язала Росія, не має аналогів за інтенсивністю обстрілів передових позицій наших військ із сучасних систем вогневого ураження. Зазначене вимагає підвищення ефективності сучасних закритих польових фортифікаційних споруд, які широко використовуються нашими військами в ООС.

Використання удосконаленої методики розрахунку конструкцій покриття закритих польових фортифікаційних споруд для забезпечення живучості військ у сучасному збройному конфлікті дозволяє визначити необхідні параметри конструкцій покриття закритих польових фортифікаційних споруд та оперативно розробляти рекомендації для

військ з їх виготовлення для надійного захисту особового складу, ОБТ та запасів МТЗ від вогневого впливу противника.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Операція Об'єднаних сил / Joint Forces Operation. <https://facebook.com/pressjfo.news/>.
2. *Ананіч С.А., Кузник П.К., Сухарев А.И.* Фортификация. Москва.: Военное издательство, 1964. – 445 с.
3. Войсковые фортификационные сооружения. Москва.: Военное издательство, 1984. – 720 с.
4. *Кушніренко М.Г. Ворович Б.О, Лісневський В.В.* Будівельні матеріали, конструкції та основи механіки військово-інженерних споруд. – Київ.: НАОУ, 2000. – 67 с.
5. Оценка эффективности огневого поражения ударами ракет и огнем артиллерии. Санкт-Петербург. Издательство «Галлея Принт», 2006. – 424 с.
6. *Малаховский Е.К.* Стрельба на поражение опорных пунктов. Москва.: Военное издательство, 1978. – 112 с.
7. *У. Бейкер, П.Кокс, П. Уэстайн, Дж. Кулеш, Р. Стрелов.* Взрывные явления. Оценка и последствия. Часть 1. Москва.: Издательство «Мир», 1986. – 319 с.
8. *Voloshchenko O.I., Chernykh I.V.* Method for determination of fortification magnitude of impact on the survivability of point military objects. Information technologies in the sphere of security and defence № 1(28) 2017. ISSN 2311-7249 (Print). ISSN 2410-7336 (Online) <http://www.sit.nuou.org.ua>.
9. *Писаренко Г.С, Агарев В.А., Квитка А.Л., Попков В.Г., Уманский Э.С.* Сопrotивление материалов. Київ. Вища школа. – 1986. С. 98–116.
10. *Vasyl Shevchenko, Oleksandr Voloshchenko, Oleksandr Bobrun.* Method of determining the magnitude of the effect of fortification equipment on the survivability of the troops (forces) control system in the operations (combat actions). Information technologies in the sphere of security and defence № 1(37) 2020. ISSN 2311-7249 (Print). ISSN 2410-7336 (Online). DOI:10.33099/2311-7249/2020-37-1-179-184. <http://www.sit.nuou.org.ua>.

#### REFERENCES

1. Joint Forces Operation. <https://facebook.com/pressjfo.news/>.
2. *S. Ananich, P. Kuznik, A. Sukharev .* Fortification. Moscow.: Military publishing house, 1964. – 445 p.
3. Military fortifications. Moscow: Military Publishing House, 1984. - 720 p.
4. *M. Kushnirenko, B. Vorovich, V. Lisnevsky.* Building materials, structures and basics of mechanics of military engineering structures. - Kyiv: NDAU, 2000. - 67 p.
5. Effectiveness evaluation of damage by missile strikes and artillery fire. St. Petersburg. “Halley Print” Publishing House, 2006. - p. 424.
6. *E. Malakhovsky.* Shooting to defeat strong points. Moscow: Military Publishing House, 1978 - p.112.
7. *W. Baker, P. Cox, P. Westine, J. Kulesh, R. Strelow.* Explosive phenomena. Assessment and consequences. Part 1. Moscow: “Mir” Publishing House, 1986. - p. 319.
8. *O. Voloshchenko, I. Chernykh.* Method for determination of fortification magnitude of impact on the survivability of point military objects. Information technologies in the sphere of security and defence № 1(28) 2017. ISSN 2311-7249 (Print). ISSN 2410-7336 (Online) <http://www.sit.nuou.org.ua>.
9. *G. Pisarenko, V. Agarev, A. Kvitka, V. Popkov, E. Umansky.* Strength of materials. Kiev. High school. - 1986. p. 98-116.
10. *V. Shevchenko, O. Voloshchenko, O. Bobrun.* Method of determining the magnitude of the effect of fortification equipment on the survivability of the troops (forces) control system in the operations (combat actions). Information technologies in the sphere of security and defence № 1(37) 2020. ISSN 2311-7249 (Print). ISSN 2410-7336 (Online). DOI:10.33099/2311-7249/2020-37-1-179-184. <http://www.sit.nuou.org.ua>.

*O. Voloshchenko, M. Kushnirenko, I. Chernykh.*

### **IMPROVEMENT OF THE CALCULATION METHODOLOGY FOR COVERING CONSTRUCTIONS OF THE COVERED FIELD FORTIFICATIONS TO ENSURE THE SURVIVABILITY OF TROOPS IN A MODERN ARMED CONFLICT**

The task of improvement of the calculation methodology for covering constructions of the covered field fortifications against shell-hole, penetration, ricochet and high-explosive action is solved to ensure the survivability of troops in a modern armed conflict.

An analysis of the 2014-2018 anti-terrorist operation and the ongoing Joint Forces operation proves that artillery, mortar and aircraft high-destructive munitions are currently the main means of firing the enemy. Under such conditions, the survival of our troops directly depends on their effective shelter in covered field fortifications. An important element of the arrangement of such fortifications is the calculation of the structures of their covering against penetration, shell-holing, ricocheting and high-explosive action, which are performed to determine the structure of the covering, its material and thickness.

The novelty of the improved technique, unlike the existing ones, is that the calculations of the covering structures take into account the shape of the warhead of artillery, mortar and aircraft ammunition, the angle of encounter and the final speed of these munitions at the moment of their impact on the covered fortification and the pliability of the covering material.

Here are given the examples of calculation for the closed field fortifications structures against penetration of the warhead into the covering material, cases of punching the covering material enclosed with brittle material, ricochet of the warhead from the covering and destruction of the covering as a result of high explosive action.

The obtained results will be used to calculate the protective structures of long-term fortifications for command and control centres and field hospitals.

**Keywords:** penetration, shell-hole, ricochet, fortification.

УДК 358.211

*Волощенко О.І., Кушніренко М.Г., Черних І.В.* Удосконалення методики розрахунку конструкцій покриття закритих польових фортифікаційних споруд для забезпечення живучості військ у сучасному збройному конфлікті // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 282-295.

*Вирішується задача удосконалення методики розрахунку конструкцій покриття закритих польових фортифікаційних споруд на проникнення, пробивання, рикошет і фугасної дії для забезпечення живучості військ в сучасному збройному конфлікті.*  
Лл. 9. Бібліогр. 8 назв.

UDC 358.211

*Voloshchenko O., Kushnirenko M., Chernykh I.* Improvement of the calculation methodology for covering constructions of the covered field fortifications to ensure the survivability of troops in a modern armed conflict // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 106. – P. 282-295.

*The task of improvement of the calculation methodology for covering constructions of the covered field fortifications against shell-hole, penetration, ricochet and high-explosive action is solved to ensure the survivability of troops in a modern armed conflict.*

Fig. 9. Ref. 8.

**Автори**

*Кандидат військових наук, провідний науковий співробітник науково-дослідного відділу (проблем інженерного забезпечення) Волощенко Олександр Іванович.*

**Адреса робоча:** 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 28, Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України.

**Роб. тел.** + 38(063) 3250845

**E-mail:** vaikiev63@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-2717-1283>

*Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки Кушніренко Микола Григорович.*

**Адреса робоча:** 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

**Роб. тел.** + 38(044) 2415412

**E-mail:** mykkushnirenko@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-7110-2712>

*Кандидат військових наук, доцент, заступник начальника інституту забезпечення військ (сил) та інформаційних технологій Черних Ігор Вікторович.*

**Адреса робоча:** 03037 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 28, Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського.

**Роб. тел.** + 38(044) 2710983

**E-mail:** igor-chernuh@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-5144-6921>

УДК 621.913:621:633

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ПРОЦЕСУ ЗУБОХОНІНГУВАННЯ АЛМАЗНИМИ ЧЕРВ'ЯЧНИМИ ХОНАМИ НА ПАРАМЕТРИ ШОРСТКОСТІ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

**А.В. Кривошея<sup>1</sup>,**

канд. техн. наук, с.н.с.

**Є.О. Пашенко<sup>1</sup>,**

докт. техн. наук, професор

**В.С. Мельник<sup>2</sup>,**

канд. техн. наук

**К.К. Щербина<sup>3</sup>,**

канд. техн. наук

<sup>1</sup>*Інститут надтвердих матеріалів ім. В.М. Бакуля НАН України*

<sup>2</sup>*Державний науково-дослідний інститут МВС України*

<sup>3</sup>*Центральноукраїнський національний технічний університет*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.296-311

Запропоновано новий процес зубохонінгування зубчастих коліс алмазними черв'ячними еластичними хонами. Проведена оцінка зміни величин параметрів шорсткості при зубохонінгуванні циліндричних евольвентних зубчастих коліс. Проведено порівняння параметрів шорсткості поверхонь до та після обробки.

**Ключові слова:** шорсткість, зубчасті колеса, зубохонінгування, черв'ячний хон, фінішна обробка.

**Вступ.** Від якості циліндричних зубчастих передач, як важливої складової частини більшості машин та механізмів, залежить якість машини або механізму в цілому. Якість циліндричних зубчастих передач залежить від їх точності і стану робочого поверхневого шару їх зубчастих вінців, що впливає на експлуатаційні та інші показники передач. Так шорсткість, як один із важливих показників робочих поверхневих шарів контактуючих поверхонь зубчастих передач, впливає на такі їх показники як: міцність, зносостійкість, довговічність, герметичність з'єднання, корозія, тертя, зношування, змащування, протікання рідини, магнітні властивості [1]. Інтенсивність зношування від параметрів шорсткості має екстремальний характер [1]. Шорсткість впливає на знос контактуючих поверхонь і шум в роботі в період припрацювання зубчастих коліс, а також на необхідний момент сил при запуску або зрушенні механізму. Однією з ефективних технологічних операцій при фінішній обробці зубчастих коліс, що впливає на показники шорсткості, є зубохонінгування. Традиційний спосіб зубохонінгування виконується на спеціальних зубохонінгувальних верстатах методом обкату в двухпрофільному або однопрофільному зачепленні на схрещених осях



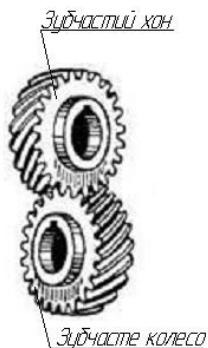


Рис. 1. Схема традиційного зубохонінгування зубчастого колеса дисковим абразивним зубчастим хоном

дискових абразивних зубчастих хонів (АЗХ) і зубчастих коліс (рис. 1) [2-4].

Зубохонінгування забезпечує усунення дефектного шару після попередньої термообробки, або іншої обробки та зменшення висотних параметрів шорсткості поверхні зубців зубчастих коліс при тій же практично точності обробки [2-4].

Але традиційний спосіб зубохонінгування дисковими АЗХ має цілий ряд недоліків, а саме:

- для процесу зубохонінгування АЗХ необхідно використовувати спеціальні зубохонінгувальні верстати, вартість яких сягає сотень тисяч євро, наприклад, зубохонінгувальні верстати фірми Fassler. В Україні зубохонінгувальні верстати не виготовляють;
- технологія виготовлення дискових АЗХ, особливо алмазних, є складною, трудомісткою і затратною;
- при зубохонінгуванні зубчастих коліс дисковими АЗХ виникають значні динамічні навантаження, що може призвести до руйнування зубів АЗХ;
- при обробці АЗХ також виникає нерівномірність шорсткості по висоті зуба оброблювального зубчастого колеса, через різні швидкості різання по висоті зуба.

Тому, враховуючи вищеприведені недоліки, розробка більш ефективних способів зубохонінгування зубчастих коліс, які дозволяють в певному діапазоні керувати параметрами шорсткості, є актуальними для вітчизняного машинобудування.

**Аналіз літератури.** Процес зубохонінгування АЗХ зубчастих коліс досліджувався в працях М.Г. Сторчака, Е.М.Гуліди, Ю.М. Сухорукова, С.Н. Калашникова, Б.А. Тайца та на зарубіжних фірмах Gleason, Kapp, Liebherr, Fassler, Samputensili, Koepfer. [2-12].

Провідні закордонні фірми Gleason, Kapp, Liebherr, Fassler, Samputensili, Koepfer, які займаються технологією фінішної обробки зубчастих коліс складнопрофільними інструментами виходять на рівень ноу-хау та приховують свої секрети. Так, наприклад розробки фірм Kapp та Fassler по технології зубохонінгування абразивним дисковим зубчастим хоном з внутрішніми зубцями та алмазної шестерні для правки такого зубчастого абразивного хону є трудомісткими, затратними та поки не піддаються копіюванню [8, 10].

Всі наведені вище іноземні фірми пропонують купівлю свого верстатного обладнання високої вартості та швидкозношувального складнопрофільного інструменту і тому впровадження зарубіжної технології зубохонінгування є дуже затратним і не всі підприємства можуть дозволити собі впровадження її у виробництво.

В Інституті надтвердих матеріалів НАН України розроблений спосіб зубохонінгування зубчастих коліс алмазними черв'ячними еластичними хонами (АЧЕХ) на серійних горизонтально-фрезерних або плоскошліфувальних модернізованих верстатах [13]. На першому етапі досліджень процесу зубохонінгування АЧЕХ вивчали зміну найбільш інформативного показника шорсткості  $R_a$  – (середнє арифметичне відхилення висоти профілю шорсткості) вздовж лінії зуба зубчатого колеса [14]. Однак заміри параметра  $R_a$  тільки вздовж лінії зуба – не містить інформацію з просторової структури поверхні та не розрізняє піки і западини [1]. Згідно ДСТУ ISO 4287:2012 існують додаткові параметри відхилення висотних параметрів профілю шорсткості поверхні  $R_{max}$  (найбільша висота нерівності профіля або відстань між лінією виступів і лінією западин),  $R_z$  (висота по 10 точкам),  $R_q$  (середня квадратична шорсткість) які використовуються для більш інформативної оцінки шорсткості поверхонь.

**Мета роботи** – визначення впливу процесу зубохонінгування зубчастих коліс на серійному горизонтально-фрезерному верстаті черв'ячними алмазними еластичними хонами на величини параметрів шорсткості  $R_{max}$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  шляхом замірів їх параметрів до і після обробки.

**Виклад основного матеріалу досліджень.** В якості дослідних зразків використовувалися зубчасті колеса шестеренних гідронасосів і гідромоторів.

При виготовленні зубчастих коліс гідронасосів одна з перспективних технологій їх виготовлення включає: чорнове зубофрезерування, цементацію, чистове зубофрезерування твердосплавними черв'ячними фрезами «FETTE» і зубохонінгування.

Для зубохонінгування були розроблені нові інструменти – АЧЕХ, що складаються з еластичних алмазоносних півкілець які закріплюються в гвинтових пазах алюмінієвого корпусу інструменту рис. 2. Технологія виготовлення еластичних алмазних кілець, така сама як і інших алмазних інструментів на еластичних зв'язках.

Для точного виготовлення алмазоносних кілець після спікання проводилось їх шліфування по товщині і по профілю в потрібний розмір рис. 3.



Рис. 2. Пів кільця алмазного зубчатого хона

Корпуси для черв'ячного алмазного хона виготовлялися із алюмінієвого сплаву Д16Т рис. 4.

На відміну від традиційних алмазних дискових зубчастих хонів представлені алмазні черв'ячні еластичні хони мають більш просту

конструкцію і технологію виготовлення.

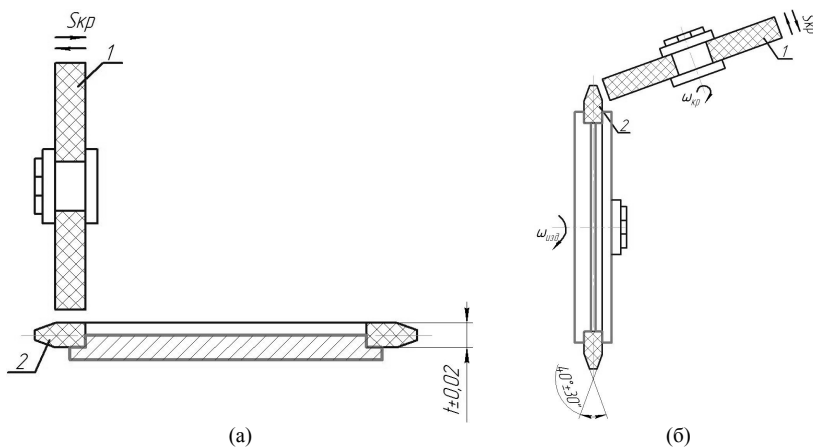


Рис. 3. Шліфування алмазного кільця на еластичній зв'язці по товщині (а) і по профілю (б) після спікання, де 1 – абразивний круг; 2 – алмазосне кільце на еластичній зв'язці

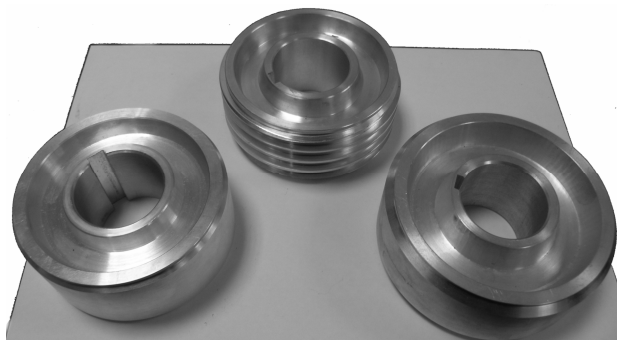


Рис. 4. Корпуса хонів з нарізаними гвинтовими канавками (по середині) і без них

При виготовленні дослідних зразків АЧЕХ алмазосні кільця розрізалися на два півкільця і кожне півкільце нагвинчувалося в гвинтовий паз алюмінієвого корпусу і закріплювалося спеціальним клеєм рис. 5.

При обробці АЧЕХ закріплюється на шпинделі стандартного горизонтально-фрезерного верстату мод. 6М82Ш. А в Т-подібних пазах столу верстата встановлювалось спеціальне пристосування для закріплення оброблювальних зубчастих коліс. Пристосування забезпечує пружний зв'язок в парі алмазний черв'ячний хон – зубчасте колесо рис. 6.

При обробці використовували мастильно-охолоджуюче технологічне середовище (СОТС) гас з 10 відсотковим вмістом індустріального масла

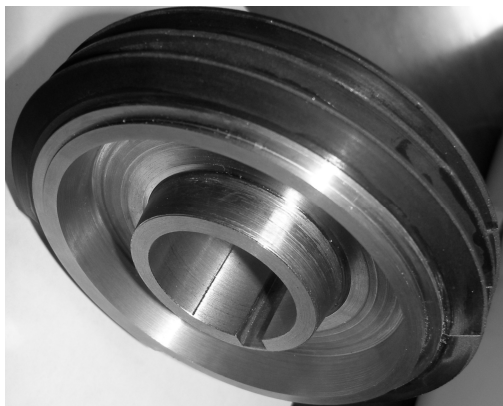


Рис. 5. Черв'ячний алмазний еластичний хон в зборі

шорсткості  $R_{\max}$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  до і після обробки відповідно до ДСТУ ISO 4287:2012 [12].

И-20А. Використання СОТС сприяє видаленню з зони обробки продуктів зносу хона і шламу.

Для визначення впливу зернистості алмазів на шорсткість при зубохонінгуванні були виготовлені два хона з алмазних порошоків різної зернистості АС6 80/63 і АСМ 28/20.

При дослідженні процесу зубохонінгування замірялися параметри

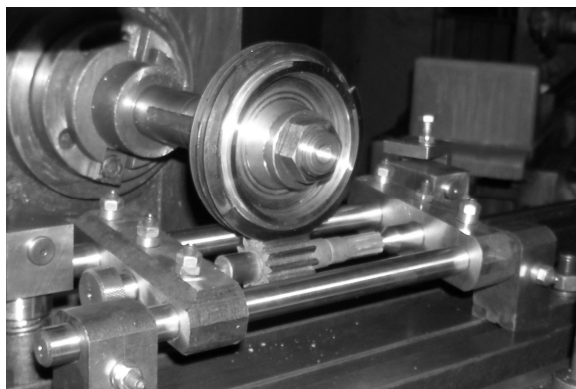


Рис. 6. Обробка зубчастого колеса алмазним черв'ячним еластичним хоном

Шорсткість евольвентної поверхні зубчастих коліс. вимірювали по двох напрямках, вздовж евольвентного профілю і вздовж лінії зуба

Так шорсткість вимірювання проводили по трасі 0,75 мм при кроці відсічення 0,25 мм.

За результатами експериментів побудовані графіки, для представлення замірів шорсткості до і після зубохонінгування та побудовані криві розсіювання їх величин (рис. 6-17) [17].

Як видно з наведених графіків шорсткість  $R_{\max}$  по профілю зменшується в середньому на 0,8 мкм. При використанні алмазних порошоків АС6 80/63 і АСМ 28/20 показники шорсткості змінюються не суттєво див. рис. 7-10. На рис 6-17 По осі  $OX$  відкладаються чисельні значення висотних параметрів профілю шорсткості, а по осі  $OY$  вказана щільність розподілу.

Зазначимо, що площа під кривою на заданому відрізку дорівнює ймовірності попадання випадкової величини в цей проміжок.

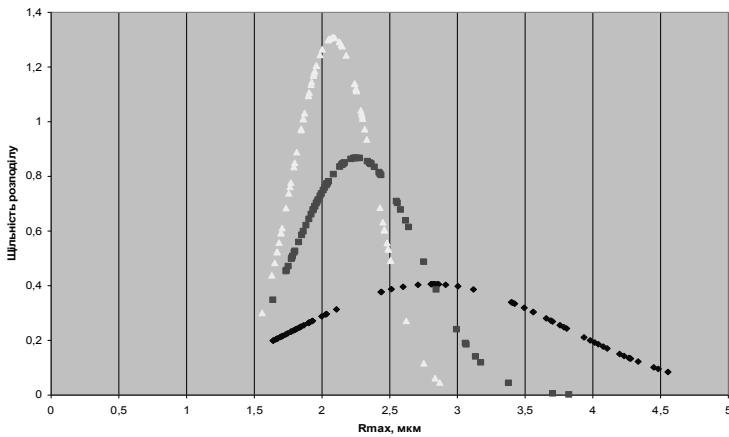


Рис. 7.  $R_{max}$  вздовж профіля після зубофрезерування (ромби), після зубохонінгування 4 проходи (квадрати) і 12 проходів (трикутники). Характеристика хона АС6 80/63 Режими обробки  $n(\text{хона})=2000\text{об/хв.}$ ,  $V_{pr}=25\text{ мм/мин}$ ,  $S_{рад}=0,5\text{ мм}$

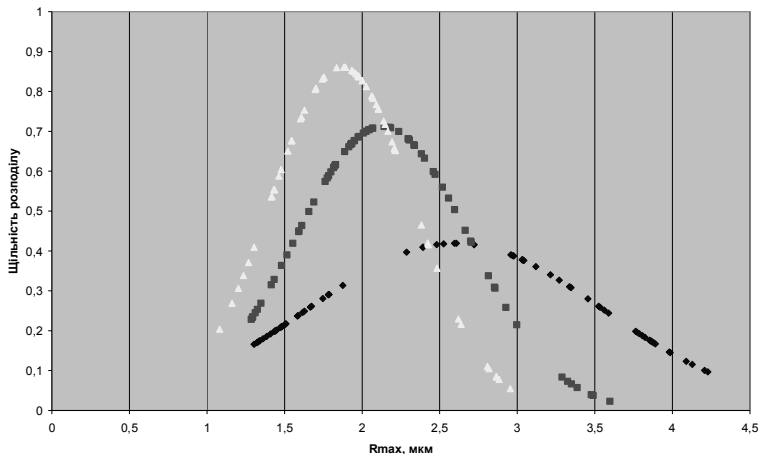


Рис. 8.  $R_{max}$  вздовж профіля після зубофрезерування (ромби), після зубохонінгування 4 проходу (квадрати) і 12 проходів (трикутники). Характеристика хона АСМ 28/20, Режими обробки  $n(\text{хона})=2000\text{об/хв.}$ ,  $V_{pr}=25\text{ мм/мин}$ ,  $S_{рад}=0,5\text{ мм}$

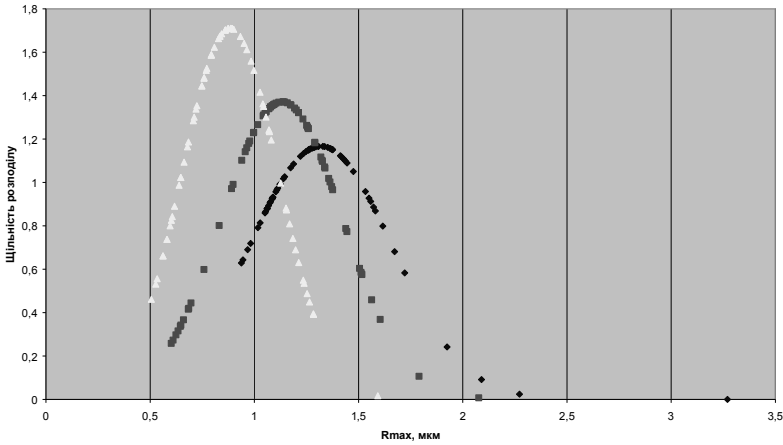


Рис. 9.  $R_{\max}$  вздовж лінії зуба після зубофрезерування (ромби), після зубохонінгування 4 проходів (квадрати) і 12 проходів (трикутники). Характеристика хона АС6 80/63 Режими обробки  $n(\text{хона})=200\text{об/хв.}$ ,  $V_{\text{пр}}=25\text{ мм/мин}$ ,  $S_{\text{рад}}=0,5\text{ мм}$

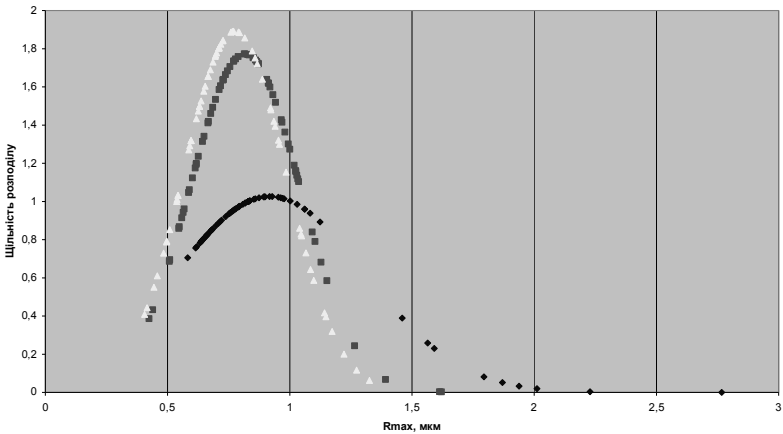


Рис. 10.  $R_{\max}$  вздовж лінії зуба після зубофрезерування (ромби), після зубохонінгування 4 проходів (квадрати) і 12 проходів (трикутники). Характеристика хона АСМ 28/20 Режими обробки  $n(\text{хона})=200\text{об/хв.}$ ,  $V_{\text{пр}}=25\text{ мм/мин}$ ,  $S_{\text{рад}}=0,5\text{ мм}$

Розглянемо параметр шорсткості  $R_q$  – середня квадратична шорсткість. Наразі вважається, що параметр  $R_a$  є малочутливим до елементів топографії поверхні (піків і западин), тому віддають перевагу іншому амплітудному (висотному) параметру  $R_q$ .

В більшості випадків  $R_a$  приблизно дорівнює  $0,8R_q$ , що і підтверджується наступними графіками рис. 11-14.

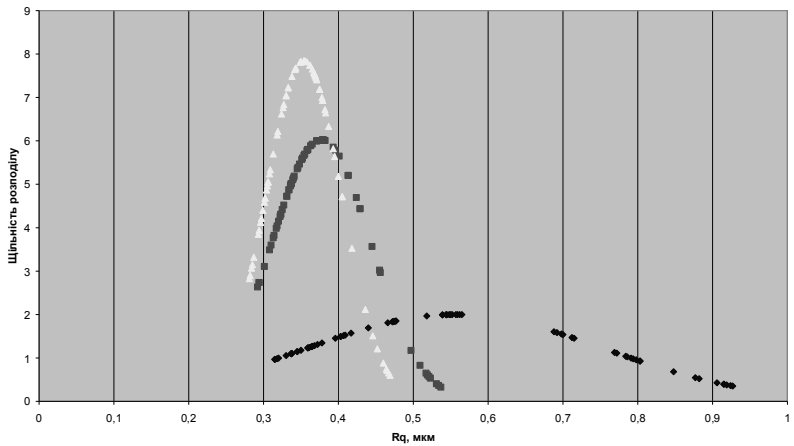


Рис. 11.  $R_q$  вздовж профіля після зубофрезерування (ромби), після алмазного зубохонінгування 4 проходу (квадрати) і 12 проходів (трикутники). Характеристика хона АС6 80/63 Режими обробки  $n(\text{хона})=2000\text{об/хв.}$ ,  $V_{\text{пр}}=25\text{ мм/мин}$ ,  $S_{\text{рад}}=0,5\text{ мм}$

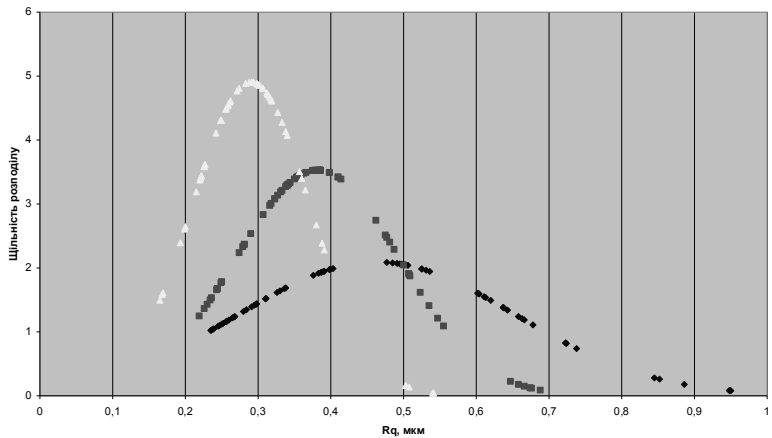


Рис. 12.  $R_q$  вздовж профіля після зубофрезерування (ромби), після зубохонінгування 4 проходу (квадрати) і 12 проходів (трикутники). Характеристика хона АСМ 28/20 Режими обробки  $n(\text{хона})=2000\text{об/хв.}$ ,  $V_{\text{пр}}=25\text{ мм/мин}$ ,  $S_{\text{рад}}=0,5\text{ мм}$

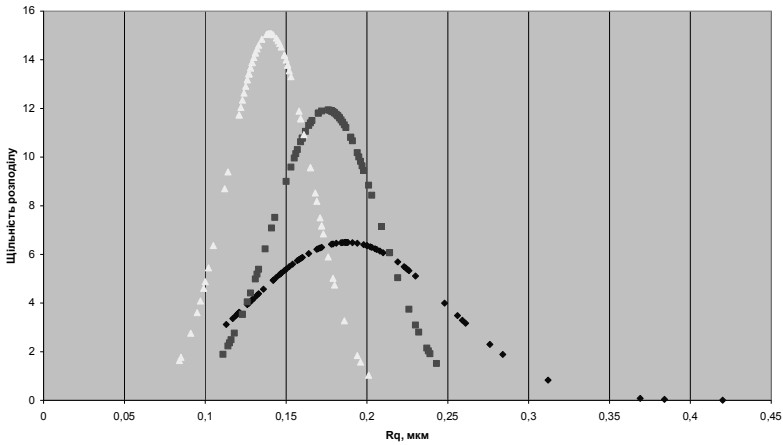


Рис. 13. Rq вздовж лінії зуба після зубофрезерування (ромби), після зубохонінгування 4 проходу (квадрати) і 12 проходів (трикутники). Характеристика хона АС6 80/63 Режими обробки  $n(\text{хона})=200\text{об/хв.}$ ,  $V_{\text{пр}}=25\text{ мм/мин}$ ,  $S_{\text{рад}}=0,5\text{ мм}$

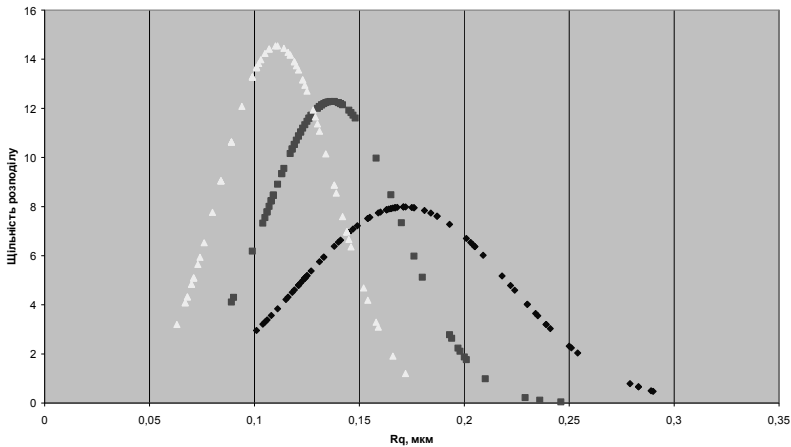


Рис. 14. Rq вздовж лінії зуба після зубофрезерування (ромби), після зубохонінгування 4 проходу (квадрати) і 12 проходів (трикутники). Характеристика хона АСМ 28/20 Режими обробки  $n(\text{хона})=200\text{об/хв.}$ ,  $V_{\text{пр}}=25\text{ мм/мин}$ ,  $S_{\text{рад}}=0,5\text{ мм}$

З наведених величин параметра шорсткості Rq видно, що при зубохонінгуванні шорсткість зменшується, як вздовж евольвентного профілю так і вздовж лінії зуба, що корегується з наведеними раніше змінами параметрами шорсткості Ra.

Порівняння Rz і Rmax використовуються для контролю відхилень чистоти обробленої поверхні. Подібність величин Rz і Rmax вказує на однорідну чистоту поверхні, в той час як значна різниця між ними свідчить про дефект поверхні на в цілому однорідній поверхні рис. 15-18. [1].



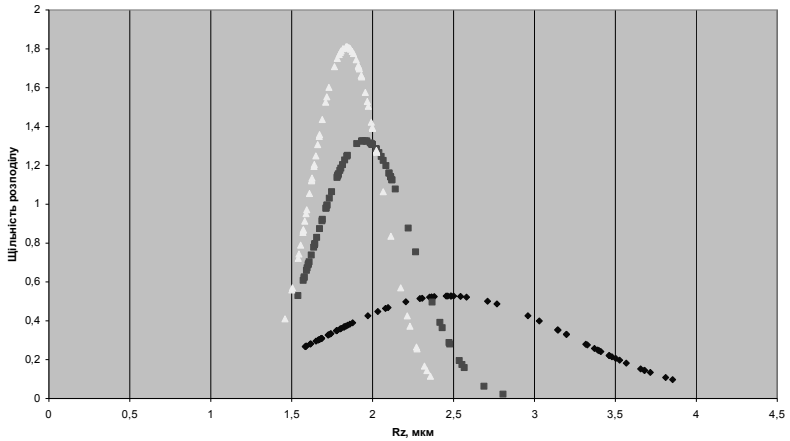


Рис. 15. Rz вздовж профіля після зубофрезерування (ромби), після зубохонінгування 4 проходу (квадрати) і 12 проходів (трикутники). Характеристика хона АС6 80/63 Режими обробки  $n(\text{хона})=2000\text{об/хв}$ .  $V_{\text{пр}}=25\text{ мм/мин}$ ,  $S_{\text{рад}}=0,5\text{ мм}$ .

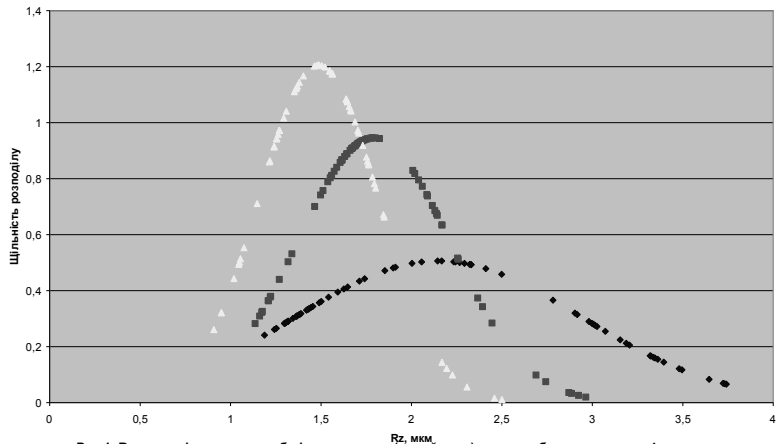


Рис. 16. Rz вздовж профіля після зубофрезерування (ромби), після зубохонінгування 4 проходу (квадрати) і 12 проходів (трикутники). Характеристика хона АСМ 28/20 Режими обробки  $n(\text{хона})=2000\text{об/хв}$ .  $V_{\text{пр}}=25\text{ мм/мин}$ ,  $S_{\text{рад}}=0,5\text{ мм}$ .

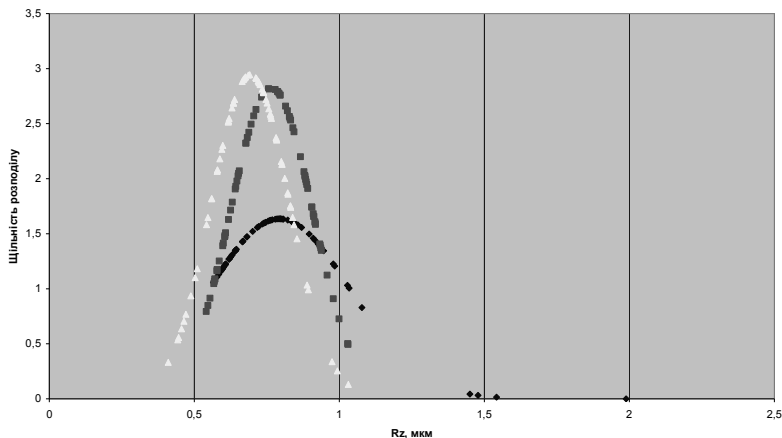


Рис. 17. Rz вздовж лінії зуба після зубофрезерування (ромби), після зубохонінгування 4 проходів (квадрати) і 12 проходів (трикутники). Характеристика хона АС6 80/63 Режими обробки  $n(\text{хона})=200\text{об/хв}$ .  $V_{\text{пр}}=25\text{ мм/мин}$ ,  $S_{\text{рад}}=0,5\text{ мм}$ .

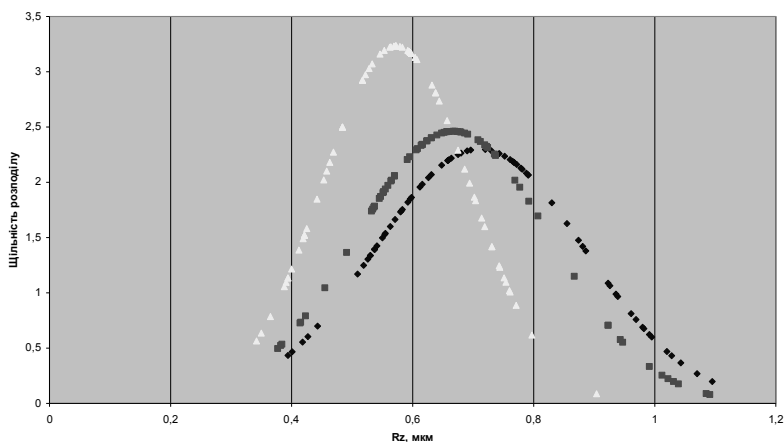


Рис. 18. Rz вздовж лінії зуба після зубофрезерування (ромби), після зубохонінгування 4 проходів (квадрати) і 12 проходів (трикутники). Характеристика хона АСМ 28/20 Режими обробки  $n(\text{хона})=200\text{об/хв}$ .  $V_{\text{пр}}=25\text{ мм/мин}$ ,  $S_{\text{рад}}=0,5\text{ мм}$ .

З наведених величин Rz і Rmax видно, що ці величини подібні. З чого можна зробити висновок, що дефекти на поверхні відсутні і навіть іде виправлення дефектів попередніх операцій обробки. Крім того видно, що іде усунення сліду фрези від попередньої обробки рис. 19.

На рис. 19 (а) представлена поверхня зуба до зубохонінгування з слідами черв'ячної фрези, які йдуть вздовж евольвентного профілю зуба, на рис. 19 (б) після зубохонінгування ці сліди фрези відсутні.

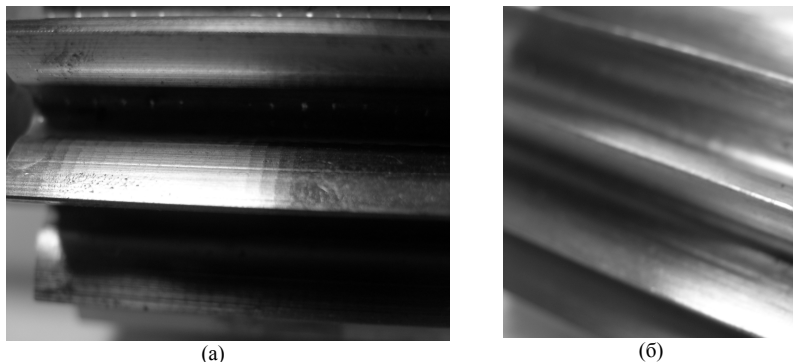


Рис. 19. Поверхня зубчастого колеса до та після обробки алмазним зубохонінгуванням

**Висновки.** У результаті проведеної роботи показано вплив обробки алмазними черв'ячними еластичними хонами нової конструкції з різною зернистістю на параметри шорсткості зубчастих коліс  $R_{\max}$ ,  $R_q$  і  $R_z$ .

Як показують результати досліджень шорсткість бічних поверхонь шестерень до і після обробки алмазним хонінгуванням коливається в межах:

- по параметру  $R_{\max}$  вздовж профілю до обробки  $R_{\max}=1,3-4,3$  мкм, після обробки  $R_{\max}=1,1-3$  мкм; вздовж лінії зуба до обробки  $R_{\max}=0,5-2,2$  мкм, після обробки  $R_{\max}=0,5-1,3$  мкм;

- по параметру  $R_q$  вздовж профілю до обробки  $R_q=0,22-0,95$  після обробки  $R_q=0,15-0,55$ ; вздовж лінії зуба до обробки  $R_q=0,1-0,42$  мкм, після обробки  $R_q=0,08-0,2$  мкм;

- по параметру  $R_z$  вздовж профілю до обробки  $R_z=1,1-3,8$  мкм, після обробки  $R_z=0,8-2,5$  мкм, вздовж лінії зуба до обробки  $R_z=0,4-1,5$  після обробки  $R_z=0,3-1,1$ .

Таким чином можна зробити висновок, що параметри шорсткості  $R_{\max}$ ,  $R_q$  і  $R_z$  зубчастих коліс після обробки алмазними черв'ячними хонами зменшуються в 1,5-2 рази.

Цей спосіб зубохонінгування алмазними черв'ячними еластичними хонами циліндричних зубчастих коліс можна рекомендувати для впровадження на більшості машинобудівних підприємств України без значних витрат.

В подальших (при впровадженні) дослідженнях необхідно встановити вплив шорсткості на експлуатаційні показники конкретних зубчастих механізмів.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Технології формоутворення сучасних складнопрофільних деталей [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 131 «Прикладна механіка» спеціалізацій «Технології виготовлення літальних апаратів», «Технології машинобудування» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Ю.В. Петраков, С.В. Сохань, В.К. Фролов, В.М. Кореньков. – Електронні текстові данні (1 файл: 22,5 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 379 с.

2. Сторчак М.Г. Синтез технических систем для отделочной обработки зубчатых колес: дис. докт. техн. наук. – Киев, 1994. – 466 с.
3. Гулида Э.Н. Технология отделочных операций зубообработки цилиндрических колес. – Львов: Вища школа, 1977. – 168 с.
4. Сухоруков Ю.Н., Евстигнеев Р.И. Инструменты для обработки зубчатых колес методом свободного обката. – Киев: Техника, 1983. – 120 с.
5. Калашников А.С., Моргунов Ю.А., Калашников П.А. Современные методы обработки зубчатых колёс. Издательский дом «Спектр», Москва, 2012, 238 с.
6. Производство зубчатых колес: справ. / С.Н. Калашников [и др.]; под общ. ред. Б.А. Тайца. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1990. – 464 с.
7. Зубохонингование [Электронный ресурс] : [Веб-сайт]. – Режим доступа: <https://www.gleason.com/ru/products/machines/cylindrical/gear-honing>
8. Ряд оборудования [Электронный ресурс] : [Веб-сайт]. – Режим доступа: [www.kapp-niles.com](http://www.kapp-niles.com) > RU\_KAPP\_NILES\_product\_line
9. Зубообрабатывающие станки [Электронный ресурс] : [Веб-сайт]. – Режим доступа: <https://www.liebherr.com/ru/rus/продукты/зубообрабатывающие-станки-и-системы-автоматизации/зубообрабатывающие-станки/зубообрабатывающие-станки.html>
10. Gear honing [Электронный ресурс] : [Веб-сайт]. – Режим доступа: [www.daetwyler.com](http://www.daetwyler.com) > Prospekte
11. Machines [Электронный ресурс]: [Веб-сайт]. – Режим доступа: <https://www.samputensili.com/machines/?type=machines>
12. Hard machining [Электронный ресурс] : [Веб-сайт]. – Режим доступа: <https://www.koepfer.com/en/production/hard-machining/>
13. Кривошея А.В. Финишная обработка цилиндрических зубчатых колес алмазными эластичными червячными хонами / А. В. Кривошея, В. Е. Мельник, В. В. Возный, С. В. Рябченко, В.Н. Бычихин, Т.Е. Третьяк // Породоразрушающий и металлообрабатывающий инструмент - техника и технология его изготовления и применения. - 2016. - Вып. 19. - С. 444-450.
14. ДСТУ ISO 4287:2012. "Технічні вимоги до геометрії виробів (GPS). Структура поверхні. Профільний метод. Терміни, визначення понять і параметри структури".
15. Тополянский П.А. Повышение стойкости прецизионных зубчатых колес. РИТМ. Металлообработка. Сварка. 2014, № 4. - С. 22-27.
16. ДСТУ 2413-94 "Основні норми взаємозамінності. Шорсткість поверхні. Терміни та визначення".
17. Математическая статистика в технологии машиностроения. Солонин И.С. М., Машиностроение, 1972, стр. 216.

#### REFERENCES

1. Tekhnologi`yi formoutvorennya suchasnikh skladnoprofil`nikh detalej [Elektronnij resurs] (Technologies shaping today's complex profile parts): navch. posi`b. dlyastud. speczi`al`nosti` 131 «Prikladna mekhani`ka» speczi`ali`zaczi`j «Tekhnologi`yi vigitovlennya li`tal`nikh aparati`v», «Tekhnologi`y i mashinobuduvannya» / KPI` i`m. I`gorya Si`kors`kogo; ukklad.: Yu.V. Petrakov, S.V. Sokhan`, V.K. Frolov, V.M. Koren`kov. – Elektronni` tekstovi` danni` (I fajl: 22,5 Mbajt). – Kiyiv : KPI` i`m. I`goryaSi`kors`kogo, 2018. – 379 s.
2. Storchak M.G. Sintez tekhnicheskikh sistem dlya otdelochnoj obrabotki zubchaty`kh koles (Synthesis of technical systems for gear finishing): dis. dokt. tekhn. nauk. - Kiev, 1994. - 466 s.
3. Gulida E`N. Tekhnologiya otdelochny`kh operaczij zuboobrabotki czilindricheskikh koles (Technology of finishing operations of gear machining of cylindrical wheels). – L`vov: Vishhashkola, 1977. – 168 s.
4. Sukhorukov Yu.N., Evstigneev R.I. Instrumenty` dlya obrabotki zubchaty`kh koles metodom svobodnogo obkata (Tools for machining gears by the free running). – Kiev: Tekhnika, 1983. – 120 s.
5. Kalashnikov A.S., Morgunov Yu.A., Kalashnikov P.A. Sovremenny`e metody` obrabotki zubchaty`kh kolyos (Modern processing techniques gears). – Izdatel`skij dom «Spekt`r», Moskva, 2012. – 238 s.

6. Proizvodstvo zubchaty`kh koles (Manufacturing the gears): sprav. / S.N. Kalashnikov [i dr.]; pod obshh.red. B.A. Tajca. – 3-e izd.,pererab. idop. – M.: Mashinostroenie, 1990. – 464 s.
7. Zubkhoningovanie [Elektronnij resurs] (Gearhoning): [Veb-sajt]. – Rezhim dostupu: <https://www.gleason.com/ru/products/machines/cylindrical/gear-honing>
8. Ryad oborudovaniya [Elektronnij resurs] (Range of equipment): [Veb-sajt]. – Rezhim dostupu: [www.kapp-niles.com](http://www.kapp-niles.com) > RU\_KAPP\_NILES\_product\_line
9. Zuboobrabaty`vayushhie stanki [Elektronnijresurs] (Gear cutting machines): [Veb-sajt]. – Rezhimdostupu: <https://www.liebherr.com/ru/rus/produkty`/zuboobrabaty`vayushhie-stanki-i-sistemy`-avtomatizaczii/zuboobrabaty`vayushhie-stanki/zuboobrabaty`vayushhie-stanki.html>
10. Gear honing [Elektronnijresurs]: [Veb-sajt]. – Rezhim dostupu: [www.daetwyler.com](http://www.daetwyler.com) > Prospekte
11. Machines [Elektronnijresurs] : [Veb-sajt]. – Rezhim dostupu: <https://www.samputensili.com/machines/?type=machines>
12. Hard machining [Elektronnijresurs] : [Veb-sajt]. – Rezhim dostupu: <https://www.koepfer.com/en/production/hard-machining/>
13. Krivosheya A.V. Finishnaya obrabotka czilindricheskikh zubchaty`kh koles almazny`mi e`lastichny`mi chervyachny`mi khonami (Finishing of spur gears with elastic diamond worm gears) / A. V. Krivosheya, V. E. Mel`nik, V. V. Vozny`j, S. V. Ryabchenko, V. N. By`chikhin, T. E. Tret`yak // Porodorazrushayushhij i metalloobrabaty`vayushhij instrument – tekhnika i tekhnologiya ego izgotovleniya i primeneniya. – 2016. –Vy`p. 19. – S. 444-450.
14. DSTU ISO 4287:2012. "Tekhni`chni` vimogi do geometri`yivirobi`v (GPS). Strukturapoverkhni`.Profi`l`nijmetod.Termi`ni, viznachennya ponyat` i` parametri` strukturi" (Geometrical Product Specifications (GPS) – Surface texture: Profile method – Terms, definitions and surface texture parameters).
15. Topolyanskij P.A. Povy`shenie stojkosti precizionny`k hzubchaty`kh koles (Improving the durability of precision gears). – RITM. Metalloobrabotka. Sverka. 2014, №4.– S. 22-27.
16. DSTU 2413-94 "Osnovni` normivzayemozami`nnosti`. Shorstki`st` poverkhni`.Termi`ni ta viznachennya" (Basic norms of interchangeability. Surface roughness.Terms and Definitions).
17. Solonin I.S. Matematicheskaya statistika v tekhnologii mashinostroeniya (Mathematical statistics in mechanical engineering technology).– M., Mashinostroenie, 1972. – 216 s.

*Стаття надійшла 10.08.2020*

*Кривошея А.В., Пащенко Є.О., Мельник В.С., Шербина К.К.*

#### **ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ПРОЦЕСУ ЗУБОХОНІНГУВАННЯ АЛМАЗНИМИ ЧЕРВ'ЯЧНИМИ ХОНАМИ НА ПАРАМЕТРИ ШОРСТКОСТІ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС**

У представленій статті більш детально розглянуто новий спосіб обробки – зубохонінгуванняциліндричних шестерень. Аналіз літературних джерел показує, що найбільш проблематичною технологічною операцією є фінішна обробка зубчастих коліс та, зокрема, хонінгування. Показана різниця між традиційним хонінгуванням циліндричних шестерень дисковим абразивним хоном та новим способом обробки алмазним черв'ячним зубчастим хоном. Головною перевагою цього способу є те, що він може бути реалізований на фрезерних верстатах. Запропоновано нові інструменти - алмазні черв'ячні зубчасті хони та технологія їх виготовлення. Наведено режими обробки циліндричних шестерень різними алмазними черв'ячними зубчастими хонами та описаний сам спосіб обробки. Зубчасті колеса, які оброблялись використовуються в гідравлічних насосах та гідромоторах. В якості критерію оцінки використовували параметри шорсткості  $R_{max}$  (найбільша висота нерівності профілю або відстань між лінією виступів і лінією западин),  $R_z$  (висота по 10 точках),  $R_q$  (середня квадратична шорсткість), які відповідають українському та європейському стандарту ДСТУ ISO 4287:2012. Як відомо, міцність, зносостійкість, довговічність та інші параметри залежать від шорсткості робочих поверхонь зубців зубчастих коліс. Шорсткість впливає на знос контактних поверхонь і шум під час роботи при роботі зубчастих коліс, а також на момент їх запуску. Поверхні, що оброблялись порівнювали до та після обробки. Криві розподілу були побудовані для візуалізації експериментальних даних. При використанні нового способу обробки показано виправлення дефектів попередніх методів обробки. На підставі результатів проведених

досліджень можна зробити висновок, що параметри шорсткості  $R_{max}$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  покращуються в середньому в 1,5-2 рази. Цей спосіб можна рекомендувати для чистої обробки циліндричних зубчастих коліс, оскільки він ефективний і не вимагає нового обладнання, замінюючи традиційні способи хонінгування зубчастих коліс, його можливо реалізувати без значних витрат на більшість українських підприємств.

**Ключові слова:** шорсткість, зубчасті колеса, зубохонінгування, черв'ячний хон, фінішна обробка, надтверді матеріали.

*Krivoshaya A.V., Paschenko E.O., Melnyk V.Ye., Shcherbyna K.K.*

#### **INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF THE PROCESS OF GEAR HONING BY DIAMOND WORM HONING TOOLS ON THE ROUGHNESS FACTOR OF GEAR WHEELS**

In the presented article, a new method of finishing is considered in more detail - gear honing of cylindrical gears. Analysis of literature sources shows that the most problematic technological operation is the finishing of gear wheels and gear honing in particular. The difference between the traditional honing of cylindrical gears with disc abrasive honing and the new method of processing with diamond worm honing is shown. The main advantage of this method is that it can be implemented on milling machines. New tools are proposed - diamond worm gears and the technology of their manufacture is described. The modes of processing cylindrical gears with various diamond worm gears are given and the processing method itself is described. The gear wheels that were processed are used in hydraulic pumps and in hydraulic motors. Roughness parameters  $R_{max}$  (total height of profile),  $R_z$  (irregularity height at 10 points),  $R_q$  (root mean square deviation of the assessed profile), which correspond to the Ukrainian and European DSTU ISO 4287 standard, were used as a criterion for assessing the quality of gear processing: 2012. As you know, the strength, wear resistance, durability and other parameters depend on the roughness of the working surfaces of the teeth of the gear wheels. Roughness affects the wear of contact surfaces and noise during operation when running in gears, as well as at the time of their starting. The surfaces were compared before and after treatment. Distribution curves were plotted to visualize the experimental data. When using the new processing method, the correction of defects of the previous processing methods is shown. Based on the results of the studies carried out, it can be concluded that the roughness parameters  $R_{max}$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  improve on average by 1.5-2 times. This method can be recommended for the finishing of cylindrical gears, as effective and not requiring new equipment, replacing the traditional methods of honing gears, which can be implemented without significant costs at most Ukrainian enterprises.

**Key words:** roughness, gears, teeth honing, honing tools, finishing, superhard materials.

*Кривошея А.В., Пащенко Е.О., Мельник В.Е., Щербина К.К.*

#### **ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОЦЕССА ЗУБОХОНИНГОВАНИЯ АЛМАЗНЫМИ ЧЕРВЯЧНЫМИ ХОНАМ НА ПАРАМЕТРЫ ШЕРОХОВАТОСТИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС**

Предложены новые инструменты. Проведена оценка величины шероховатости при зубохонинговании алмазными червячными хонами цилиндрических эвольвентных зубчатых колес. Проведено сравнение поверхностей до и после обработки.

**Ключевые слова:** шероховатость, зубчатые колеса, зубохонингование, хон, финишная обработка.

УДК 621.913:621:633

*Кривошея А.В., Пащенко Е.О., Мельник В.Е., Щербина К.К.* Дослідження впливу процесу зубохонінгування алмазними черв'ячними хонами на параметри шорсткості зубчастих коліс // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 296-311.

*Запропоновано нові інструменти. Проведена оцінка величини параметрів шорсткості при зубохонінгуванні алмазними черв'ячними хонами циліндричних евольвентних зубчастих коліс. Проведено порівняння поверхонь до та після обробки.*

Табл. 0. Іл. 19. Бібліогр. 17 назв.

UDC 621.913: 621: 633

*Krivoshaya A.V., Paschenko E.O., Melnyk V.Ye., Shcherbyna K.K. Investigation of the influence of the process of gear honing by diamond worm honing tools on the roughness factor of gear wheels // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 106. – P. 296-311. – Ukr*

*New tools are offered. The value of roughness parameters during gear honing of diamond worm cones of cylindrical involute gears is carried out. The surfaces were compared before and after treatment.*

Tabl. 0. Fig. 19. Ref. 17.

УДК 621.913:621:633

*Кривошея А.В., Пащенко Е.А., Мельник В.Е., Щербина К.К. Исследование влияния процесса зубохонингования алмазными червячными хонам на параметры шероховатости зубчатых колес // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2020. – Вып. 106. – С. 296-311. – Укр.*

*Предложены новые инструменты. Проведена оценка величины шероховатости при зубохонинговании алмазными червячными хонами цилиндрических эвольвентных зубчатых колес. Проведено сравнение поверхностей до и после обработки.*

Табл. 0. Ил. 19. Библиогр. 17 назв.

**Автор** (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник відділу Формування прецизійних елементів складнопрофільних виробів Кривошея Анатолій Васильович

**Адреса робоча:** 04074 Україна, м. Київ, вул. Автозаводська, 2, Інститут надтвердих матеріалів ім. В.М. Бакуля НАН України

**Робочий тел.:** +38(044) 468-86-26.

**мобільний тел.:** +38(050) 822-55-58

**E-mail:** krivosheyatolja@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-8753-2178>

**Автор** (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач відділом Технології формування структурованих інструментальних композитів Пащенко Євген Олександрович

**Адреса робоча:** 04074 Україна, м. Київ, вул. Автозаводська, 2, Інститут надтвердих матеріалів ім. В.М. Бакуля НАН України

**Робочий тел.:** +38(044) 430-76-94.

**E-mail:** lab6\_1@ism.kiev.ua

**Автор** (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, провідний науковий співробітник науково-дослідної лабораторії криміналістичної та спеціальної техніки Мельник Володимир Євгенійович

**Адреса робоча:** 01011 Україна, м. Київ, вул. Євгена Гуцала, 4а, Державний науково-дослідний інститут МВС України

**Робочий тел.:** +38(093) 842-63-43.

**мобільний тел.:** +38(093) 842-63-43

**E-mail:** msm2@i.ua

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-9386-8620>

**Автор** (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший викладач кафедри «Металорізальні верстати та системи» Щербина Кирил Костянтинович

**Адреса робоча:** 25006, м. Кропивницький, пр. Університетський, 8, Центральноукраїнський національний технічний університет

**Робочий тел.:** 099 47 63564

**мобільний тел.:** 099 47 63564

**E-mail:** kir2912s@ukr.net

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-1665-7686>

## ЗМІСТ

Пам'яті Віктора Андрійовича Баженова	3
<i>Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Kozak A.A.</i> Modal analysis of a complex shell structure under operational loads . . .	5
<i>Pyskunov S.O., Shkryl O.O., Maksimyyuk Yu.V.</i> Determination of crack resistance of a tank with elliptical crack	14
<i>Bazhenov V.A., Pogorelova O.S., Postnikova T.G.</i> Transient Chaos in Platform-vibrator with Shock. . . . .	22
<i>Гайдайчук В.В., Шевчук Л.В., Білобрицька О.М., Баран С.А.</i> Концентрація напружень в околі вертикальних тріщин дорожніх покриттів . . . . .	41
<i>Gezentsvey E.I., Olevskiy V.I., Volchok D.L., Olevskiy O.V.</i> Calculation of the improved steel beams of buildings and structures of the mining and metallurgical complex . . . . .	54
<i>Yurchenko V. V., Peleshko I. D.</i> Optimal numbers of the redundant members for introducing initial pre-stressing forces into steel bar structures . . . . .	68
<i>Bazhenov V.A., Horbach M.V., Martyniuk I.Yu., Maksimyyuk O.V.</i> Convergence of the finite element method and the semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters . . . . .	92
<i>Vabishchevich M.O., Zatyliuk Gh.A.</i> Analysis of the stressed-strained state of the foundation-shell at interaction with the elastic-plastic medium . . . . .	105
<i>Lizunov P.P., Nedin V.O.</i> The stability of rotating rods under the action of vibro-impact load . . .	113
<i>Okhten I.O., Lukianchenko O.O.</i> Some aspects of consideration of initial imperfections in the calculations of stability of thin-walled elements of open profile . . . . .	122
<i>Kotsiuruba V.I., Datsenko I.P., Dachkovskiy V.O., Tkach M.Y., Holda O.L., Holda M.A., Klontsak M.Y., Mykhailova A.V.</i> Justification of the requirements for the construction of protective structures by means underground workings in an explosive manner . . .	129
<i>Loveikin V.S., Pochka K.I., Prystailo M.O., Balaka M.M., Pochka O.B.</i> Impact of cranks displacement angle on the motion non-uniformity of roller forming unit with energy-balanced drive . . . . .	141



*Miroshnikov V. Yu., Denisova T. V.*

Investigation of the second main problem of elasticity for a layer with  $n$  cylindrical inclusions . . . . . 156

*Mostovenko O. V., Kovalov S. N., Botvinovska S. I.*

Determination of load distribution in a given medium according to the values of the loads at certain points . . . . . 167

*Яровий С. М., Савицький М. В., Слободянюк С. О.*

Забезпечення надійності металевих димових і вентиляційних труб та їх несучих веж . . . . . 176

*Бараненко В. О., Волчок Д. Л.*

Застосування мір невизначеності в задачі пошуку критичної сили для ортотропної оболонки за умов несучої здатності . . . . . 201

*Loveykin V. S., Palamarchuk D. A., Romasevich Yu. O., Loveykin A. V.*

Optimization of rotate mode at constant change of departure in the level-luffing crane with geared sector . . . . . 221

*Романюк В. В., Супрунюк В. В.*

Вплив жорсткості фланцевого гребеневого вузла двошарнірної арки на перерозподіл зусиль в її елементах . . . . . 236

*Шаповалів О. І., Ковтун А. В.*

Стійкість блочної загороджувальної перешкоди при дії зовнішніх навантажень . . . . . 247

*Гетун Г. В., Лесько В. І., Безклубенко І. С., Баліна О. І., Буценко Ю. П.*

Використання стохастичних моделей для забезпечення параметричної надійності будівельних машин . . . . . 262

*Koshevyi O. P., Levkivskyi D. V., Kosheva V. O., Mozharovskyi A. S.*

Computer modeling and optimization of energy efficiency potentials in civil engineering . . . . . 274

*Волощенко О. І., Кушніренко М. Г., Черних І. В.*

Удосконалення методики розрахунку конструкцій покриття закритих польових фортифікаційних споруд для забезпечення живучості військ у сучасному збройному конфлікті . . . . . 282

*Кривошея А. В., Пащенко Є. О., Мельник В. Є., Щербина К. К.*

Дослідження впливу процесу зубохонінгування алмазними черв'ячними хонами на параметри шорсткості зубчастих коліс . . . . 296

Науково-технічний збірник

**ОПР МАТЕРІАЛІВ І ТЕОРІЯ СПОРУД**

---

**STRENGTH OF MATERIALS AND THEORY OF  
STRUCTURES**

Scientific-and-technical collected articles

Випуск 106

Головний редактор В.А.Баженов

Підп. до друку 24.05.21. Формат 60x90 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Папір друк №1.

Друк офсетний. Умовн. друк. арк.

Тираж 100.

---

**КНУБА**

м. Київ, Повітрофлотський пр., 31. 03037

---